كتاب معرفة مساحة الاشكال

لبني موسى

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسي المتوفى
في ذي الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لا زالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية

لبني موسى محمد والحسن واحمد ـ ثمانية عشر شكلا

صدر الكتاب

الطول اول الاقدار التي تحد الاشكال وهوما امتد على استقامة في الجهتين جميعا فانه لا يكون منه الا طول فقط فاذا امتد السطح اعتراضا في غير جهة الطول فذلك الامتداد هوالعرض وليس العرض كما يظن كثير من الناس انه الخط الذي يحيط بالسطح في غير جهة الطول ولوكان كذلك لما كان السطح ذا طول وعرض فقط ولكان العرض طولا ايضا لأن العرض عندهم خط والخط طول وقد احكم ذلك اقليدس حيث قال الخط طول فقط والسطح طول وعرض فقط واما السمك فهوامتداد في غير جهتي الطول والعرض والذين يظنون ان العرض خط يظنون ايضا ان السمك خط وبيان خطائهم في ذلك سواء .

وهذه الاقدار الثلاثة تحد عظم كل جسم وانبساط كل سطح والعمل في تقديركيتها انما يتبين بالقياس الى الواحد المسطح والواحد المجسم والواحد المسطح الذي به يقاس السطح هوسطح طوله واحد وعرضه واحد وزواياه قائمة والواحد المجسم الذي به يقاس المجسم هو جسم طوله واحد وعرضه واحد



کتاب مانالاؤس صث

واحد وسمكه واحد وقيام بعض سطوحه على بعض على زوايا قائمة فان المقدار الذى به تقدر السطوح والاجسام تحتاج الى ان يلتئم بعضه الى بعض عند التضعيف التئاما لا يترك فى خلله شيئا الا اتى عليه وتحتاج مع ذلك الى ان يكون تميز ما اتى عليه التقدير مما لم يأت عليه سهلا ولا شئ ابلغ فى سهولة ذلك التميز من ان يكون حكم الواحد الذى به يقدر فى افراده وفى تضاعيفه حكما واحدا لتكون المؤنة فى تميز ما قدر مما لم يقدر فى جميع الاحوال واحدة وليس هذا موجود فى شئ من الاشكال الا فى المربع فانه اذا ضوعف انما يتغير كميته ويكون تربيعه باقيا واعظم الاشكال المربعة احاطة هو القائم الزوايا فهذا هو العلة فى جعل ذلك معيارا دون غيره .

الاشكال

(ا) كل مضلع يحيط بدائرة فسطح نصف قطر تلك الدائرة فى نصف جميع اضلاع ذلك المضلع هو مساحته فليحط شكل - اب ج - بدائرة - د ح ز - التى مركزها - ه - ونصف قطرها - ه ح - ونصل - ه ا - ه ب - ه ج - فظاهر ان - ه ح - عمود لمثلث - ه ب ج - وان سطح - ه ح - فى نصف - ب ج - هو مساحة مثلث - ه ب ج - وكذلك الحكم فى مثلثى - ا ه ب ا ه ج - فاذا نصف قطر الدائرة فى نصف جميع الاضلاع هو مساحة مثلث ا ب ج - ونعلم من مثل ذلك ان كل مجسم يحيط بكرة فان تضعيف نصف الكرة بثلث مساحة سطح المجسم المحيط بها هو تكسير المجسم وهو اعظم من تكسير الكرة .

اقول هذا انما يتبين بتوهم قسمه المجسم بمخروطات رؤسها مركز الكرة وقواعدها قواعد المجسم ويكون نصف قطر الكرة اعمدة على قواعدها فتكون مساحته مساحة تلك المخروطات (١) .

(ب) كل مضلع فى دائرة يحيط به فسطح نصف قطر الدائرة فى نصف جميع الاضلاع اقل من مساحة الدائرة فليحط دائرة - ا ب ج - بمثلثه وليكن

(١) الشكل الواحد - ١ .

المركز ــ ه ــ ونصل ــ ه ب ــ ه ج ــ وليكن ــ ه د ــ عمودا على ــ ب ج ــ ونخرجه الى ــ ز ــ ونصل ــ ب ز ــ ج ز ــ فسطح ــ ه ز ــ فى نصف ــ ب ج ــ تكون مساحة مثلثى ــ ه ب ج ــ ز ب ج ــ وهو اقل من مساحة قطاع ــ ه ب ز ج ــ واعظم من مساحة مثلث ــ ه ب ج ــ وبمثله تبين فى باقى الشكل وتبين ان مساحة الدائرة اعظم كثيرا من مساحة مثلث ــ ا ب ج ــ ويعلم من مثل ذلك ان المجسم الذى يحيط به كرة يكون تضعيف نصف قطر الكرة بثلث سطح المجسم اقل من مساحة الكرة (١) .

(ج) اذا كان خط محدود ودائرة فان كان الخط اقصر من محيطها امكن ان يعمل فى الدائرة شكل مضلع يحيط به الدائرة ويكون جميع اضلاعه اطول من ذلك الخط وان كان الخط اطول من محيطها امكن ان يعمل على الدائرة مضلع محيط بالدائرة ويكون جميع اضلاعه اقصر من ذلك الخط فلتكن الدائرة ا ب ج ــ والخط ــ ح و ــ وهو اقصر اولا من محيط ــ ا ب ج ــ وليكن محيط دائرة ــ د ز ه ــ مثل خط ــ ح و ــ فاذا عمل فى دائرة ــ ا ب ج ــ مضلع لايماس محيط ــ ه د ز ــ كان جميع اضلاعه اطول من محيط ــ ه د ز ــ اعنى من خط ــ ح و ــ ثم لتكن الدائرة ــ ه د ز ــ وخط ــ ح و ــ اطول من محيطها وليكن محيط ــ ا ب ج ــ مثل خط ــ ح و ــ واذا عمل فى دائرة ــ ا ب ج ــ مضلع لايماس محيط ــ ه د ز ــ كان جميع اضلاعه اقصر من محيط ــ ا ب ج اعنى من خط ــ ح و ــ ثم اذا عمل على دائرة ــ ه د ز ــ مضلع يماسها ويشبهه المضلع المذكور كان جميع اضلاعه اقصر كثيرا من خط ــ ح و ــ وذلك ما اردناه (٢) .

اقول هذا مبنى على وجود دائرة يساوى محيطها اى خط محدود يفرض وهذا مما لم يتبين فى موضع .

(د) كل دائرة فسطح نصف قطرها فى نصف محيطها هو مساحتها فلتكن

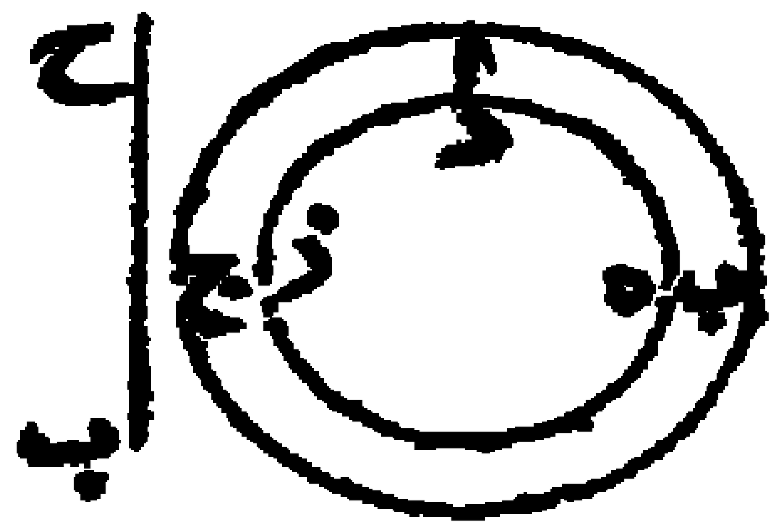
(١) الشكل الثانى ــ ٢ (٢) الشكل الثالث ــ ٣ .

الدائرة

ش ٢



ش ٣





معرفة مساحة الاشكال من

الدائرة ـ ا ب ج ـ والمركز ـ ه ـ ونصف القطر ـ ه ج ـ فان لم يكن سطح ـ ه ج ـ فى نصف محيط ـ ا ب ج ـ مساويا لمساحة الدائرة كان السطح ـ ه ج ـ فى خط اما اطول من نصف محيط ـ ا ب ج ـ او اقصر منه اومساويا لمساحتها وليكن اولا المساوى لها سطح ـ ه ج ـ فى خط اقصر من نصف محيط ـ ا ب ج ـ وليكن ذلك الخط ـ ح و ـ فضعف ـ ح و ـ واقصر من محيط ـ ا ب ج ـ وقد يمكن ان يعمل فى دائرة ـ ا ب ج ـ مضلع يكون جميع اضلاعه اطول من ضعف ـ ح و ـ ونصفه اطول من ـ ح و ـ ويكون نصف قطر ـ ه ج ـ فى نصف جميع اضلاع ذلك المضلع اصغر من مساحة الدائرة فسطح ـ ه ج ـ فى ـ ح و ـ اقل من مساحة الدائرة كثيرا وكان مثلها هذا خلف ثم ليكن المساوى لمساحتها سطح ـ ه ج ـ فى خط اطول من نصف محيط ـ ا ب ج ـ وليكن ذلك الخط ـ ح و ـ وضعف ـ ح و ـ اطول من محيط الدائرة وقد يمكن ان يعمل على دائرة ـ ا ب ج ـ مضلع يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف ـ ح و ـ ويكون سطح نصف قطر ـ ه ج ـ فى نصف جميع اضلاعه اعظم من مساحة الدائرة فسطح ـ ه ح ـ فى ـ ح و ـ اعظم كثيرا منها وكان مثلها هذا خلف فاذا سطح ـ ه ج ـ فى نصف محيط ـ ا ب ج ـ مساو لمساحة دائرة ـ ا ب ج ـ وذلك ما اردناه (١)

وقد بان منه ان سطح نصف الكرة فى نصف القطر فى نصف اى قوس فرض يكون مساويا لمساحة القطاع الذى يحيط به تلك القوس ونصفا قطرين يمران بطرفيها .

(٥) نسبة قطر كل دائرة الى محيطها واحدة فلتختلف دائرتا ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ وليكن ـ ب ج ـ قطر ـ ا ب ج ـ و ـ د ه ـ قطر ـ د ه ز ـ فان لم يكن كما ادعينا فلتكن نسبة ـ ب ج ـ الى محيط ـ ا ب ج ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ح و ـ و ـ ح و ـ اما اطول من محيط ـ د ه ز ـ او اقصر منه ونجعله اولا اقصر منه

---

(١) الشكل الرابع ـ ٤ ـ .

وينصف ــ ح و ــ على ــ ط ــ وليكن عمود ــ ح ك ــ على ــ ح و ــ مساويا لنصف ــ د ه ــ ونتمم سطح ــ ك ط ــ فسطح ــ ك ط ــ اصغر من مساحة دائرة ه ز د ــ ولتكن نسبة ــ ح ك ــ الى ــ ح ط ــ كنسبة نصف ــ ب ج ــ الى نصف محيط ــ ا ب ج ــ وسطح ــ ك ح ــ فى ــ ح ط ــ هو سطح ــ ك ط وسطح نصف ــ ب ج ــ فى نصف محيط ــ ا ب ج ــ هو سطح دائرة ــ ا ب ج فنسبة سطح ــ ك ط ــ الى دائرة ــ ا ب ج ــ كنسبة ــ ط ح ــ اعنى نصف ــ د ه ــ الى نصف ــ ب ج ــ مثناة وهى نسبة ــ د ه ــ الى ــ ب ج ــ مثناة .

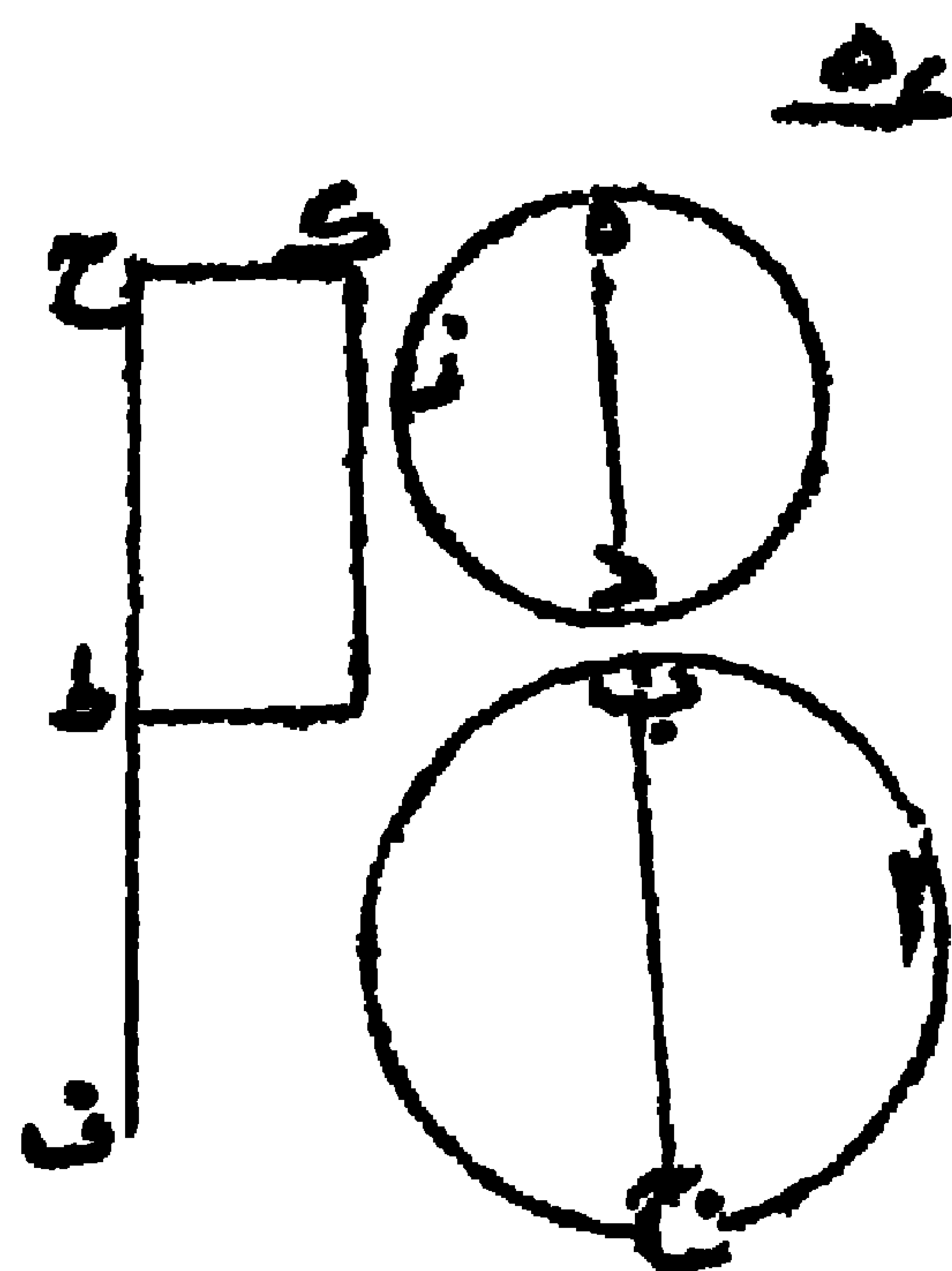
وقد بين اقليدس ان نسبة ــ د ه ــ الى ــ ب ج ــ مثناة كنسبة دائرة د ز ه ــ الى دائرة ــ ا ب ج ــ فنسبة سطح ــ ك ط ــ الى دائرة ــ ا ب ج كنسبة دائرة ــ د ه ز ــ اليها فسطح ــ ك ط ــ مساو لدائرة ــ د ه ز ــ وكان اصغر منها هذا خلف فليس ــ خط ــ ح و ــ اقصر من محيط ــ د ه ز ــ وبمثل هذا التدبير تبين انه ليس اطول منه فاذا نسبة ــ د ه ــ الى محيط ــ د ه ز ــ كنسبة ــ ب ج ــ الى محيط ــ ا ب ج ــ وكذلك فى كل دائرتين غيرهما وذلك ما اردناه (١) .

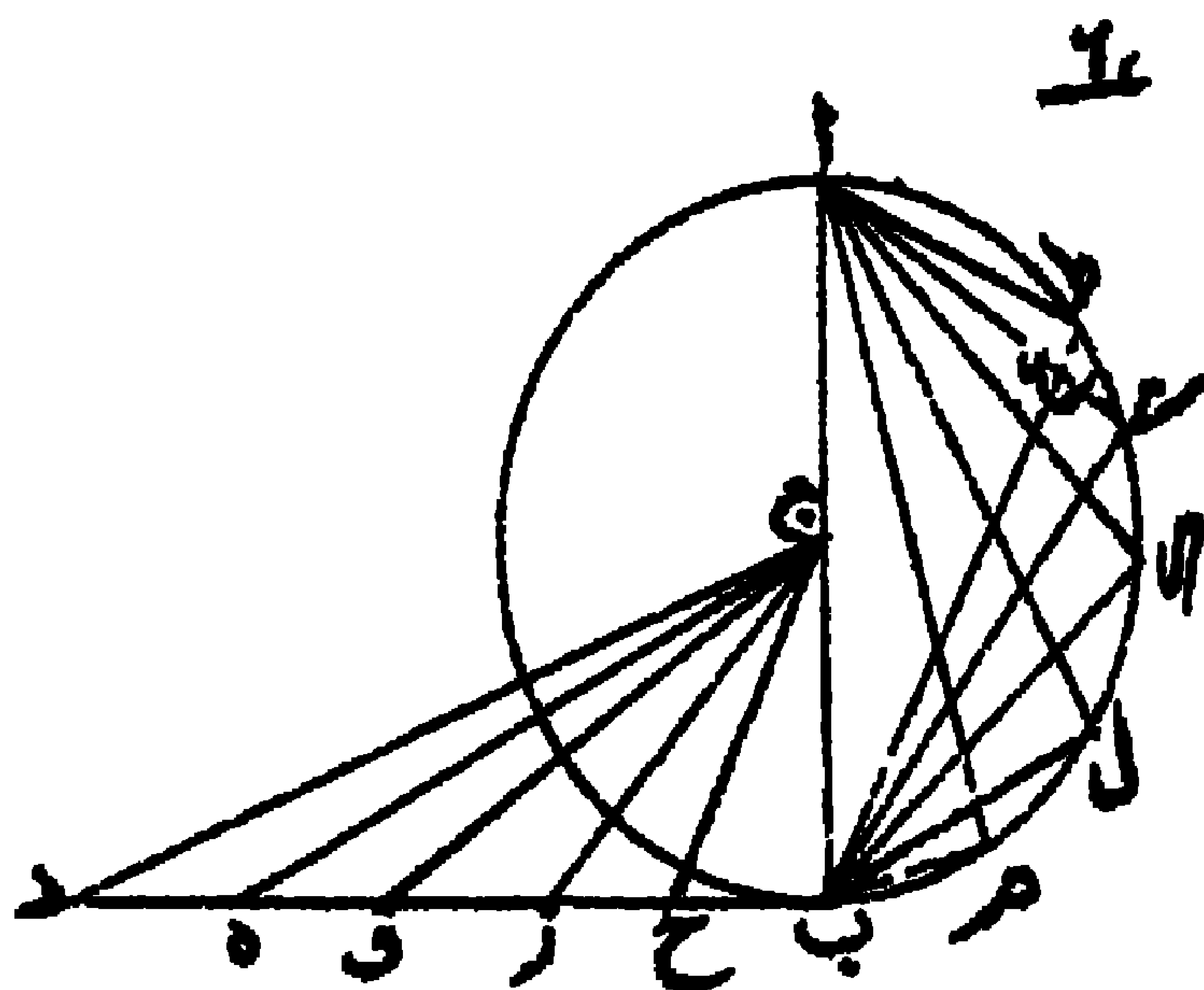
ثم لتبين نسبة القطر الى المحيط بالوجه الذى عمل به ارشميدس فانه لم يصل الينا وجه استخرجه احد الى زماننا غير ذلك وهذا الوجه وان لم يوصل الى معرفة قدر احدهما من الآخر حتى ينطبق به على الحقيقة فانه موصل الى استخراج قدر احدهما من الآخر الى اى غاية اراد الطالب من التقريب .

(و) وليكن لبيانه دائرة ــ ا ط ب ــ وقطرها ــ ا ب ــ ومركزها ــ ج ــ ونخرج من ــ ج خط ــ ج د ــ يحيط مع ــ ج ب ــ بثلث قائمة ونخرج من ــ ب عمود ــ ب د على ــ ج ب ــ فالقوس التى يوتر زاوية ــ ب ج د ــ نصف سدس دائرة ــ ا ط ب ــ وخط ــ ب د ــ نصف ضلع المسدس المحيط بدائرة ــ ا ط ب وننصف زاوية ــ ب ج د ــ بخط ــ ج ه ــ وننصف زاوية ــ ب ج ه ــ بخط ــ ج

(١) الشكل الخامس ــ ه ــ .

و ــ


شكه
ح
ك
ط
ف
ه
ز
د
ب
ا
ج



معرفة مساحة الاشكال من

و ـ وننصف زاوية ـ ب ج ـ بخط ـ ج ز ـ وننصف زاوية ـ ب ج ز ـ بخط ـ ج ح ـ فتبين ان القوس التى توتر زاوية ـ ب ج ح ـ جزء من (١٩٢) من محيط ـ ا ط ب ـ وان خط ـ ب ح ـ نصف ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط بدائرة ـ ا ط ب ـ ولنجعل ـ ج د ـ (٣٠٦) لسهولة العمل كما تتبين فيكون مربعه (٩٣٦٣٦) وكان ـ ب د ـ (١٥٣) لأن زاوية ـ ب ج د ـ ثلث زاوية ج ب د ـ القائمة وكان مربع ـ ب د ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ب ـ (٧٠٢٢٧) فخط ـ ج ب ـ اكثر من (٢٦٥) ولكن نسبة ـ ب ج ـ ج د ـ مجموعين الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ه ـ لأن ـ ج ه ـ ينصف زاوية ـ ب ج د ـ و ـ ب ج ـ ج د ـ مجموعين اكثر من (٥٧١) و ـ ب د ـ (١٥٣) فنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ه ـ اعظم من نسبة (٥٧١) الى (١٥٣) وبالمقدار الذى يكون ـ ب ه ـ (١٥٣) يكون ـ ج ب ـ اكثر من (٥٧١) ومربعه اكثر من (٣٢٦٠٤١) ومربع ـ ب ه ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ه ـ اكثر من (٣٤٩٤٥٠) فخط ـ ج ه ـ اكثر من (٥٩١) وثمن (١) .

وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب د ـ اعظم من نسبة (١١٦٢) وثمن الى (١٥٣) واذا كان ـ ب و ـ (١٥٣) كان ـ ج ب ـ اكثر من (١١٦٢) وثمن ومربعه اكثر من (١٣٥٣٤) ومربع ـ و ب ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ه ـ اكثر من (١٣٧٣٩٤٣) فخط ـ ج و ـ اكثر من (١١٧٢) وثمن وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ز ـ اعظم من نسبة (٢٣٣٤) وربع الى (١٥٣) فاذا كان ـ ب ز ـ (١٥٣) كان ـ ج ب ـ اكثر من (٢٣٣٤) وربع ومربعه اكثر من (٥٤٤٨٧٢٣) ومربع ـ ب ز ـ (٢٣٤٠٩) ومربع ـ ج ز ـ اكثر من (٥٤٧٢١٣٢) فخط ـ ج ز ـ اكثر من (٢٣٣٩) وربع وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ح ـ اعظم من نسبة (٤٦٧٣) ونصف الى (١٥٣) فاذا كان خط ـ ب ح ـ (١٥٣) كان ـ ج

---

(١) الشكل السادس ـ ٦ ـ .

ب ـ اكثر من (٤٦٧٣) ونصف وهذا هو قدر ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا عند القطر فقدر القطر عند جميع اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط بالدائرة اعظم من قدر (٤٦٧٣) ونصف عند (١٤٦٨٨) وهو اقل من ثلاثة وسبع من الواحد ثم نخرج فى دائرة ـ ا ط ب ـ وتر السدس وهو ـ ط ب ـ ونخرج ا ط ـ وننصف زاوية ـ ط ا ب ـ بخط ـ ا ى ـ ونصل ـ ى ب ـ وننصف زاوية ـ ى ا ب ـ بخط ـ ا ك ـ ونصل ـ ك ب ـ وننصف زاوية ـ ك ا ب بخط ـ ا ل ـ ونصل ـ ل ب ـ وننصف زاوية ـ ل ا ب ـ بخط ـ ا م ـ ونصل ـ م ب ـ فيكون ـ م ب ـ ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا يحيط به الدائرة ثم نجعل ـ ا ب ـ (١٥٦٠) لسهولة هذا العمل فيكون وتر ـ ب ط ـ (٧٨٠) ويكون مربع ـ ا ب ـ (٢٤٣٣٦٠٠) ومربع ـ ب ط ـ (٦٠٨٤٠٠) ومربع ـ ط ا ـ (١٨٢٥٣٠٠) فخط ـ ط ا ـ اقل من (١٣٥١) ولكن نسبة ـ ط ا ـ ا ب ـ معا الى ـ ط ب ـ كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ع ـ وهى كنسبة ـ ا ى ـ الى ـ ى ب ـ وخطا ـ ط ا ـ ا ب ـ معا اقل من (٢٩١١) و ـ ط ب ـ (٧٨٠) فاذا كان ـ ى ب ـ (٧٨٠) كان ـ ا ى ـ اقل من (٢٩١١) ومربع ـ ا ى ـ اقل من (٨٤٧٣٩٢١) ومربع ـ ى ب ـ (٦٠٨٤٠٠) ومربع ـ ا ب ـ اقل من (٩٠٨٢٣٢١) فخط ـ ا ب ـ اقل من (٣٠١٣) وثلاثة ارباع وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ك ب ـ اقل من نسبة (٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد الى (٧٨٠) فاذا كان خط ـ ك ب ـ (٧٨٠) كان (ا ك) اقل من (٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد وقدر (٥٩٢٤) وثلاثة ارباع واحد عند (٧٨٠) كقدر (١٨٢٣) عند (٢٤٠) كان (ا ك) اقل من (١٨٢٣) ومربع ـ ا ك ـ اقل من (٣٣٢٣٣٢٩) ومربع ـ ك ب ـ (٧٧٦٠٠) فمربع ـ ا ب ـ اقل من (٣٣٨ ٩٢٩) فخط ـ ا ب ـ اقل من (١٨٣٨) وتسعة اجزاء من احد عشر من واحد .

وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة ـ ا ل ـ الى ـ ل ب ـ اقل من

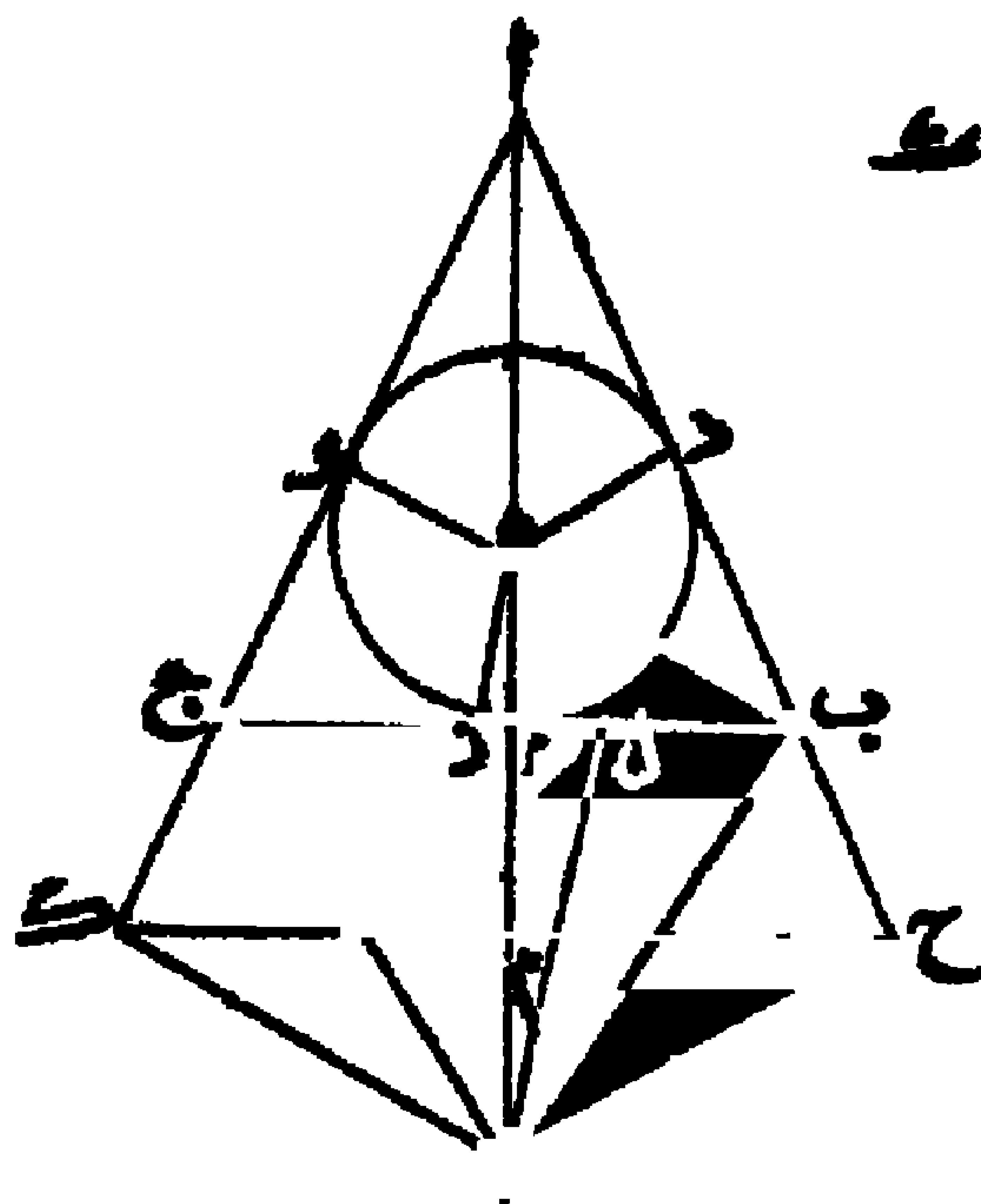
نسبة (٣٦٦١) و تسعة من احد عشر الى (٢٤٠) و قدر (٣٦٦١) وتسعة من احد عشر عند (٢٤٠) كقدر (١٠٠٧) عند (٦٦) واذا كان – ل ب – (٦٦) كان – ا ل – اقل من (١٠٠٧) او مربع – ا ل – اقل من (١٠٤٠٤٩) ومربع – ل ب – (٤٣٥٦) ومربع – ا ب – اقل من (٤٠٥ ١٠١٨) لخط – ا ب – اقل من (١٠٠٩) وسدس واحد وعلى ذلك المثال تبين ان نسبة – ا م – الى – م ب – اقل من (٢٠١٦) وسدس واحد عند (٦٦) فاذا كان – ا م – اقل من (٢٠١٦) وسدس ومربع – ا م – اقل من (٤٠٦٤٩٢٨) ومربع – ب م – (٤٣٥٦) ومربع – ا ب – اقل من (٤٠٦٩٢٨٤) لخط – ا ب – اقل من (٢٠١٧) وربع واحد ولكن خط – م ب – بهذا القدر (٦٦) وخط – م ب – ضلع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة فنسبة القطر الى اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة اقل من نسبة (٢٠١٧) وربع واحد الى (٦٣٣٦) وقد تبين ان نسبة جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة الى القطر اعظم من نسبة ثلاثة وعشرة اجزاء من واحد وسبعين الى الواحد ومحيط الدائرة اطول من جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط به الدائرة واقصر من جملة اضلاع ذى ستة وتسعين ضلعا الذى يحيط بالدائرة فقد صح مما وصفنا ان نسبة محيط الدائرة الى قطرها اعظم من نسبة ثلاثة وعشرة اجزاء من واحد وسبعين الى الواحد واصغر من نسبة ثلاثة وسبع الى الواحد وذلك ما اردناه .

ومن الممكن ان يوصل بهذا الوجه بعينه الى اى غاية يراد من التدقيق فى هذا العمل .

(ز) كل مثلث اذا ضرب نصف جميع اضلاعه فى فضله على كل ضلع من اضلاعه بان يضرب فى فضله على احد اضلاعه ثم فى ثانيها ثم فى ثالثها كان الحاصل مساويا لضرب تكسيره فى نفسه فليكن المثلث – ا ب ج – ونرسم اعظم دائرة يحيط بها وهى دائرة – د ز و – وليكن مركزها – ه – ونخرج

ه د ـ ه و ـ ه ز ـ الى نقط التماس ونخرج ـ ا ه ـ ونبين ان ـ ا د ـ ا و ـ متساويان وكذلك ـ ب د ـ ب ز ـ و ـ ج و ـ ج ز ـ وظاهر ان احد خطى ـ ا د ـ او ـ فضل نصف جميع الاضلاع على ـ ب ج ـ وان احد خطى ـ ب د ـ ب ز ـ فضل نصفه على ـ ا ج ـ وان احد خطى ـ ج و ـ ج ز ـ فضل نصفه على ـ ا ب ـ ثم نخرج ـ ا ه ـ الى ـ ط و ـ ا ب ـ الى ان يصير ـ ب ح ـ مثل ـ ج ز ـ و ـ اج ـ الى ان يصير ـ ج ك ـ مثل ـ ب ز فيكون كل واحد من ـ ا ح ـ ا ك ـ مثل نصف جميع الاضلاع ونخرج من نقطتى ـ ح ك ـ عمودى ـ ح ط ـ ك ط ـ فيلتقيان ضرورة على نقطة واحدة من ـ ا ط ـ وهى نقطة ـ ط ـ مثلا ويكون ـ ط ح ـ ط ك ـ متساويين .

وان اردنا اخرجنا عمود ـ ح ط ـ ووصلنا ـ ط ك ـ وبينا انه ايضا عمود لتساوى ضلعى ـ ا ك ـ ا ح ـ وكون ـ ا ط ـ مشتركا وتساوى زاويتى ح ا ط ـ ك ا ط ـ ونصل ـ ب ط ـ ط ج ـ ونصل ـ ب ل ـ من ـ ب ج ـ مثل ـ ب ح ـ ونصل ـ ط ل ـ فهو عمود على ـ ب ج ـ لأن الفضل بين مربعى خطى ـ ب ط ـ ط ج ـ كالفضل بين مربعى خطى ـ ب ح ـ ج ك ـ فلذلك ـ ط ل ـ عمود على ـ ب ح ـ وهو مساو ـ لط ح ـ لكون ب ح ـ مساويا ـ لب ل ـ وب ط ـ مشتركا وزاويتا ـ ح ل ـ قائمتين فتكون زاويتا ـ ل ب ط ـ ح ب ط ـ متساويتين ونصل ـ ب ه ـ فزاويتا ـ ز ب ه ـ د ب ه ـ متساويتان ولكون زاوية ـ ل ب ح ـ مع زاوية ـ ل ط ح ـ كقائمتين تكون زاوية ـ ز ب د ـ مساوية لزاوية ـ ل ط ح ـ ونصفها لنصفها فزاوية ـ ه ب د ـ من مثلث ـ ب د ه ـ مساوية لزاوية ب ط ح ـ من مثلث ـ ب ح ط ـ وزاويتا ـ ب ز ه ـ ب ح ط ـ قائمتان فمثلثا ـ ب ه د ـ ب ح ط ـ متشابهان ونسبة ـ د ه ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ط ـ و ـ د ب ـ مثل ـ ب ز ـ و ـ ب ح ـ


ا
د
ب
ج
ح

مثل ـ زج ـ فنسبة ـ ح د ـ الى ـ زب ـ كنسبة ـ ز ج ـ الى ـ ح ط ـ و ضرب ـ د ه ـ ڧ ـ ح ط ـ مسا ولضرب ـ ب ز ـ ڧ ـ ز ج ـ وايضا نسبة مربع ـ ه د ـ الى ضرب ـ ه د ـ ڧ ـ ح ط ـ اعنى الى ضرب ـ ب ز ـ ڧ ـ زج ـ كنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ط ـ اعنى كنبسة ـ ا د ـ الى ـ اح ـ فنسبة مربع ـ ه د ـ الى ضرب ـ ب ز ـ ڧ ـ ز ج ـ كنسبة ـ ا د ـ الى ا ح ـ فضرب مربع ـ ه د ـ ڧ ـ ا ح ـ كضرب ـ ب ز ـ ڧ ـ ز ج ڧ ـ ا د ـ واذا ضربنا هما ڧ ـ ا ح ـ صار مربع ـ ه د ـ ڧ مربع ـ ا ح ـ كضرب ـ ب ز ـ ڧ ـ ز ج ـ ڧ ـ ا د ـ ڧ ـ ا ح ـ ولكون ـ ه د ـ ڧ ـ ا ح ـ كتكسير المثلث يكون مربع ـ ه د ـ ڧ مربع ـ ا ح ـ مربع تكسير المثلث فاذا مربع تكسير المثلث مسا ولضرب ـ ب ز ـ ڧ ـ ز ج ـ ڧ ا د ـ ڧ ـ اح ـ اعنى الفصول الثلاثة ڧ نصف جميع الاضلاع وذلك ما اردناه (١).

وايضا بوجه آخر بعد ان ثبت ان نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ب ح ـ الى ـ ح ط ـ انا اذا جعلنا الثانى وسطا بين الاول والرابع كانت نسبة الاول الى الرابع مؤلفة من نسبة الاول الى الثانى ومن نسبة الثانى الى الرابع اعنى من نسبة الاول الى الثالث فنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ط ـ مؤلفة من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ب ـ ومن نسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ب ـ و ـ د ب ـ مثل ـ ب ز ـ و ـ ب ح ـ مثل ـ ز ج ـ فنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح ط ـ اعنى نسبة ـ ا د ـ الى ـ ا ح ـ مؤلفة من نسبة ـ ه د ـ الى ـ ب ز ـ ومن نسبة ه د ـ الى ـ ز ج ـ فضرب ـ ا د ـ ڧ ـ ب ز ـ ـ ڧ ـ ز ج ـ كضرب مربع ـ ه د ـ ڧ ـ ا ح ـ وتمم البرهان بالوجه المتقدم .

(ح) كل نقطة ڧ داخل كرة نخرج منها اربعة خطوط متساوية الى سطح الكرة فوقعت على نقطة ليست ڧ سطح واحد مستقيم فهى مركز الكرة

---

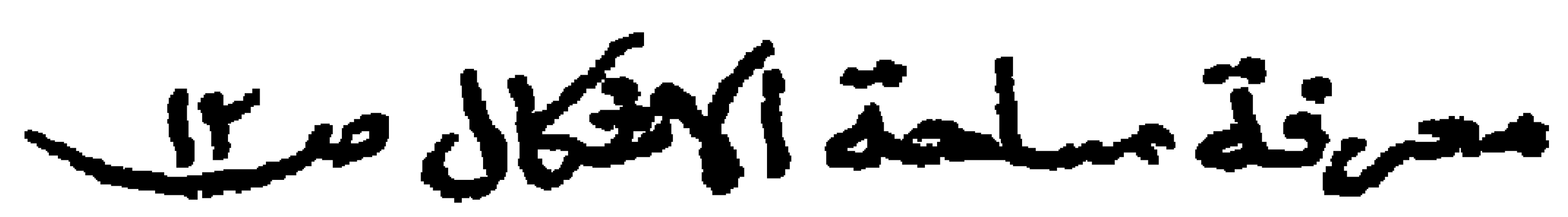
(١) الشكل السابع ـ ٧ ـ .

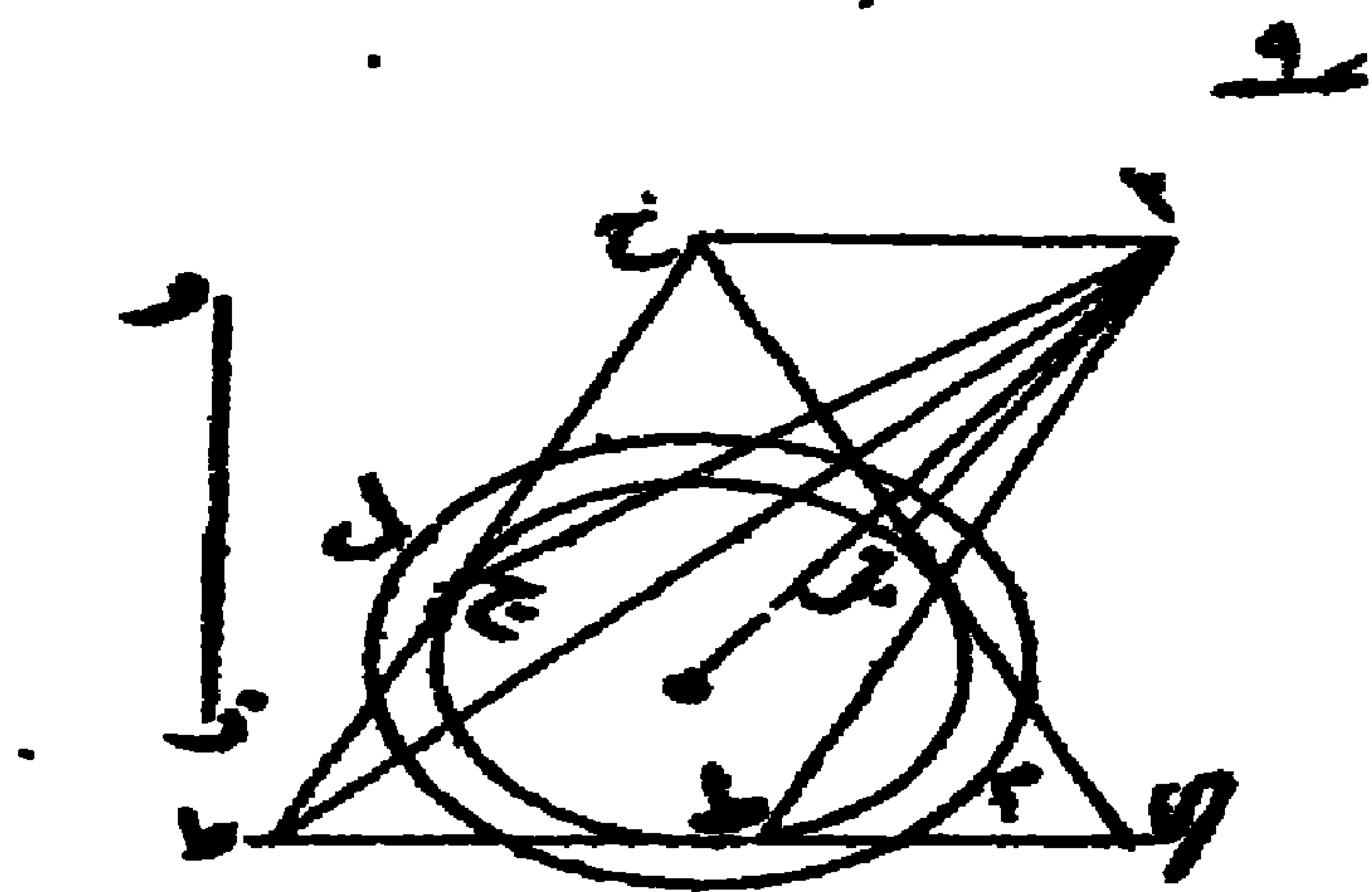
فلتكن الكرة — ا ب ج د ه — والنقطة الداخلة — ز — والخطوط الخارجة منها الى سطح الكرة خطوط — ز ب — ز ج — ز د — د ه — وهى متساوية وليست فى سطح واحد وذلك لأن كل ثلث نقطة فهى فى سطح واحد لما تقرر فى كتاب اقليدس فندير على — ب ج ه — دائرة — ب ج د — وعلى نقط — ه ج د — دائرة — ج د ه — ونخرج من — ز — على سطح دائرة — ب ج ه — عمود — ز ح فيقع على مركز دائرة — ب ج ه — لأنا اذا وصلنا خطوط — ب ح — ج ح — ه ح — كانت متساوية لتساوى خطوط — ز ب — ز ج — ز ه — و اشتراك ز ح — وكون الزوايا التى عند — ح — قائمة ولأن دائرة — ب ج ه — على سطح كرة — ا ب ج د ه — ونخرج من مركزها عمود — ح ز — فهو يمر بمركز الكرة على ماتبين فى ثانى اشكال كتاب الاكر لثاوذوسيوس .

وبمثل ذلك تبين ان العمود الخارج من مركز دائرة — ه ج د — تمر بمركز الكرة والعمود ان لايتلاقيان الا عند — ز — فز — مركز الكرة وذلك ما اردناه (١) .

(ط) كل مخروط مستدير قائم فسطح الخط الواصل بين رأسه واى نقطة فرضت على محيط قاعدته فى نصف محيط قاعدته تساوى سطحه المستدير فليكن المخروط — ا ب ج د — ورأسه — ا — دائرة قاعدته — ب ج د — ومركزها ه — ومحوره — ا ه — وهو عمود على سطح القاعدة حتى يكون المخروط قائما ونصل — ا ب — فسطح — ا ب — فى نصف محيط — ب ج د — هو مساحة السطح المستدير المحيط بالمخروط والافليكن — ا ب — فى خط اطول من نصف المحيط اولا وليكن ذلك الخط — و ز — ونعمل على محيط — ب ج د — مضلعا يكون جميع اضلاعه اقصر من ضعف — و ز — وهو مضلع — ح ط ك — ولتماس الدائرة على نقط — ب — ج — د — و نخرج خطوط — ا ح — ا ط — ا ك — و نصل — ا ج — ا د — فتكون خطوط — ا ب — ا ج — ا د — المتساوية اعمدة

(١) الشكل الثامن — ٨ — .


معرفة مساحة الاشكال ص ١٢



معرفة مساحة الاشكال ص ١٣

على اضلاع ـ ح ط ـ ط ك ـ ك ح ـ لأن ـ ا ه ـ عمود على سطح دائرة ـ ب ج د ـ والخطوط الواصلة بين مركزها ونقط التماس اعمدة على الاضلاع ولذلك يكون سطح ـ ا ب ـ فى نصف جميع الاضلاع مساويا لسطح المضلع المحيط بالمخروط المستدير وهواعظم من سطح المخروط المستدير ونصف جميع الاضلاع اقصر من خط ـ وز ـ وكان سطح ـ ا ب ـ فى ـ وز ـ هو سطح المخروط المستدير فسطح المستدير اعظم مما هومحيط به هذا خلف .

ثم ليكن ـ وز ـ اقصر من نصف المحيط ـ و ـ ا ب ـ فى ـ وز ـ هو سطح المخروط المستدير وليكن ـ ا ب ـ فى نصف ـ ب ج د ـ الذى هو اعظم منه مساويا ـ لسطح مخروط مستدير قاعدته دائرة ـ م ل ـ ورأسه ـ ا ـ ونعمل فى دائرة ـ م ل ـ ذا اضلاع وزوايا متساوية غير مماسة لدائرة ـ ب ج د ـ ونخرج من زواياه الى ـ ا ـ خطوطا فيكون السطح المحيط بالجسم الحادث اقل من سطح المخروط المستدير الذى قاعدته ـ م ل ـ لكون المخروط محيطا به ولكن سطح خط يخرج من ـ ا ـ الى منتصف احد اضلاع الشكل الذى لا يماس دائرة ـ ب ج د ـ فى نصف اضلاعه هو مثل سطح ذلك الجسم والخط الخارج من ـ ا ـ الى منتصف ذلك الضلع اطول من خط ـ ا ب ـ ونصف اضلاع الشكل اطول من نصف محيط دائرة ـ ب ج د ـ فسطح المخروط المستدير الذى قاعدته ـ م ل ـ اصغر من سطح المجسم الذى فى داخله هذا خلف فاذا سطح ـ ا ب ـ فى نصف دائرة ـ ب ج د ـ خط مساو لسطح مخروط ـ ا ب ج د ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ى) كل مخروط مستدير قاعدته دائرة وقد فصله سطح موازلقاعدته كان ذلك الفصل دائرة والمحور يمر بمركزها فليكن المخروط رأسه ـ ا ـ وقاعدته ـ ب ج د ـ ومركزها ـ ه ـ والسطح الفاصل ـ وط ز ـ والمحور ـ ا ه ـ وقد مر بنقطة ـ ح ـ من السطح الفاصل فنعلم على ـ ب ج د ـ نقطتى ـ ب ج ـ على ان قوس ـ ب ج ـ اقل من نصف دائرة ونخرج ـ ه ب ـ ه ج ـ

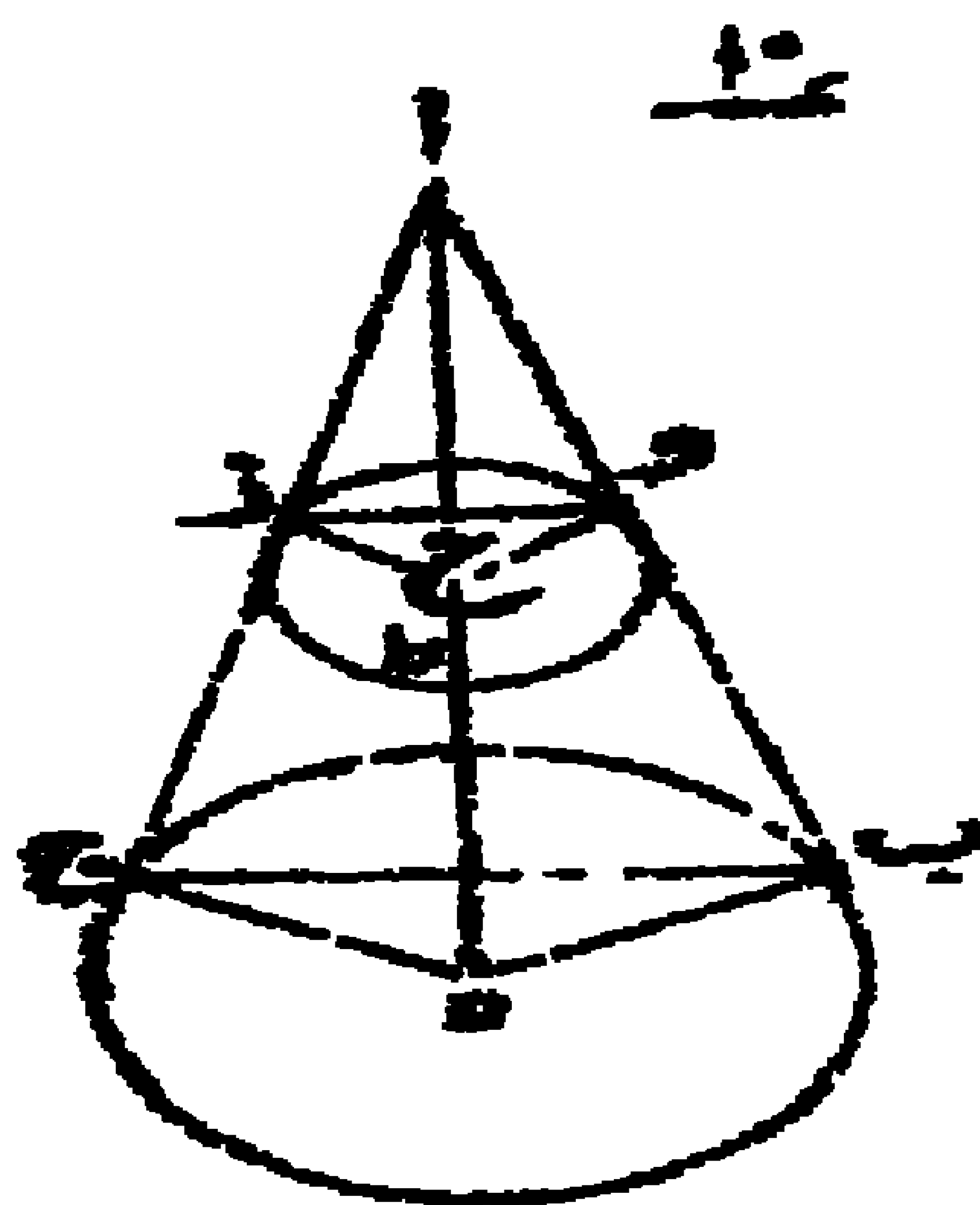
---

(١) الشكل [illegible]

ب ا – ج ا – ب ج – فيمر مثلث – ا ب ه – بفصل – و ح – من السطح الفاصل و مثلث – ا ه ج – بفصل – ز ج – ومثلث – ا ب ج – بفصل – و ز – ويحدث مثل – و ز ح – وتكون اضلاعه موازية لاضلاع مثلث – ه ب ج – كل لنظيره فيكونان متشابهين ونسبة – ب ه – الى – ه ج – كنسبة – و ح – الى – ح ز – و – ب ه – ه ج – متساويان فكذلك – و ح – ح ز – متساويان وكل خط يخرج من – ح – الى محيط – و ز ط – فو ز ط – دائرة مركزها – ح – وذلك ما اردناه (١) .

(يا) كل قطعة من مخروط مستدير قائم فيما بين دائرتين متوازيين فاذا اخرج فيهما قطران متوازيان ووصل بين اطرافهما بخطين متقابلين كان سطح احد الخطين فى نصفى محيطى الدائرتين مساويا لسطح القطعة المستدير فلتكن القطع – ب ج و ط ز – قاعدتها – و ط ز – والاخرى التى تلى رأس المخروط – ب ج د – و – ه ح – من المحور ما يقع بينهما وهو عمود على الدائرتين ولنخرج قطرا – ب د – و ز – متوازيين ولنوصل بينهما – ب و – د ز – تقول فسطح – ب و – فى نصفى دائرتى – ب ج د – و ط ز – هو السطح المستدير المحيط بالقطعة فلنتمم المخروط الى الرأس وهو – ا – ونخرج – ح ه – الى – ا – وكذلك – و ب ز د – ومعلوم ان سطح – ا و – فى نصف محيط – و ط ز – هو سطح جميع المخروط وسطح – ا ب – فى نصف محيط – ب ج د – هو سطح مخروط – ا ب ج د – وفضل الاول على الآخر هو السطح المستدير المحيط بالقطعة وذلك هو سطح – ب و – فى نصف محيط – و ط ز – مع سطح – ا ب – فى فضل نصف محيط – و ط ز – على نصف محيط – ب ج د وسطح – ا ب – فى فضل نصف محيط – و ط ز – على نصف محيط – ب ج د – مساو لسطح – ب و – فى نصف محيط – ب ج د – لأن نسبة – ا ب – الى – ب و – كنسبة نصف دائرة – ب ج د – الى فضل نصف دائرة – و ط

(١) الشكل العاشر – ١٠ .



معرفة مساحة الأشكال ص ١٢١.

ع١٣

ع١٤

على نصف دائرة ــ ب ج د ــ وذلك ما اردناه (١) .

وقد يعلم من ذلك ان خطي ــ و ب ــ ب ا ــ ان كانا متساويين كيف كان اتصا لهما على استقامة او غير استقامة فان تضعيف احدهما بنصف دائرة وط ز ــ وبدائرة ــ ب ج د ــ هو مساحة سطح المجسم الذى رأسه ــ ا وقاعدته دائرة ــ وط ز ــ ومن ها هنا يعلم ايضا انه ان كانت قطع كثيرة من مخروطات الاساطين مركب بعضها على بعض وكان ــ اعلى سطح القطعة السفلى هو قاعدة القطعة التى فوقها وكان رأس القطعة العليا من القطع نقطة وكانت جميع القواعد متوازية والخطوط الخارجة فى جميع القطع من قواعدها الى اعاليها مستقيمات متساويات فان سطح احد تلك الخطوط فى نصف محيط قاعدة السفلى و فى جميع محيطات قواعد سائر القطع التى فوقها هو مساحة سطح المجسم المركب منها جميعا سواء كانت سطوح القطع متصلة على استقامة اوعلى غير استقامة .

(يب) لتكن ــ ا ب ج ــ دائرة قطرها ــ ا ج ــ ومركزها ــ د ــ وقد قام عمود ــ د ب ــ منه على القطر ولنقسم ربع ــ ا ب ــ باقسام متساوية كم كانت ــ وهى ــ ا ز ــ ز ل ــ ل ب ــ ولنخرج وتر ــ ب ل ــ وننفذه وننفذ قطر ــ ج ا ــ الى ان يلتقيا على ــ ه ــ ونخرج من نقطتى ــ ز ل ــ وترى ــ ز ط ــ ل ح ــ موازيين لقطر ــ ج ا ــ .

فاقول ان خط ــ ه د ــ يساوى نصف قطر ــ ج ا ــ ووترى ــ ز ط ل ح ــ جميعا فنخرج ــ ط ا ــ ح ز ــ وننفذ ــ ح ز ــ الى ان يلقى ــ ج ه ــ على ــ و ــ وبمثل ذلك ندبر ان كانت الاقسام اكثر فخطوط ــ ج ه ــ ط ز ــ ح ل متوازية وخطوط ــ ط ا ــ ح و ــ ب ه ــ متوازيــة لأن قوسى ــ ط ح ــ ح ب ــ متساويتان ــ لقوسى ــ ا ز ــ ز ل ــ فسطح ــ ط اوز ــ متوازى الاضلاع ــ و ــ ط ز ــ مثل ــ ا و ــ وبمثل ذلك ــ ح ل ــ مثل ــ و ه ــ فده مثل ــ د ا ــ ط ز ــ ح ل ــ جميعا وذلك ما اردناه (٢) .

---

(١) الشكل الحادى عشر ــ ١١ (٢) الشكل الثانى عشر ــ ١٢ .

وان اخرجنا ـ د م ـ عمودا على ـ وتر ـ ب ل ـ كان سطح نصف ب ل ـ فى ـ د ه ـ اصغر من مربع نصف القطر واكبر من مربع ـ د م ـ وذلك لأن مثلثي ـ د ب م ـ ب ه د ـ متشابهان لكون زاويتي ـ د م ب ـ ه ب د ـ قائمتين وزاوية ـ ب ـ مشتركة ونسبة ـ ب م ـ الى ـ م د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ه ـ فب م ـ اعنى نصف ـ ب ل ـ فى ـ د ه ـ مساو ـ لب د ـ فى ـ د م ـ و ـ ب د ـ فى ـ د م ـ اصغر من مربع ـ ب د ـ واعظم من مربع ـ م د ـ فاذا نصف ـ ب ل ـ فى نصف القطر وفى وترى ط ز ـ ح ل ـ جميعا اصغر من مربع نصف القطر واعظم من مربع ـ د م ـ فكل دائرة يخرج قطر فيها وينصف نصفها ويقسم احد الربعين باقسام متساوية كم كانت ونخرج من نقط الاقسام اوتارا فى الدائرة موازية للقطر كان سطح نصف وتر احد تلك الاقسام فى نصف القطر فى جميع الاوتار اصغر من مربع نصف القطر واعظم من مربع العمود الخارج من المركز الواقع على احد اوتار تلك الاقسام وذلك هو المطلوب .

(يج) اذا وقع فى نصف كرة مجسم يحيط به نصف الكرة وكان المجسم مركبا من قطع مخروطات مستديرة كم كانت وكان اعلى سطح كل قطعة قاعدته للقاعدة التى فوقها وقاعدة القطعة السفلى هو قاعدة نصف الكرة ورأس المخروط الاعلى نقطة هى قطب نصف الكرة وكانت القواعد متوازية والخطوط الخارجة من قواعد القطع الى اعاليها على استقامة متساوية ثم وقع فى المجسم نصف كرة يحيط به المجسم قاعدتها دائرة فى سطح قاعدة النصف الاول كان السطح المحيط بالمجسم اصغر من ضعف قاعدة نصف الكرة الاولى واعظم من ضعف قاعدة النصف الكرة الثانية كان السطح المحيط بالمجسم اصغر من ضعف قاعدة نصف الكرة الاولى واعظم من ضعف قاعدة نصف الكرة اثانية فليكن الكرة ـ ا ب ج د ـ قاعدتها عظيمة ـ ا ب ج ـ وقطبها ـ د ـ وليكن فيه مجسم على ما وصفنا مركب من ثلث قطع اولاها يرتفع من دائرة ـ ا ب ج ـ الى دائرة ـ ه ط ح ـ

والثانية ترتفع منها الى دائرة ـ و ل ز ـ والثالثة ترتفع منها الى نقطة ـ د ـ .

نقول فالسطوح المستديرة المحيطة بهذا الجسم جميعا اصغر من ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ فلنخرج فى نصف كرة ـ ا ب ج د ـ نصف عظيمة تمر بالقطب وهو ـ ا د ب ـ ونخرج قطر ـ ا ب ـ للكرة وننصفه على م ـ ونخرج ـ ح ه ـ ز و ـ فهما موازيان ـ لا ب ـ لأنها فصول مشتركة بين عظيمة ـ ا د ب ـ والدوائر الثلاثة وهما قطرا دائرتى ـ ح ه ط ـ و ز ل ـ ونخرج خطوط ـ ب ه ـ ه و ـ و د ـ من القواعد الى الاعالى وهى متساوية بالفرض وسطح نصف واحد منها فى نصف ـ ا ب ـ وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا اصغر من مربع نصف ـ ا ب ـ للامر وايضا سطح واحد منها فى نصف محيط دائرة ـ ا ب ج ـ وفى محيطى دائرتى ـ ح ه ط ـ ز و ل ـ جميعا مثل السطح المحيط بالجسم للامر وسطح واحد منها فى نصف ـ ا ب ـ وفى ه ح ـ و ز ـ جميعا .

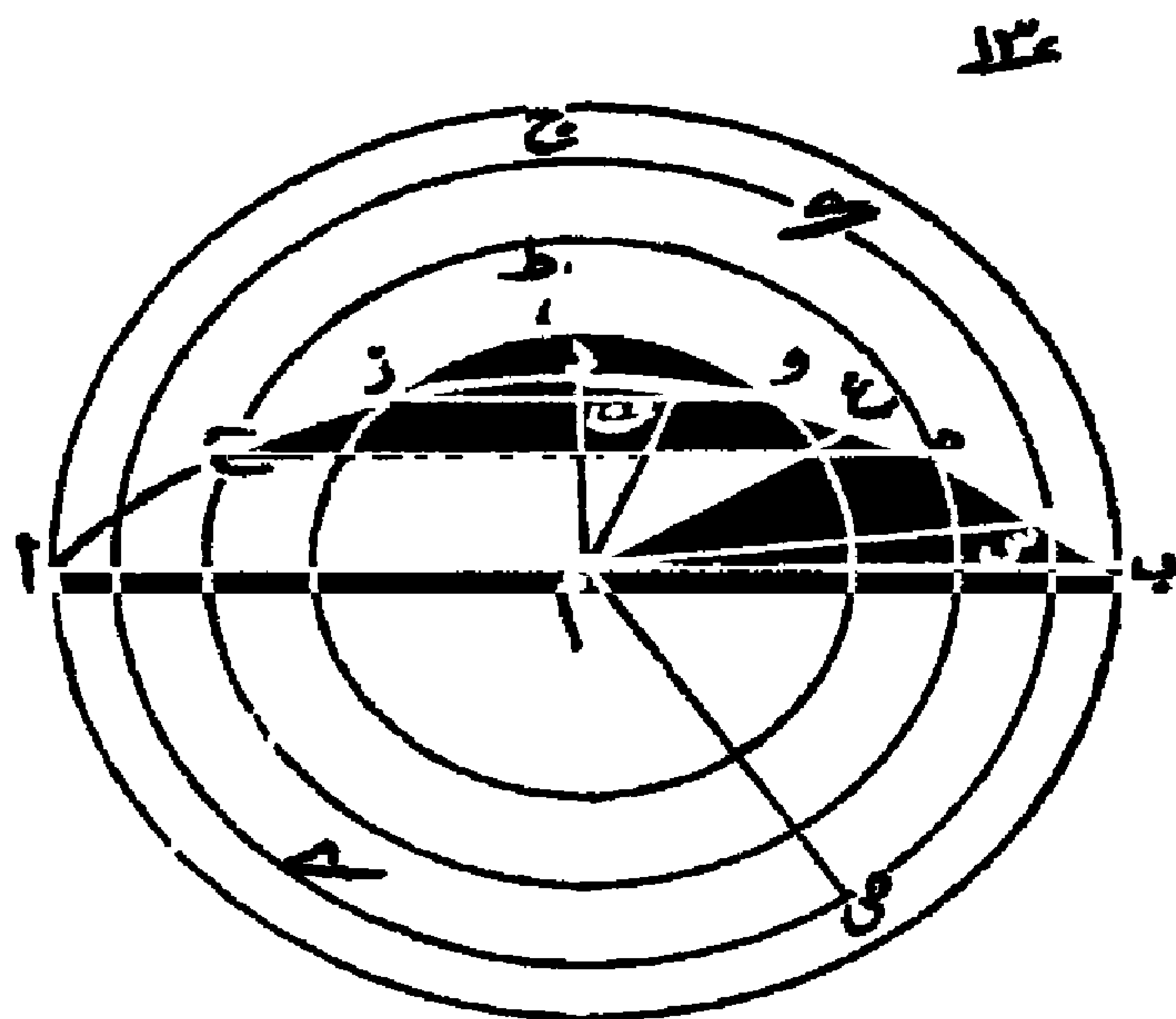
ثم الحاصل فيما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط مساويا لسطح واحد منها فى نصف محيط دائرة ـ ا ب ج ـ وفى محيطى دائرتى ـ ح ه ط ـ ز و ل ـ جميعا اعنى السطح المحيط بالجسم وهو اقل من ضعف الحاصل من ضرب مربع نصف ـ ا ب ـ فى ما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط ومربع نصف ـ ا ب ـ فيما اذا ضرب فيه القطر مسا ولسطح الدائرة لأن ضرب نصف ا ب ـ فيما اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط هو نصف المحيط وضربه مرة اخرى فى نصف ـ ا ب ـ هو سطح الدائرة فالسطح المحيط بالجسم اقل من نصف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ ثم نرسم فى مجسم ـ ا ب ج د ـ نصف كرة يحيط به المجسم ولكون سطح قاعدته دائرة فى سطح دائرة ـ ا ب ج ـ يكون اصغر منها وننصف خطوط ـ ب ه ـ ه و ـ و د ـ على نقط ـ س ـ ع ـ ف ـ ونصل ـ م س ـ م ع ـ م ف ـ وهى متساوية لانها اعمدة من المركز على اوتار متساوية ونرسم على مركز ـ م ـ وببعد ـ م س ـ فى

سطح دائرة ـ ا ب ج ـ دائرة ـ ك ص ى ـ ونخرج فى سطح هذه الدائرة خط ـ م ص ـ وليس هو فى سطح الدائرة ـ ا د ب ـ ولأن خطوط ـ م س ـ م ع ـ م ف ـ م ص ـ الاربعة المتساوية التى ليست فى سطح واحد خرجت من نقطة ـ م ـ الى محيط الكرة الداخلة يكون ـ م ـ مركزا لها و ـ م س ـ نصف قطر لها ودائرة ـ ك س ى ـ قاعدة لها ومربع ـ م س ـ اصغر من سطح نصف ـ ب ه ـ فى نصف ـ ا ب ـ وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا فمربع ـ م س ـ فى المقدار الذى اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط اعنى سطح دائرة ـ ك ص ى ـ اصغر من سطح نصف ـ ب ه ـ فى نصف ـ ا ب ـ وفى ـ ه ح ـ و ز ـ جميعا ثم الحاصل فى المقدار الذى اذا ضرب فيه القطر حصل المحيط اعنى نصف سطح الجسم المحيط بنصف الكرة الداخلة فجميع سطح الجسم اعظم من ضعف سطح دائرة ـ ك ص ى ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يد) سطح نصف الكرة المستدير ضعف سطح الدائرة العظيمة التى هى قاعدته فليكن ـ ا ب ج د ـ نصف كرة ودائرة ـ ا ب ج ـ عظيمة تقع فيها وهى قاعدته و ـ د ـ قطبها فان لم يكن ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ مساويا لسطح نصف الكرة فليكن اولا اصغر منه وليكن مساويا لسطح نصف كرة اصغر من ـ ا ب ج د ـ وهو نصف ـ ه ح ـ ط ك ـ فاذا عمل فى نصف كرة ـ ا ب ج د ـ مجسم كما وصفنا قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه نقطة ـ د ـ بحيث لا يماس نصف كرة ـ ه ح ط ك ـ كان سطحه اصغر من ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ واعظم من سطح نصف كرة ـ ه ح ط ك ـ وضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ المساوى لسطح نصف كرة ـ ه ح ط ك ـ اعظم كثيرا منه هذا خلف .

ثم ليكن ضعف سطح دائرة ـ ا ب ج ـ اعظم من سطح نصف كرة ا ب ج د ـ وليكن مساويا لسطح نصف كرة ـ و ز ل م ـ ونعمل فيه مجسما

(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ .



معرفة مساحة الاشكال ص١٨١

كلا





معرفة مساحة الاشكال ص ١٩

كما وصفنا غير مماس لنصف كرة ـ ا ب ج د ـ فيكون سطح الجسم اعظم من ضعف دائرة ـ ا ب ج ـ لما مر وسطح نصف كرة ـ وز ل م ـ اعظم من سطح الجسم لكونه محيطا به فسطح نصف كرة ـ و ز ل م ـ اعظم كثيرا من سطح دائرة ـ ا ب ج ـ وكان مثله ـ هذا خلف فاذا الحكم ثابت وذلك ما اردناه (١) .

وقد بان منه ان سطح الكرة اربعة امثال سطح اعظم دائرة يقع فيها .

(يه) كل كرة فان الحاصل من ضرب نصف قطرها فى ثلث السطح المحيط بها مساو لعظمها فلتكن الكرة ـ ا ب ج د ـ ونصف قطرها ـ س ف ـ فان لم يكن ـ س ف ـ فى ثلث سطح كرة ـ ا ب ج د ـ عظمها فليكن اولا اصغر من عظمها وليكن ـ س ب ـ فى ثلث سطح كرة اعظم من كرة ا ب ج د ـ مساويا لعظم كرة ـ ا ب ج د ـ مثلا ككرة ـ وز ل م ـ فليكن مركزاهما واحدا ونعمل على كرة ـ ا ب ج د ـ مجسما كما وصفنا لا تماس كرة ـ و ز ل م ـ فيلزم مما مر ان ـ س ب ـ فى ثلث سطح الجسم يساوى الجسم ويكون اكبر من كرة ـ ا ب ج د ـ و يلزم منه ان يكون ثلث سطح الجسم اعظم من ثلث كرة ـ و ز ل م ـ المحيط به هذا خلف ـ ثم ليكن ـ س ب ـ فى ثلث سطح كرة اصغر من كرة ـ ا ب ج د ـ ككرة ـ ه ح ط ك ـ مساويا لعظم كرة ـ ا ب ج د ـ و نعمل فى كرة ـ ا ب ج د ـ مجسما كما وصفنا بحيث لا يماس كرة ـ ه ح ط ك ـ ويجب مما مر ان ـ س ب ـ فى ثلث مساحة سطح الجسم اصغر من مساحة كرة ـ ا ب ج د ـ فثلث سطح ـ ه ح ط ك ـ اعظم من ثلث سطح الجسم المحيط به هذا خلف، فاذا الحكم ثابت وذلك ما اردناه (٢) .

(يو) نريد ان نجد مقدارين يقعان بين مقدارين مفروضين لتتوالى الاربعة على نسبة واحدة وعلم ذلك نافع لطالب الهندسة وبه يعرف ضلع المكعب

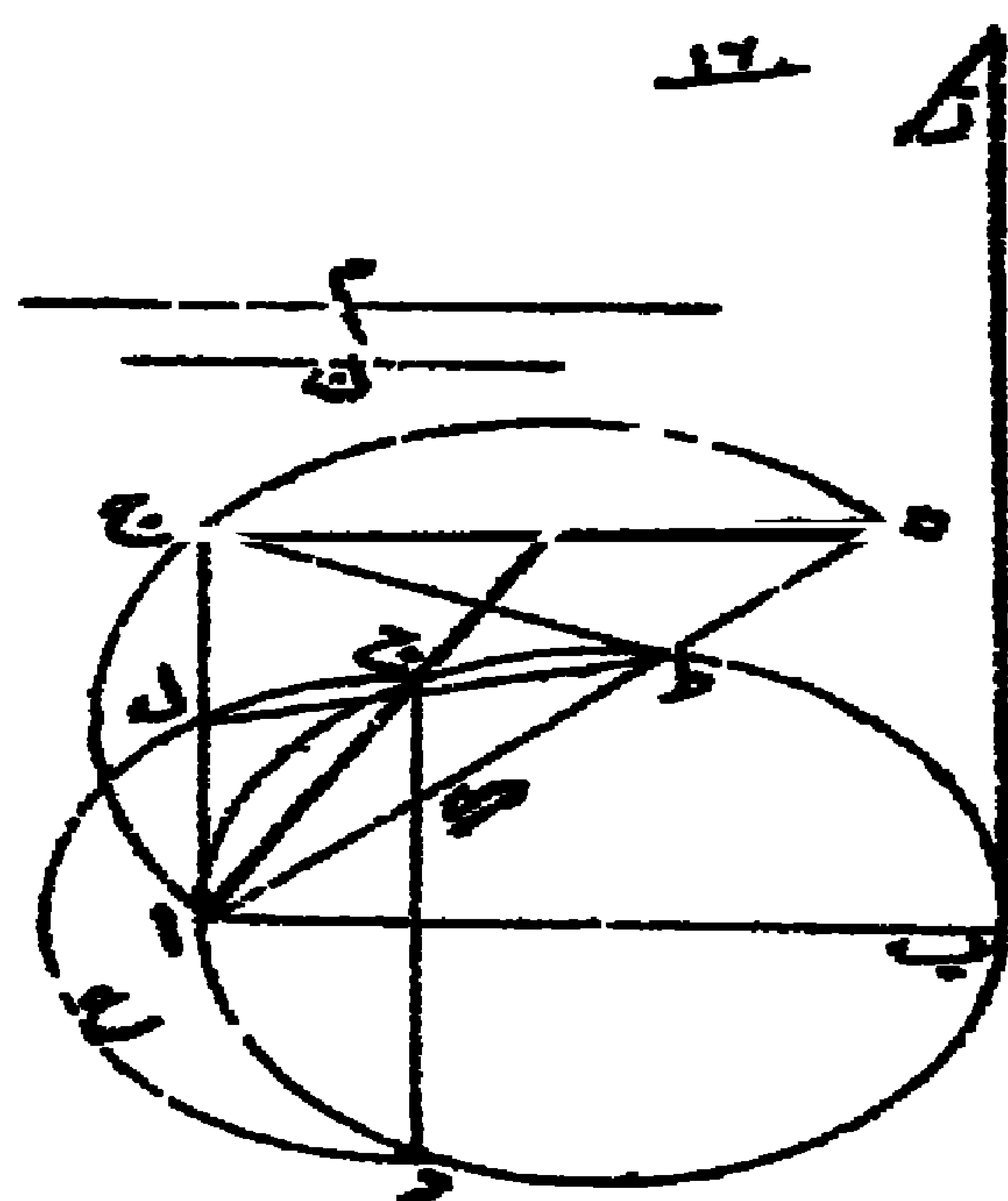
---

(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ (٢) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ ـ .

وذلك انا اذا عرفنا مقدارين يقعان بين الواحد والمكعب على نسبة واحدة يكون ثانيها من جانب الواحد ضلعا للمكعب وهذا العمل لرجل من القدماء اسمه مانالاوس اورده فى كتاب له فى الهندسة ونحن نصفه .

ليكن المقدار ان خطى — م — ن — وليكن — م — اعظم من — ن ونرسم دائرة — ا ب ج — ونجعل قطرها وهو — ا ب — مساويا — لم — ونخرج فيها وتر — ا ج — مساويا لمقدار — ن — ونخرج من — ب — عمودا على — ا ب — ونخرج — ا ج — حتى يلقاه على — ز — ونقيم على قوس — ا ج ب — نصف اسطوانة مستديرة قائمة اعنى تكون اضلاعها اعمدة على سطح دائرة — ا ج ب — وندير على خط — ا ب — نصف دائرة يقوم سطحها على سطح — ا ب ج — على زوايا قوائم وهى قوس — ا ج ه — وتثبت نقطة — ا — من قوس — ا ح ه — فى موضعها كالمركز وندير قوس — ا ح ه — على مركز — ا — بحيث يكون سطحها فى جميع دورانها قائما على سطح — ا ب ج — على قوائم ليكون قوس — ا ح ه — يفصل سطح نصف الاسطوانة القائم على قوس — ا ج ب — ونثبت خط — ا ب — كالمركز وندير مثلث — ا ز ب — على محور — ا ب — حتى يلقى خط — ا ز — فضل سطح نصف الاسطوانة ونرسم نقطة — ج — من خط — ا ز — فى دورانه نصف دائرة — ج ع د — قائما على سطح — ا ب ج — على قوائم ونرسم على الموضع الذى يلقى فيه خط — ا ز — فضل سطح نصف الاسطوانة نقطة — ح — وتثبت قوس — ا ح ه — من مدارها عند نقطة — ح — ونخرج خطى — ا ح — ح ه — ونرسم حيث يلقى خط — ا ح — قوس — ج ع د نقطة — ل — ونخرج من نقطة — ح — عمودا على سطح دائرة — ا ب ج — وهو خط — ح ط — ونخرج — ل ك — وهو عمود على سطح دائرة — ا ب ج لأنه فضل مشترك لسطح مثلث — ا ح ه — ولنصف دائرة — ج ع د — القائمين على سطح — ا ب ج — ونخرج خط — ل ط — ونبين انه عمود على — ا ل — لأن سطح — ج ك — فى — ك د — مثل مربع — ل ك — ولكن ضرب

ج —


ا
ب
ه
ح
ط
ل
د
ع

ـ ج ك ـ فى ـ ك د ـ مثل ضرب ـ ط ك ـ فى ـ ك ا ـ فضرب ـ ط ك ـ فى ـ ك ا ـ مثل مربع ـ ل ك ـ فزاوية ـ ط ل ا ـ قائمة .

وقد تبين ان زاوية ـ ا ح ه ـ قائمة لأنها مركب على نصف دائرة ا ح ه ـ وان زاوية ـ ا ط ح ـ قائمة لان ـ ح ط ـ عمود على سطح دائرة ا ب ج ـ وخط ـ ط ا ـ فى سطح دائرة ـ ا ب ج ـ وان زاوية ـ ا ل ط ـ قائمة للامر فمثلثات ـ اح ه ـ ا ط ح ـ ا ل ط ـ فى كل واحد منها زاوية قائمة وزاوية حادة مشتركة فهى متشابهة ونسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة ا ح ـ الى ـ ا ط ـ وكنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ا ل ـ ولكن خط ـ ا ه ـ مثل مقدار ـ م ـ وخط ـ ا ل ـ مثل مقدار ـ ن ـ فقد وقع بينهما مقدار ـ ا ح ا ط ـ وتوالت على نسبة وذلك ما اردناه (١).

(يز) ولأن الاشياء التى استعملها مانالاوس وان كان صحيحا فهى اما ان لايمكن ان يفعل واما يكون عسيرا جدا طلبنا لذلك وجها اسهل .

فليكن المقداران ـ ا ـ ب ـ ونخط ـ ج د ـ مثل ـ ا ـ ونخرج عليه عمود د ه ـ مثل ـ ب ـ ونصل ـ ه ج ـ ونخرج ـ ج د ـ ه د ـ لا الى احد ونخرج من ـ ه ـ عمودا على ـ ه ج ـ الى ان يلقى ـ ج د ـ على ـ و ـ ونخرج من ـ ج خطا موازيا ـ له و ـ الى ان يلقى ـ ه د ـ على ـ م ـ وهو ـ م ج ـ ونخرجه الى ان يصير ـ م ص ـ مثل ـ ه و ـ ويتوهم ان خط ـ و ه ـ يتحرك من ناحية نقطة ـ و ـ الى ناحية نقطة ـ د ـ ويكون طرفه الذى عند ـ و ـ غير مفارق فى حركته لخط ـ و د ـ ويكون الخط فى حركته لايزال يمر على نقطة ـ ه ـ من خط ـ ج ه ـ كيما اذا تحرك خط ـ و ه ـ كما وصفنا فحيث كان طرفه من خط ـ و د ـ فان كان خط ـ و ه ـ فى تلك الحال يمتد على استقامة ما بين نقطة طرفه وبين نقطة ـ ه ـ من خط ـ ه ج ـ ثم نرسم على الممدود على استقامة خط ـ ه د ك ـ ونتوهم ان خط ـ م ص ـ يتحرك من ناحية نقطة ـ م ـ الى

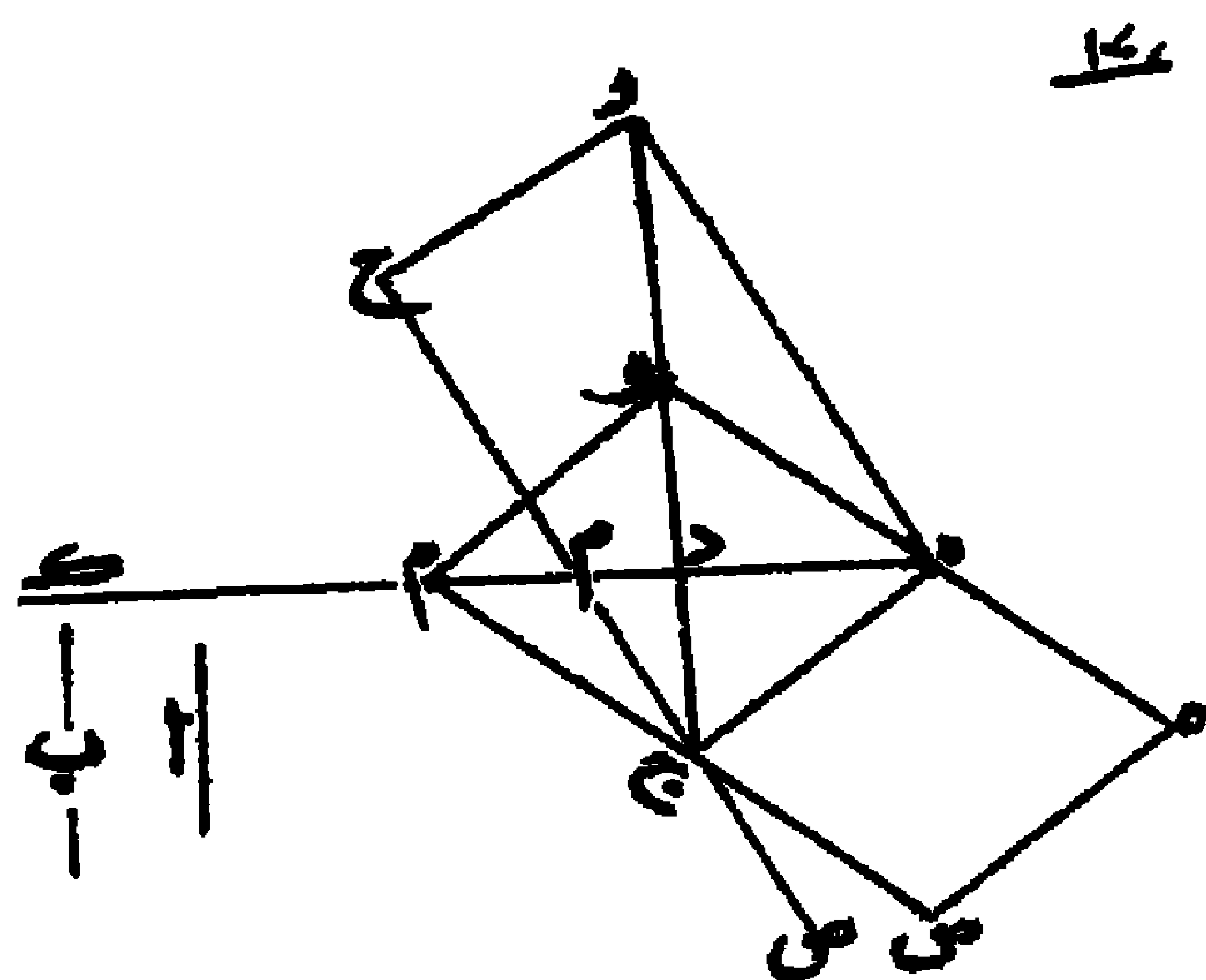
(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ .

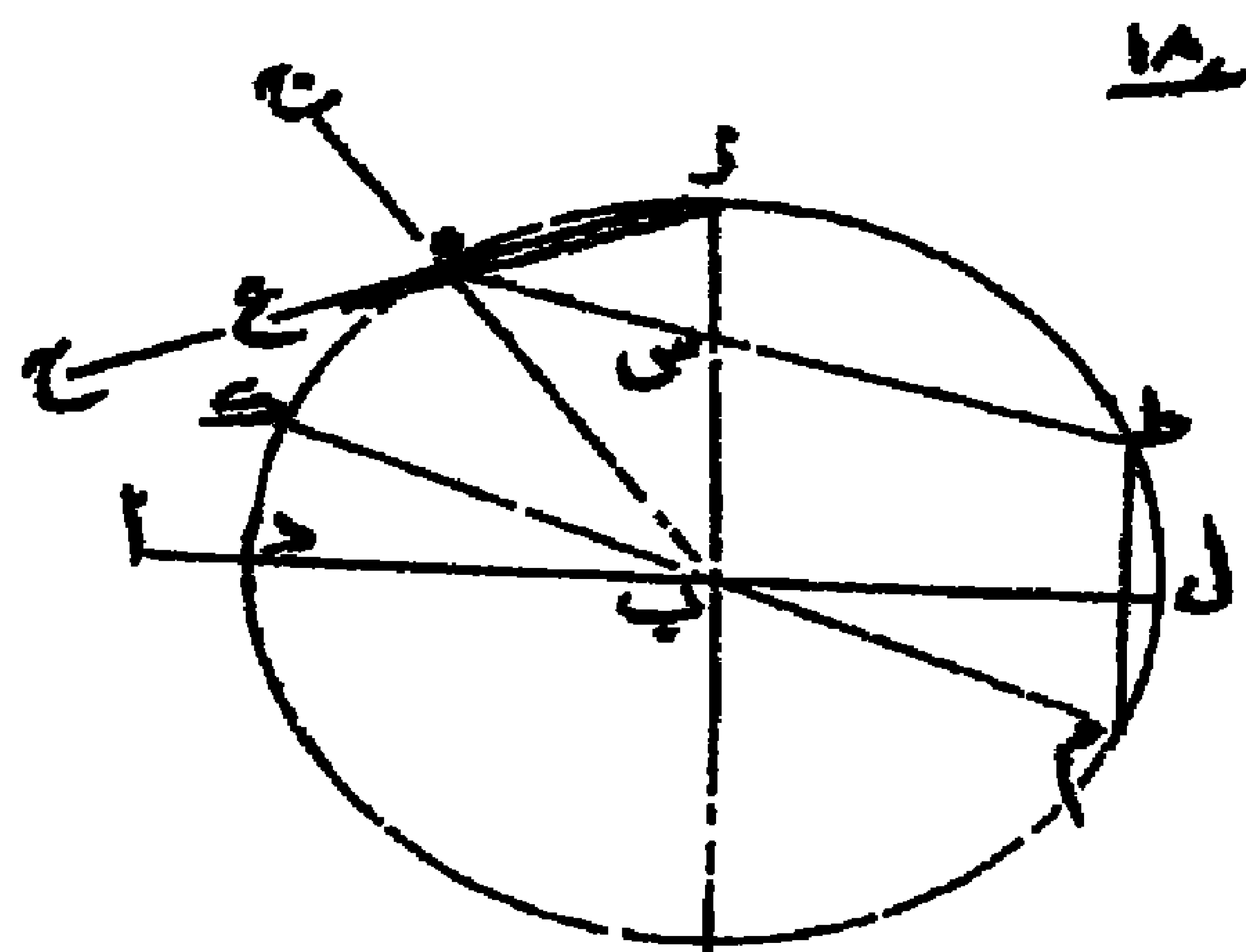
ناحية نقطة ـ ك ـ ويكون طرفه الذى عنـد ـ م ـ غير مفارق فى حركته لخط م ك ـ ويكون خط ـ م ص ـ فى حركته لا يزال مارا على نقطة ـ ج ـ من خط ـ ه ج ـ كما وصفنا من حركة خط ـ وه ـ ونتوهم ان خطى ـ و ه ـ م ص ـ فى حركتهما متوازيان ونتوهم ان على طرف خط ـ و ه ـ على نقطة ه ـ خطا قائما على خط ـ و ه ـ على زاوية قائمة مثبتا معه فى حركته ولا نجعل لهذا الخط غاية محدودة ليكون هـذا الخط لا يزال يقطع خط ـ م ص ـ عند تحرك خطى ـ و ه ـ م ص ـ فاذا تحرك خطا ـ و ه ـ م ص ـ وكانا فى حركتهما متوازيين ولزم طرفاهما خطى ـ ود ـ م ك ـ كما وصفنا فلا محالة ان الخط القائم على خط ـ و ه ـ على زاوية قائمة الذى يتحرك معه ويقطع خط م ص ـ سينتهى الى نقطة ـ ص ـ فاذا انتهى الخط القائم على ـ وه ـ الى ـ ص اثبتنا هناك خطى ـ وه ـ م ص ـ وخططنا خطى ـ ه ص ـ وم ـ ومعلوم ان خط ـ ه ص ـ يقوم من كل واحد من خطى ـ وه ـ م ص ـ على زاوية قائمة لانه هو الخط الذى جعلناه يقوم من خط ـ وه ـ على زاوية قائمة ويتحرك معه ـ حتى ينتهى الى نقطة ـ ص ـ .

فاقول ان خطى ـ د م ـ د و ـ بين مقدارى ـ ج د ـ د ه ـ نسبة ج د ـ الى ـ د م ـ كنسبـة ـ د م ـ الى ـ د و ـ وكنسبة ـ د و ـ الى د ه ـ .

برهانه ان خطى ـ وه ـ م ص ـ متوازيان متساويان وزاويتى وه ص ـ م ص ه ـ قائمتان لخط ـ وم ـ مساو لخط ـ ه ص ـ وكل واحدة من زاويتى ـ ه وم ـ ص م و ـ قائمة ولكن ـ م د ـ عمود على خط ـ وج وخط ـ ود ـ عمود على خط ـ ه م ـ فنسبة خط ـ ج د ـ الى ـ د م ـ كنسبة د م ـ الى ـ د و ـ وكنسبة ـ د و ـ الى ـ د ه ـ ولكن خط ـ ج د ـ مثل ا ـ وخط ـ د ه ـ مثل ـ ب ـ لخطا ـ د م ـ د و ـ وقمابين ـ ا ب ـ وتوالت

(١) الشكل السابع عشر ١٧ ـ .





معرفة مساحة الاشكال ص ٢٣

الشكل ١٨ في ص ٢٥ و ١٩ في ص ٢٧ ثبج دايدا اسهواً

على نسبة وذلك ما اردناه (١) .

ولكي يكون وجود ذلك بالفعل سهلا نجعل مكان خط ـ ه و ـ القائم على ـ ه ج ـ مسطرة ونجعل مكان ـ ه ج ـ مسطرة اخرى ينتظمها مع مسطرة ـ ه و ـ قطب عند نقطة ـ ه ـ مثبت في موضعه ومسطرة ـ ه و ـ يدور عليه ونخرج خط ـ ج م ـ القائم على ـ ه ج ـ على زاوية قائمة الى نقطة ـ ه ونجعل ـ ج ح ـ مثل ـ ه د ـ ونصير مكان خط ـ ج ح ـ مسطرة ينتظمها مع مسطرة ـ ه ج ـ قطب عند نقطة ـ ج ـ مثبت في موضعه ومسطرة ـ ح ج ـ يدور عليه كما تكون مسطرة ـ ه ج ـ ثابتة لا تتحرك فسطرتا ـ ه و ـ ج ح ـ يدوران على قطبي ـ ه ـ ج ـ ونمد مسطرة فيما بين نقطتي ـ و ـ ح ينتظمها مع مسطرة ـ و ـ ه ـ قطب عند نقطة ـ و ـ ومع مسطرة ـ ج ح ـ قطب عندنقطة ـ ح ـ ويكون هذان القطبان مرسلين غير مثبتين كما تدور المساطر الثلاث اعني مساطر ـ ه و ـ و ح ـ ح ج ـ على مسطرة ـ ه ج ـ المثبتة على نقطتي ه ـ ج ـ ونجعل في ظهر مسطرة ـ ه و ـ شظية دقيقة تجري على ظهرها في مجرى ونجعل وسط هذه الشظية موضوعا على خط ـ و ه ـ ونجعل طولها مثل طول مسطرة ـ ه و ـ ونجعل في طرف هذه الشظية الذي عند ـ و ـ قطبا يكون مركزه نقطة ـ و ـ ونقيم عن جنبتي ـ و د ـ سطحين يكون فضلاهما المشتركان مع فضل سطح ـ ه ح ـ موازيين لخط ـ و د ـ ونجعل هذين السطحين مماسين للقطب الذي في هذه الشظية ليكون اذا اديرت اضلاع مربع ـ ه ح ـ الثلاثة على ضلع ـ ه و ـ الثابث بقي هذا القطب بين هذين السطحين وبقي مركز القطب لازما لخط ـ و د ـ ونخرج طرف الشظية عن نقطة ـ ه ـ متباعدا عنها على استقامة الخط الذي فيما بين مركز القطب وبين نقطة ه ـ ونجعل في ظهر مسطرة ـ ج ح ـ شظية اخرى ونجري على ظهرها ونجعل ابتداء هذه الشظية من عند نقطة ـ م ـ ومنتهاها عند نقطة ـ ص ـ كيما يكون طول هذه الشظية مثل طول الشظية المركبة على مسطرة ـ ه و ـ ونجعل في

---

(١) الشكل الثامن عشر ـ ١٨

طرف هذه الشظية الذى عند ـ م ـ قطبا ونحتال فيه الحيلة التى وصفنا ليكون اذا اديرت اضلاع مربع ـ ه ح الثلاثة على ضلع ـ ه ج ـ الثابت تحرك مركز هذا القطب على خط ـ م ك ـ ودنا طرف هذه الشظية من نقطة ـ ك ثم تثبت فى الشظية المركبة على مسطرة ـ ه و ـ فى طرفها الذى عند نقطة ـ ه ـ شظية اخرى على زاوية قائمة منها يتحرك معها ونجعل هذه الشظيـة تنتهى الى الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ وتقطعها كيما اذا اديرت اضلاع مربع ـ ه ح ـ الثلاثة على ضلع ـ ه وج ـ الثـابت دائما وجب ان تكون هذه الشظية الوسطى بين الشظيتين لامحالة تقطع الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ عند طرفها .

وبالبرهان الذى قدمنا فى الخطوط فى هذا الشكل يعلم ان المساطر والشظايا التى تجرى عليها اذا اثبت فى هذا الموضع الذى انتهت فيه الشظية الوسطى الى طرف الشظية المركبة على مسطرة ـ ج ح ـ فقد تم ما اردنا ان نعمل .

(يح) لنا ان نقسم بهذه الحيلة اى زاوية شئنا بثلاثة اقسام متساوية فلتكن الزاوية ـ ا ب ج ـ وليكن اولا اقل من قائمة ونأخذ من خطى ـ ب ا ـ ب ج مقدارى ـ ب د ـ ب ه ـ متساويين ونرسم على مركز ـ ه ـ وببعد هما ـ د ه ل ـ ونخرج ـ د ب ـ الى ـ ل ـ ونقيم ـ ب ز ـ عمودا على ـ ل د ـ ونصل ه ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ لا الى غاية ونفصل من ـ ز ح ز ع ـ مثل نصف قطر الدائرة فاذا توهمنا ان ـ ز ح ـ يتحرك الى ناحية نقطة ـ ل ـ ونقطة ـ ز ـ لازمة للمحيط فى حركتهـا وخط ـ ز ه ح ـ فى حركته لا يزال ـ يمر عـلى نقطة ـ ه ـ من دائرة ـ د ه ل ـ وتوهمنا نقطة ـ ز ـ لا يزال يتحرك حتى تصير نقطة ـ ع ـ على خط ـ ب ز ـ وجب حينئذ ان تكون القوس التى بين الموضع الذى انتهت اليه نقطة ـ ز ـ وبين نقطة ـ ل ـ هى ثلث قوس ـ د ه و الزاوية التى يوترها هذه القوس ثلث زاوية ـ د ب ه ـ

برهانه ليكن الموضع الذى انتهت اليه ـ ز ـ نقطة ـ ط ـ ونخرج ـ

ط ه ـ يقطع ـ ب ز ـ على ـ س ـ فخط ـ ط س ـ مساو لنصف قطر الدائرة لكونه مساويا ـ لز ع ـ ونخرج من المركز قطرا يوازى ـ ط ه ـ وهو ـ م ب ك ـ ونخرج ـ م ط ـ فط س ـ مساويا وموازيا ـ لم ب ـ و ـ م ط ـ موازيا ومساويا ـ لب س ـ و ـ ب س ـ عمود على ـ ل د ـ فم ط ـ عمود على ـ ل د ـ ولذلك يكون منصفا بالقطر ويكون ـ م ل ـ مثل ـ ل ط ـ و ـ د ك ـ مثل ـ م ل ـ و ـ م ط ـ مساو ـ لط ه ـ فد ك ـ مثل نصف ـ ك ه ـ وثلث ـ د ه ـ وزاوية ـ ك ب د ـ ثلث زاوية ـ ا ب ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

ويحرك بالحيلة المذكورة ـ ز ح ـ على ان يتحرك ـ ز ـ على المحيط لايفارقه ولا يزال يمر خط ـ ز ح ـ فى حركته على نقطة ـ ه ـ حتى تقع نقطة ع ـ على خط ـ ب ز ـ ويتم المطلوب وان كانت الزاوية منفرجة نصفناها وثلثنا النصف فيكون ثلثاه ثلث المنفرجة .

ينبغى لنا ان نصف بعد ذلك تقريب ضلع المكعب لينطبق به عند الحاجة ونعمل فى ذلك بالوجه الذى لا تقريب ابلغ منه .

اعنى اذا اردنا ان تكون بينه وبين الحقيقة مثلا اقل من دقيقة او من ثانية قدرنا عليه والعمل فيه ان صير المكعب الى اجزائها ثوالث اوسوادس اوتواسع اوغير ذلك ثم نطلب مكعبا مساويا لذلك العدد ان كان والا طلبنا اقرب مكعب اليه واذا وجدناه حفظنا ضلعه فان كانت الاجزاء ثوالث فهو دقائق وان كانت سوادس فهو ثوانى وعلى هذا القياس امر المسائل .

وكل ما وصفنا فى كتابنا فانه من عملنا الا معرفة المحيط من القطر فانه من عمل ارشميدس والا معرفة وضع مقدارين بين مقدارين لتتوالى على نسبة واحدة فانه من عمل مانالاوس كما مر ذكره والحمد لله وحده .

(١) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ .

تم الكتاب – وفرغ المصنف رحمه الله منه فى – ز ب يزح – خنج والناسخ من نسخه يوم الاحد الخامس من شوال السنة المذكورة فى مدينة تبريز حامدا ومصليا وهو مقبول بن اصيل الرومى القبرشهرى(١) .

(٢) برهان آخر على الشكل السابع من كتاب بنى موسى وهو الطريق العام لمساحة المثلثات اظنه للخازن وهو هذا

كل مثلث اذا ضرب نصف مجموع اضلاعه فى فضله على احدها ثم فى فضلـه على الضلع الثانى ثم فى فضله على الضلع الثالث ويؤخذ جذر المبلغ فيكون تكسير المثلث .

برهانه ليكن المثلث – اب ح – ونعمل فيه دائرة – ده ز – على مركز – ح – ونصل بين المركز وبين نقط التماس بخطوط – ح د – ح ه – ح ز – فتكون اعمدة عـلى الاضلاع متساوية ويكون – ح ه – ج ز – متساويين وكذلك ب د – ب ه – وكذلك – اد – ا ز – ونخرج – ج ب – ونجعل – ب د ا – مثل – د – فخـط – ج ط – مثل نصف الاضلاع و – ط ب – فضله عـلى ضلع – ب ج د – و – ب ه – فضله على ضلع – اج – و – ه ج – فضله على ضلع – اب .

وحـاصل الدعوى ان سطح – ط ج – فى – ط ب – فى – ب ه – فى – ه ج – مسـاو لمربع تكسير المثلث الذى هو سطـح – ح ه – فى – ط ج – فنخرج من – ب – عمود – ب ل – على – ج ب – ومن – ح – عمود – ح د – على – ج ح – ونخرجهما الى ان يتلاقيا على – ل – نصل – ج ل – ولـكون زاويتى – ج ح ل – ج ز ل – قائمتين يقع ذو اربعة اضلاع – ج ح – ب ل – فى دائرة يكون قطرها – ج ل – وتكون لذلك زاويتا – ج ح ب – ج ل ب – المتقابلتين كقائمتين ولكن زاوية – ج ح ب

(١) كذا فى – ر وفى – صف – والكاتب من نسخه – ز ب – ذى القعدة سنة د – لط ( ) من هنا الى آخره من – ر – وليس فى – صف .

مع زاوية ـ ا ح د ـ كقائمتين لأنهما نصفا الزوايا الستة المحيطة بنقطة ـ ح ـ التي هي كاربع قوائم فتكون لذلك زاوية ـ ا ح د ـ مساوية لزاوية ج ل ب ـ وكانت زاويتا ـ ج ب ل ـ ج د ا ـ قائمتين فمثلث ـ ج ب ل ـ تشبه مثلث ـ ح د ا ـ فنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ا د ـ اعنى ـ ب ط ـ كنسبة ـ ب ل ـ الى ـ د ح ـ اعنى ـ ج ح ـ كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ د ه ـ واذا ركبنا كانت نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط ب ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ط ـ واذا صيرنا ـ ج ط ـ ارتفاعا مشتركا للاولين و ـ ه ج ـ ارتفاعا مشتركا للاخيرين كانت نسبة مربع ـ ج ط ـ الى ـ ج ط ـ فى ـ ط ب كنسبة ـ ب ه ـ فى ـ ه ج ـ الى ـ ه ك ـ فى ـ ه ج ـ اعنى مربع ـ ه ح وضرب مربع ـ ج ط ـ الاول فى مربع ـ ه ح ـ الرابع كضرب ـ ج ط فى ـ ط ب ـ فى ـ ب ه ـ فى ـ ه ج ـ ولأن نسبة مربع ـ ج ط ـ الى ضرب ـ ج ط ـ فى ـ ه ح ـ الى ـ ه ح ـ لكون ضرب ـ ج ط ـ فى ـ ه ح ا ـ مفرطا فى النسبة بين مربعى ـ ج ط ـ ه ح ـ ويكون لذلك ضرب مربع ـ ج ط ـ فى مربع ـ ه ح ـ المساوى لضرب ـ ج ط ـ فى ـ ط ب ـ فى ـ ب ه ـ فى ـ ه ج ـ مساويا لضرب مربع ـ ج ط ـ فى ـ ه ح ـ الذى هو التكسير وذلك ما اردناه (١) .

(تمت الرسالة بعون الله وحسن توفيقه)

فالحمد لله تعالى اولا وآخرا والصلوة

على رسوله ظاهرا وباطنا وآله

الاطهار واصحابه الاخيار

---

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ .

كتاب المفروضات

لثابت بن قرة

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسي المتوفى
في ذي الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لا زالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب المفروضات

لثابت بن قرة الحرانى الصابى

وهى ستة وثلاثون شكلا وفى بعض النسخ اربعة وثلاثون شكلا على الترتيب المثبت بالارقام السود على الحاشية ولم يكن فيه شكل ــ د ــ ولا شكل ــ كج .

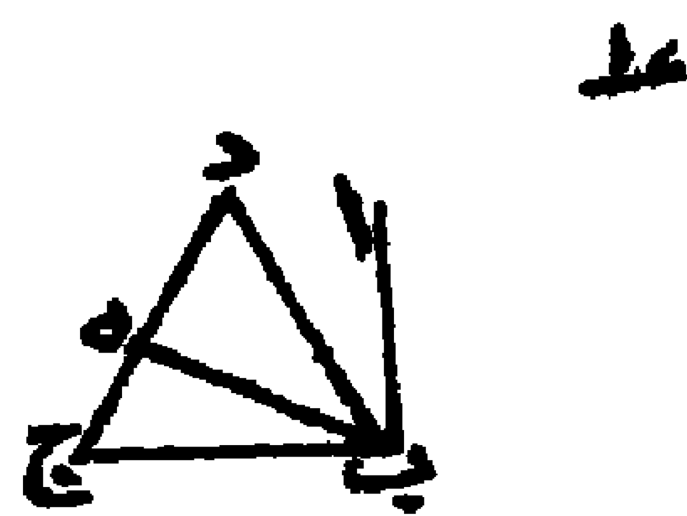
(ا) نريد ان مثلث زاوية ــ ا ب ج ــ القائمه فلنعمل على ــ ب ج ــ مثلث ــ د ب ج ــ متساوى الاضلاع وننصف زاوية ــ د ب ج ــ بخط ب ه ــ فقد عملنا وذلك ان كل واحدة من زوايا ــ ا ب د ــ د ب ه ــ ه ب ج ــ ثلث قائمة وذلك ما اردناه (١) .

(ب) نريدان نقسم خط ــ ا ب ــ ثلاثة اقسام على ان يكون مربعا الطرفين متساويين لمربع الوسط فنعمل كل واحد من زاويتى ــ ب ا ج ــ ا ب ج ربع قائمة(ونخرجهما الى ان يلقيا على ــ ج ــ وكل واحدة من زاويتى ــ ا ج د ب ج ه ــ ايضا ربع قائمة وتم بذلك ما اردناه.

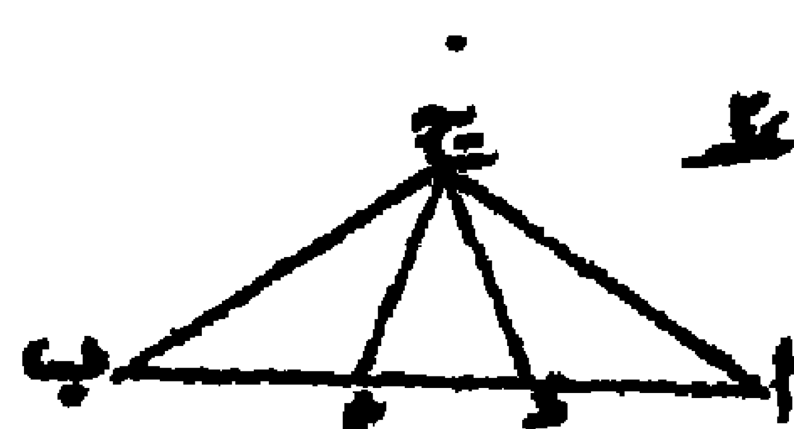
وذلك لانه لما كانت زاويتا ــ ا ب ز ــ ربعى قائمة ــ ٢) بقيت زاوية

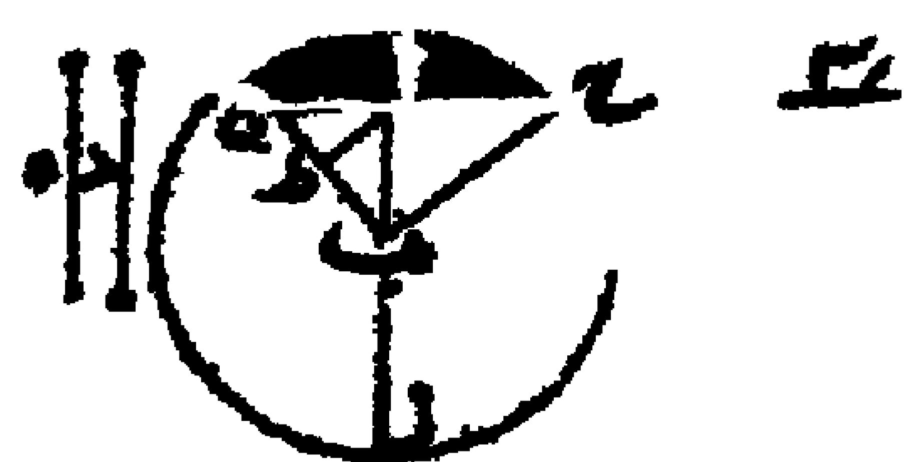
---

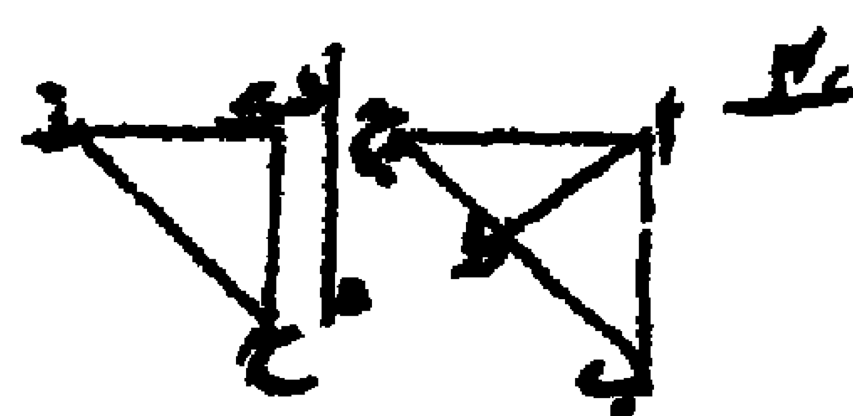
(١) الشكل الواحد ــ ١ ــ (٢) بين القوسين سقط من صف .

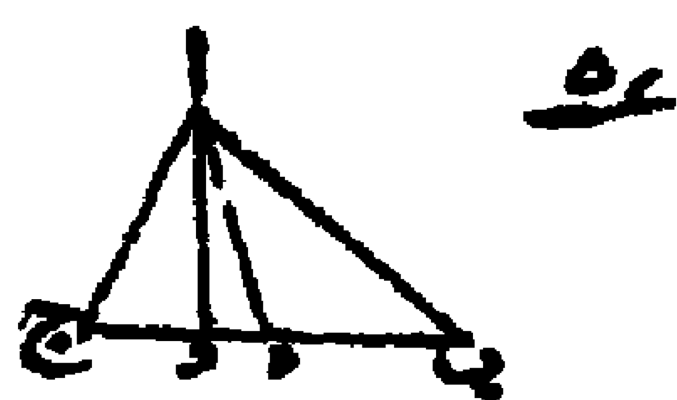


المفروضات صـ٢


ج
ب
ه
د
ا


ح
ب


ا
ج
ب
ح


ا
ج
د
ه
ب

اج ب ـ قائمة ونصف وتذهب منها زاوية ـ ا ج د ـ ب ج ه ـ ربعين فتبقى زاوية ـ د ج ه ـ قائمة ومربعا ـ د ج ـ ج ه ـ كربع ـ د ه ـ ولكن د ا ـ د ج ـ متساويان لتساوى زاويتى ـ د ا ج ـ د ج ا ـ وكذلك ـ ه ج ـ ه ب ـ فاذا مربعا ـ ا د ـ ه ب ـ مساويان لمربع ـ د ه ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ج) نريد ان نخرج من زاوية ـ ا ـ من مثلث ـ ب ا ج ـ خطا يقسم ب ج ـ بقسمين تكون نسبته الى احد القسمين مثلا الى الذى يلى ـ ج ـ كنسبة د ـ الى ـ ه ـ فنجعل نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ د ـ الى ـ ه وندير على مركز ـ ب ـ وببعد من ـ ب ز ـ دائرة ـ ز ح ـ ونخرج ـ ج ا اليها فيلقاها على ـ ح ـ ونصل ـ ب ح ـ ونخرج ـ ا ط ـ موازيا ـ لب ح فقد عملنا وذلك لان نسبة ـ ب ز ـ اعى ـ ب ح ـ الى ـ ب ج ـ التى هى كنسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ هى كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(د) وبوجه آخر ولتكن النسبة كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ز ح ـ ونعمل على ز ـ زاوية مثل زاوية ـ ج د ـ (٣) .

(ه) ليكن فى مثلث ـ ا ب ج ـ قاعدة ـ ب ج ـ اطول من ضلع ـ ا ج ونريد ان نخرج من ـ ا ـ خط ـ ا د ـ الى ـ ب ج ـ على ان يكون ـ ا د د ج ـ معا مثل ـ ب د ـ فلننصف ـ ب ج ـ على ـ ه ـ ونصل ـ ا ه ـ ونخرج فى مثلث ـ ا ه ج ـ ا ذ ـ على ان يكون ضعف ـ د ه ـ على الوجه المبين فى الشكل المقدم ونفصل ـ ه ز ـ مثل ـ ه د ـ فيبقى ـ ب ز ـ مثل ـ د ج ـ ويكون ـ ا د ـ ز د ـ متساويين لكون كل واحد منهما ضعف ـ ه د ـ فاذا يكون جميع ـ ا د ـ د ج ـ مساويا ـ لب د ـ وذلك ما اردناه (٤) .

(و) نريد ان نخرج فى مثلث ـ ا ب ج ـ من زاوية ـ ا ـ خط ـ ا د

(١) الشكل الثانى ـ ٢ ـ (٢) الشكل الثالث ـ ٣ ـ (٣) الشكل الرابع ـ ٤

(٤) الشكل الخامس ـ ٥ ـ .

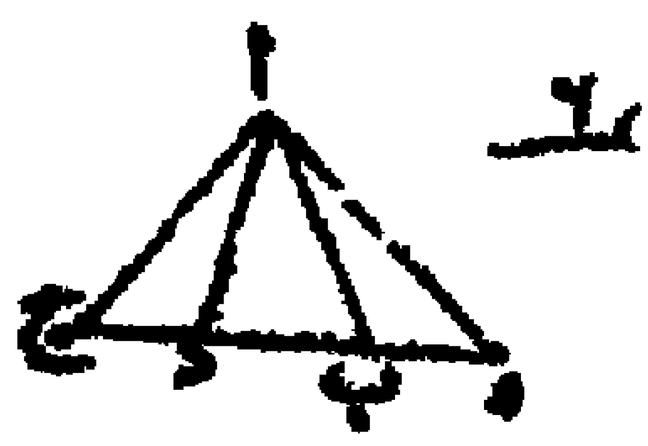
الى ـ ب ج ـ على ان يكون ـ ا د ـ د ج ـ معا مثل ـ د ب ـ ب ا ـ معا فلنخرج ـ ج ب ـ ونجعل ـ ب ه ـ مثل ـ ب ا ـ ونصل ـ ا ه ـ فيصير فى مثلث ـ ا ه ج ـ قاعدة ـ ه ج ـ اطول من ضلع ـ ا ج ـ ونخرج من ـ ا خط ـ ا د ـ على ان يكون ـ ا د ـ د ج ـ معا مثل ـ د ه ـ بالوجه المبين فى الشكل المتقدم فيكون اذا ـ ا د ـ د ج ـ مساويا ـ لد ب ـ ب ا ـ وذلك ما اردناه (١) .

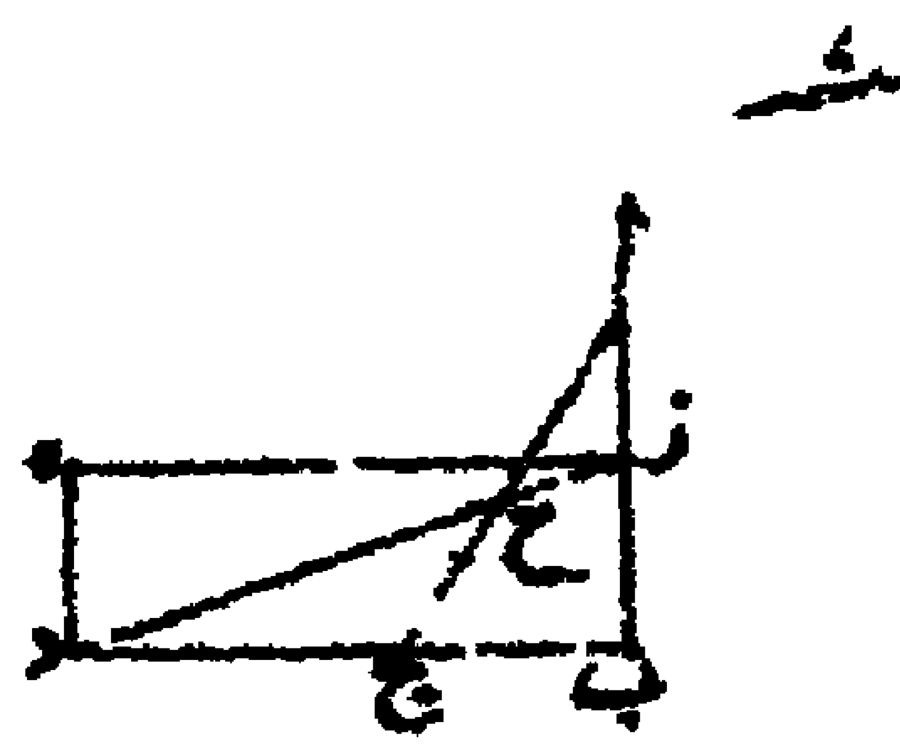
(ز) مثلث ـ ا ب ج ـ اخرج ضلع ـ ب ج ـ منه الى نقطة ما وهى ـ د ونريد ان نخرج من ـ د ـ خطا الى ـ ا ب ـ يحيط مع ـ د ب ـ ومع القسم الذى يلى ـ ب ـ من ـ ا ب ـ بمثلث مساو لمثلث ـ ا ب ج ـ فليضف الى ـ ب د فى جهة ـ ا ـ سطحا متوازى الاضلاع مساويا لضعف مثلث ـ ا ب ج وزاويته مساوية لزاوية ـ ب ـ وليكن ذلك سطح ـ ب د ه ز ـ ونصل ـ د ز فهو المطلوب لأن مثلث ـ د ز ب ـ يساوى مثلث ـ ا ب ج ـ لكون السطح مساويا لضعف كل واحد منهما وذلك ما اردناه (٢) .

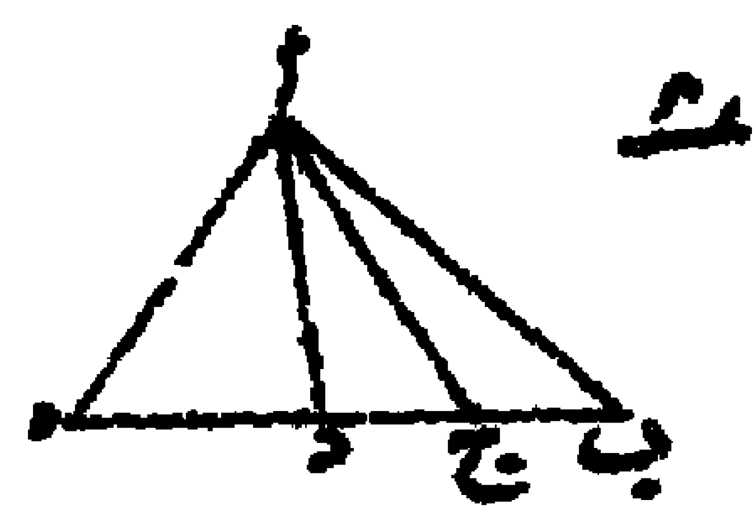
(ح) نريد ان نخرج من نقطة ـ ا ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ خطى ـ ا د ـ د ج ـ على ان يكونا مساويين لخطى ـ ا ج ـ ج ب ـ فيكون ـ ج د ـ على استقامة ـ ج ب ـ فلنخرج ـ ب ج ـ ونجعل ـ ج ه ـ مثل ـ ا ج ـ ج ب ونصل ـ ا ه ـ ونعمل على ـ ا ـ منه زاوية مثل زاوية ـ ه ـ وهى زاوية ـ ه ا د ـ فيكون لذلك ـ د ا ـ مساويا ـ لد ه ـ فجميع ـ ا د ـ د ج ـ مساو لجميع ا ج ـ ج ب ـ وذلك ما اردناه (٣) .

(ط) نريد ان نخرج فى مثلث ـ ا ب ج ـ خطين ينصف احدهما الآخر ونفصل الآخر منه ثلاثة مثلا فلننصف ـ ا ب ـ على ـ د ـ و نفصل ـ ا ه ـ ثلث ـ ا ج ـ ونخرج ـ د ز ـ موازيا ـ لا ج ـ و ـ ه ز ـ موازيا ـ لا ب وليلتقيا على ـ ز ـ ونصل ـ ب ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ و ـ د ج ـ ونخرجه الى

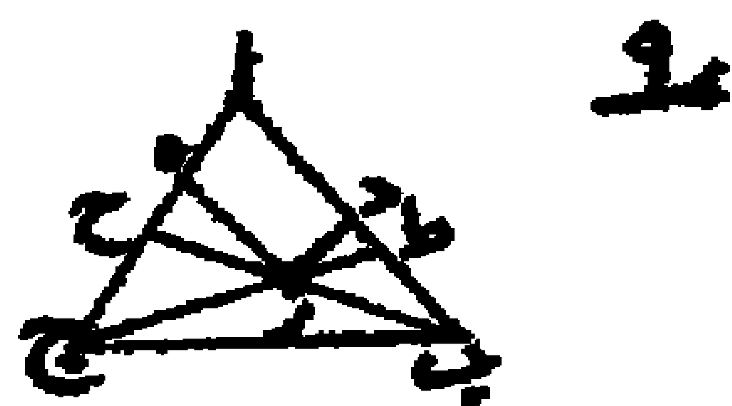
(١) الشكل السادس ـ ٦ ـ (٢) الشكل السابع ـ ٧ ـ (٣) الشكل الثامن ـ ٨ ـ

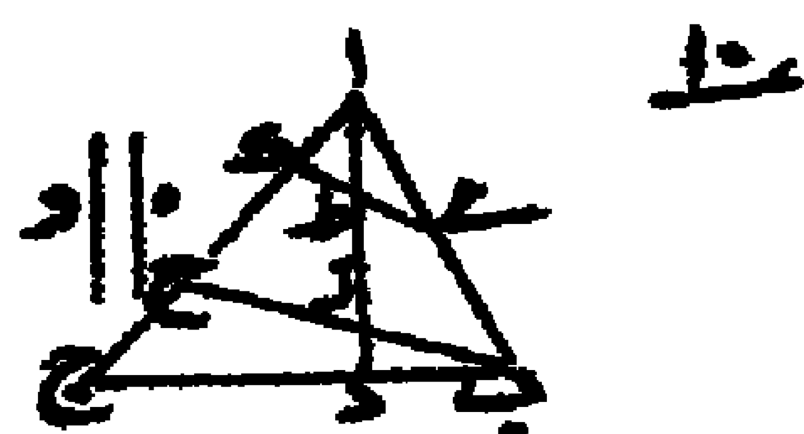






المعروضات صح


٩
ا
ه
ح
ط
ز
ج
ب


١٠
ا
ه
ز
ط
ح
و
ج
د
ب

ط بب ـ فهيا ما اردناه .

وذلك لأن فى مثلث ـ ب اح ـ نسبة ـ ب ح ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ه ب ا ـ الى ـ د ا ـ وفى مثلث ـ ج ا ط ـ نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط ز كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ه ـ فاذا قد نصف ـ ب ح ـ لج ط ـ و فصل من ج ط ـ ط ز ـ يليه ـ بب ح ـ وكذلك فى سائر النسب وذلك ما اردناه (١) .

(ى) نفرض مثلث ـ ا ب ج ـ ونخرج فيه ـ ا د ـ كيف كان ونريد ان نخرج فيه خطا مثل خط ـ ى ط ك ـ على ان يكون ـ ى ط ـ مثل خط ـ ه ـ مثلا و ـ ط ك ـ مثل خط ـ و ـ فلنخرج ـ ب ح ـ على ان تكون نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ مثل نسبة ـ ه ـ الى ـ و ـ وذلك بان نقسم ـ ب ا ـ على تلك النسبة ونخرج من موضع القسمة خطا موازيا ـ لج ا ـ وليقع على نقطة ـ ز ـ من خط ـ ا د ـ ونصل ـ ب ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ فتكون نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ه ـ الى ـ و ـ فان كان ـ ب ح ـ اطول من ـ ه و ـ جميعا كانت المسئله ممكنة والا فلا .

ثم لنجعل ـ ب ز ـ الى ـ ه ـ كنسبة ـ ز ا ـ الى ـ اط ـ ونخرج من ـ ط ـ خطا موازيا ـ لب ح ـ وهو ـ ى ط ك ـ فهو المراد وذلك لأن نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ى ط ـ كنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ط ـ وكانت نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ى ط ـ الى ـ ط ك ـ وكنسبة ـ ه ـ الى ـ و ـ و ـ ى ط ـ مثل ـ ه ـ و ـ ط ك ـ مثل ـ و ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(يا) لنخرج فى دائرة ـ ا ب ج ـ وترما ـ كا ج ـ ونريد ان نخرج فى وس ـ ا د ج ـ خطى ـ ا د ـ د ج ـ على نسبة خطى ـ ه ز ـ ح ط ـ فنعمل لى ـ ه ـ من ـ ه ز ـ زاوية مثل الزاوية التى تقع فى قطعة ـ ا ج د ـ ونفصل ك ـ مثل ـ ه ط ـ ونصل ـ ز ك ـ ونعمل على ـ ا ـ من خط ـ ا ج ـ اوية ـ ج ا ط ـ مثل زاوية ـ ك ز ه ـ وعلى ـ ج ـ منه زاوية ـ ا ج د ـ

(١) الشكل التاسع ـ ٩ (٢) الشكل العاشر ـ ١٠ .

مثل زاوية ــ ز ك ه ــ فيجب ان يتلاقى الخطان على مثل ــ د ــ من المحيط والا فليتلاقيا على مثل ــ ل ــ اما خارجا واما داخلا ولنقطع ــ ا ل ــ المحيط على ــ م ــ ونصل ــ ج ل ــ ج م ــ فمثلثا ــ ا ل ج ــ ز ه ك ــ متشابهان وزاوية ا ل ج ــ مثل زاوية ــ ه ــ اعنى زاوية ــ ا م ج ــ فزاويتا ــ ا ل ج ــ ا م ج ــ الداخلة والخارجة متساويتان هذا خلف وعند تلاقيهما على ــ ه ــ اعنى المحيط وكون المثلثين متشابهين يجب ان تكون نسبة ــ ا د ــ الى ــ د ج ــ كنسبة ــ ه ز ــ الى ــ ه ك ــ اعنى نسبة ــ ه ز ــ الى ــ ح ط ــ وذلك ما اردناه (١) .

(يب) قطر ــ ا ب ــ فى دائرة ــ ا ب ج ــ و نقطة ــ ج ــ على محيطها مفروضان ونريد ان نخرج من نقطة ــ ج ــ وترا بقطعة القطر على نسبة ــ د ه ــ فلنصل ــ ج ب ــ ونخرجه ونجعل نسبة ــ ج ب ــ الى ــ ب ز ــ كنسبة د ــ الى ــ ه ــ ونخرج من ــ ز ــ خطا يوازى ــ ب ا ــ فان لم تلق الدائرة كانت المسئلة غير ممكنة واذ لقيها فليلقها على ــ ح ــ ونصل ــ ج ح ــ وهو المطلوب وليقطع ــ ا ب ــ ج ح ــ على ــ ط ــ فلان نسبة ــ ج ب ــ الى ــ ب ز ــ كنسبة ــ د ــ الى ــ ه ــ تكون نسبة ــ ج ط ــ الى ــ ط ح ــ ايضا كذلك وذلك ما اردناه (٢) .

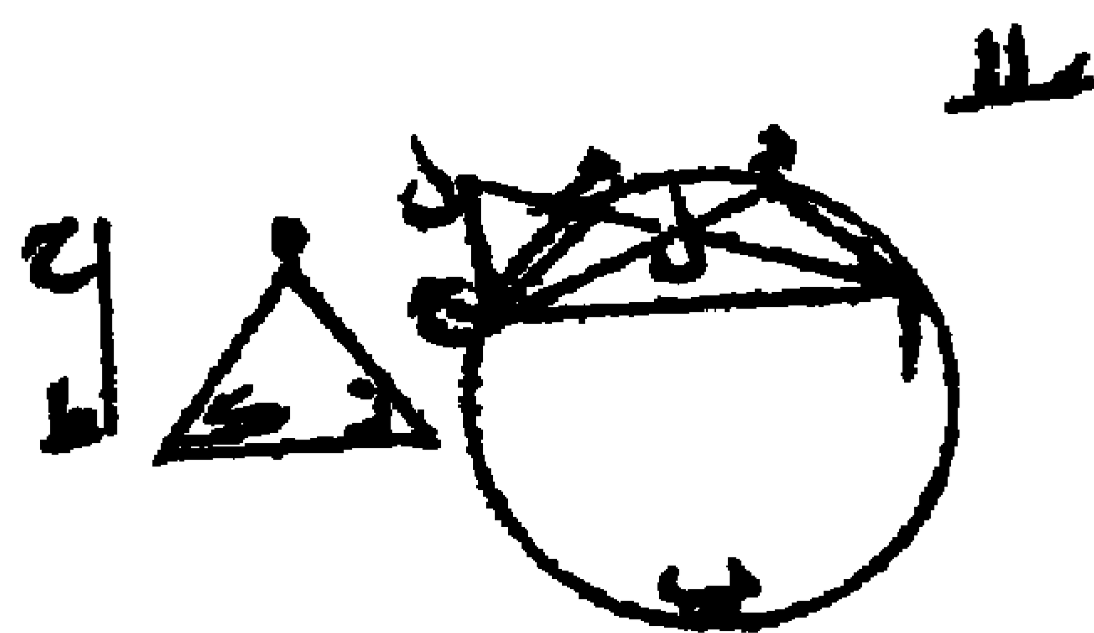
(يج) خط ــ ا ب ــ قسم على ــ ج ــ وفصل من ــ ا ج ــ الاطول مثل ب ج ــ الاقصر وهو ــ ج د ــ ففصل ــ ا د ــ نقول فسطح ــ ا ب ــ فى ــ ا د ــ يساوى مربع ــ ا د ــ وسطح ــ ا د ــ فى ــ د ج ــ مرتين وذلك لان سطح ــ ا ب ــ فى ــ اد ــ تساوى سطوح اقسام ــ اد ــ د ج ــ ج ب ــ فى ــ اد ــ وهى مربع ــ اد ــ وسطح ــ اد ــ فى ــ د ج ــ مرتين وذلك ما اردناه (٣) .

اقول وقد تبين من ذلك انه اذا قسم خط كخط ــ ا ب ــ مثلا على ــ ج كان الفصل بين مربع القسمين مساويا لسطح جميع الخط فى الفصل بين القسمين وانه اذا كان اثنان من هذه الثلاثة معلومين كان الآخر ايضا معلوما .

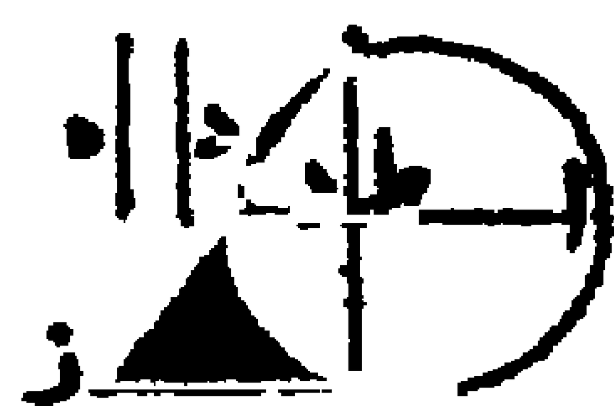
---

(١) الشكل الحادى عشر ــ ١١ (٢) الشكل الثانى عشر ــ ١٢ (٣) الشكل الثالث عشر ــ ١٣ .

ع١١



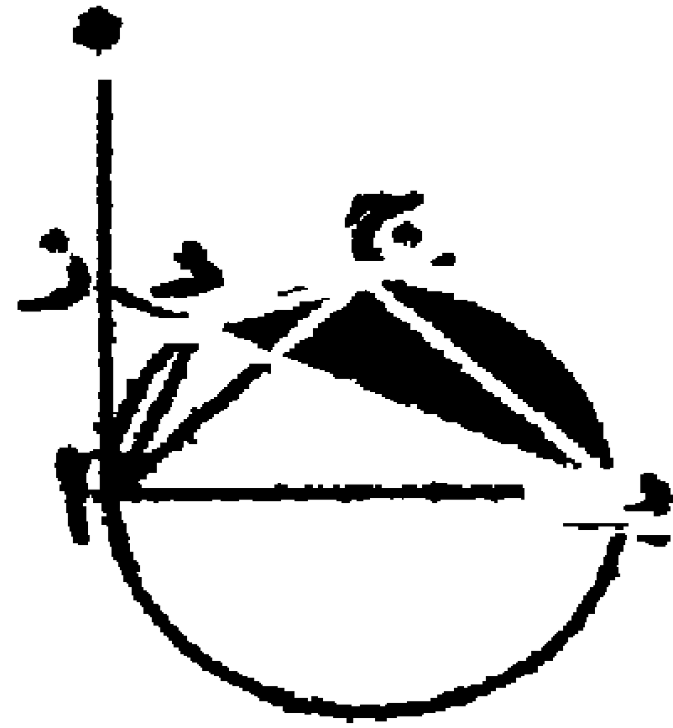
ع١٢



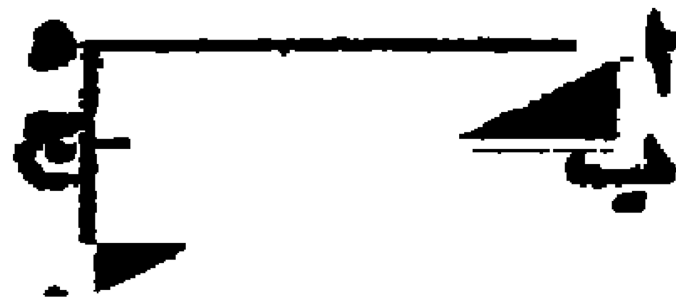
ع١٣

د ح ب

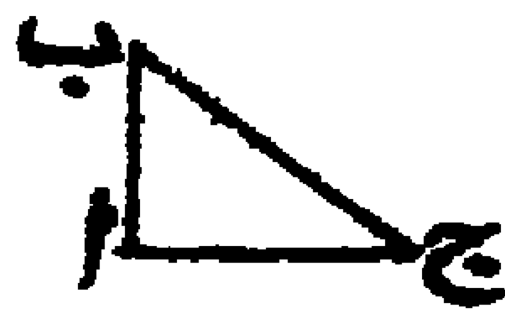
١٤



١٥



١٦



المفروضات صـ ك

(يد) قطر ـ ا ب ـ فى دائرة ـ ا ب جـ ـ ووتر ـ جـ د ـ مفروضان واخرج من ا ـ خط ـ ا ه ـ مماسا للدائرة واخرج خطا ـ ب جـ ـ ب د ـ الى تقطع ه ـ ز ـ نقول فمثلثا ـ ب جـ د ـ ب ز ه ـ متشابهان فلنصل ـ د ا ـ فلكون كل واحدة من زاويتى ـ ب ا د ـ د جـ ه ـ مع زاوية ـ ب جـ د ـ كقائمتين تكون زاوية ـ ب ا د ـ مساوية لزاوية ـ د جـ ه ـ ولكون زاوية ـ ب فى مثلثى ـ ا ب د ـ ز ب ا ـ مشتركة وزاويتى ـ ب ا ز ـ ب د ا ـ قائمتين تبقى زاوية ـ ب ا د ـ مساوية لزاوية ـ ب ز ا ـ فزاوية ـ ب ز ا ـ مساوية لزاوية ـ د جـ ه ـ وتبقى زاوية ـ ب جـ د ـ مساوية لزاوية ـ ب ز ه ـ وتصير فى مثلثى ـ ب جـ د ـ ب ز ه ـ زاويتا ـ ب جـ د ـ ب ز ه ـ مساويتين وزاويتا ـ ب ـ واحدة فاذا المثلثان متشابهان (١).

وبوجه آخر نصل ـ ا جـ ـ فلأن فى مثلثى ـ ا ب جـ ـ ه ب ا ـ زاوية ـ ب ـ مشتركة وزاويتى ـ ا جـ ب ـ ه ا ب ـ قائمتان تبقى زاوية ـ ب ا جـ ـ مثل زاوية ـ ب ه ا ـ ولكن زاوية ـ ب ا جـ ـ مثل زاوية ب د جـ ـ فاذا فى مثلثى ـ ب د جـ ـ ب ه ز ـ زاويتا ـ د ـ ه ـ متساويتان وزاوية ـ ب ـ مشتركة فهما متشابهان وذلك ما اردناه.

(يه) خطا ـ ا ب ـ جـ د ـ عمود ان خرجا من طرفى خط ـ ب جـ ـ فى الجهتين وجميعهما معلوم ووصل ـ ا د ـ فهو ايضا معلوم ولنخرج ـ ا ه ـ موازيا ـ لب جـ ـ و ـ جـ د ـ الى ان يلقاه على ـ ه ـ و ـ ه جـ ـ اعنى ا ب ـ معلوم بالجميع ـ ه د ـ معلوم و ـ ا ه ـ اعنى ـ ب جـ ـ معلوم وزاوية ـ ه ـ قائمة ـ فا د ـ معلوم وذلك ما اردناه (٢).

(يو) مثلث ـ ا ب جـ ـ قائم الزاوية متساوى الساقين فان كانت قاعدة ـ ب جـ ـ معلومة فكل واحد من الساقين معلوم وبالعكس وذلك ما اردناه (٣).

---

(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ (٢) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ (٣) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ

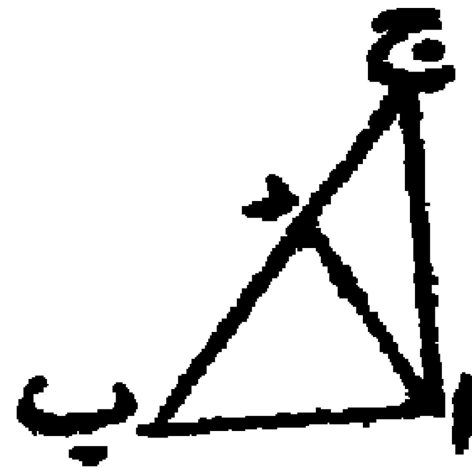
(يز) مثلث ـ اب ج ـ زاوية ـ اـ منه قائمة وزاوية ـ ج ـ ثلث قائمة فان كان ضلع منه معلوما كان باقي الاضلاع معلوما فليكن اولا ـ ب ج ـ معلوما ونعمل على ـ اـ زاوية ـ ب ا د ـ ايضا ثلثي قائمة فتكون زاوية ـ ا د ب ـ ايضا ثلثي قائمة ويكون مثلث ـ ا ب د ـ متساوي الاضلاع وتبقى زاوية ـ ج ا د ثلث قائمة يكون ـ ب ـ ثلثي قائمة مثل زاوية ـ ج ـ ويكون ـ ا د ـ د ج ـ ايضا متساويين ـ فد ج ـ د ب ـ متساويان وـ ا ب ـ لكونه مثل كل واحد منهما معلوم ـ فاج ـ معلوم ثم ليكن ـ ا ب ـ معلوما فيكون ـ ج ب ـ ضعفه ويصير منهما ـ ا ج ـ معلوما وايضا ليكن ـ ا ج ـ معلوما فلكون مربع ـ ب ج ـ اعني اربعة امثال مربع ـ ا ب ـ مساويا لمربعي ـ ا ب ـ ا ج ـ يكون مربع ـ ا ج ـ المعلوم ثلاثة امثال مربع ـ ا ب ـ فا ب ـ معلوم وكذلك ـ ب ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يح) خط ـ ب ج ـ نخرج من احد طرفيه ـ ب ا ـ على نصف قائمة ـ وـ ج ح ـ من الطرف الآخر على قائمة والثلاثة معلومة ووصل ـ ا ح ـ فهو معلوم ولنخرج ـ ا ح ـ عمودا على ـ ب ج ـ فيكون مثلث ـ ا ب ه ـ قائم الزاوية متساوي الساقين ولذلك يكون ـ ب ه ـ معلوما ويبقى ـ ه ج ـ معلوما ـ وـ د ا ه ـ ايضا يكون معلوما ـ فا ح ـ معلوم وايضا ان كانت خروج ـ ب ا ـ على ثلث قائمة او ثلثي قائمة يكون لمثل ما مر ـ ا ه ـ ه ج ـ معلومين ـ فا ح ـ معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

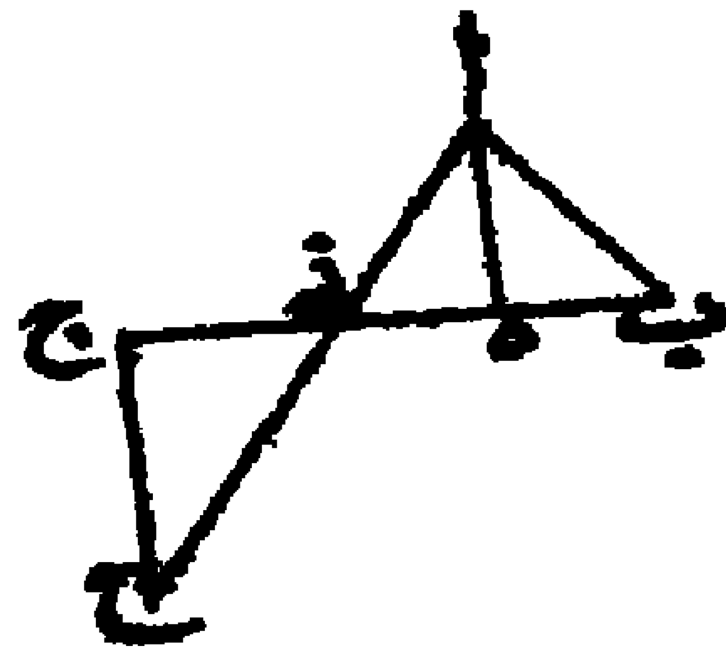
(يط) ذو اربعة اضلاع ـ ا ب ـ ج د ـ اضلاعه وقطره الذي عليه ـ ا ج معلوم فقطره الآخر معلوم ولنخرج من نقطتي ـ ب ـ د ـ عمودي ـ ب ه ـ د ز ـ على ـ ا ج ـ فلكون مثلث ـ ا ب ج ـ معلوم الاضلاع يكون عمود ب ه ـ مسقط حجر ـ ج ه ـ ا وـ ه ا ـ معلومين ويكون مثلث ـ ا ج د ـ ايضا معلوم الاضلاع يكون عمود ـ د ز ـ وخط ـ ا ز ـ معلومين ويبقى من ـ ا ه ـ

(١) الشكل السابع عشر ١٧ ـ (٢) الشكل الثامن عشر ١٨ ـ

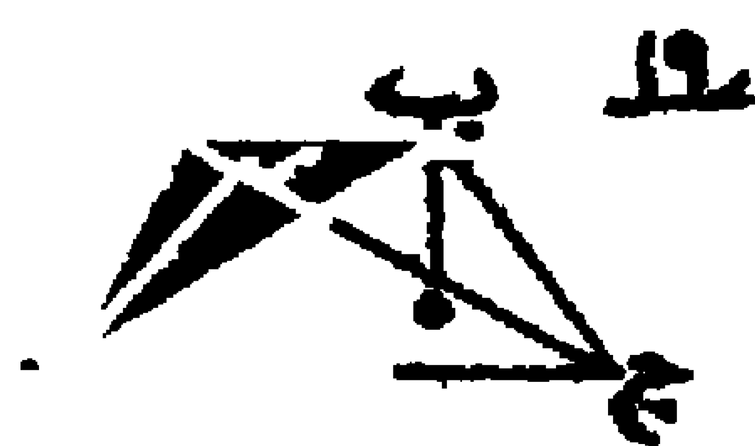
ش١٧

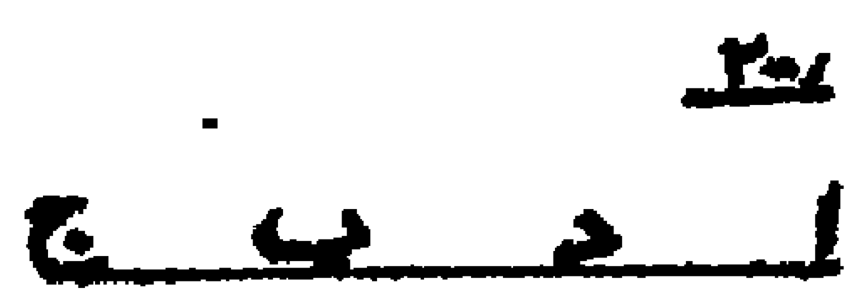


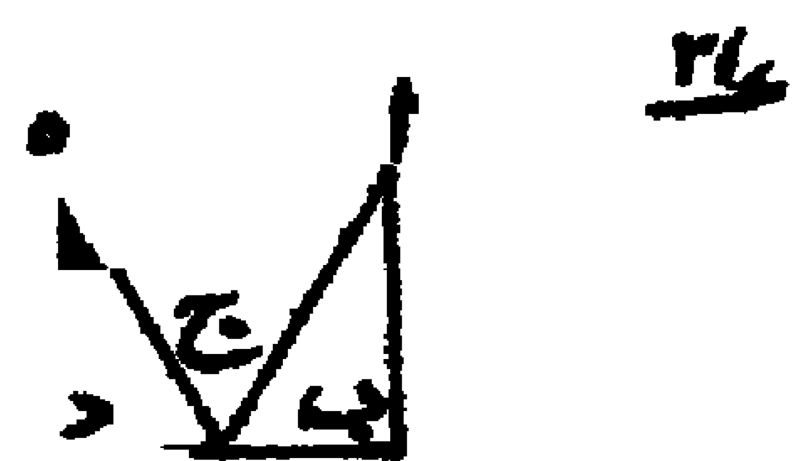
ش١٨

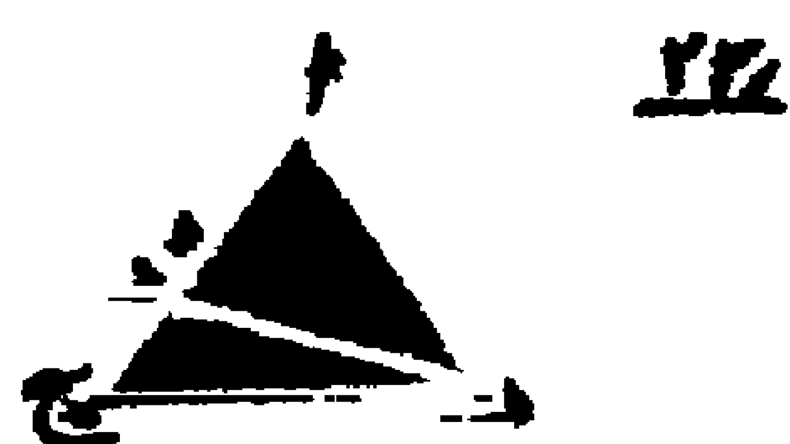


المفروضات ص









المفروضات صرف

المعلوم ـ ه ز ـ معلوما ولكون ـ ب ه ـ ه ز ـ ز د ـ جميعا معلومة يكون قطر ـ ب د ـ معلوما وذلك ما اردناه (١) .

(ك) خط ـ ا ب ـ معلوم وزيد فيه ـ ب ج ـ وكان سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ معلوما فكل واحد من ـ ا ج ـ و ـ ج ب ـ معلوم ولننصف ا ب ـ على ـ د ـ فلأن سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ ومربع ـ ب د ـ معلومين يكون مربع ـ د ج ـ بل ـ د ج ـ معلوما ـ و د ب ـ معلوم ـ فب ج ـ معلوم وكان ـ ا ب ـ معلوما ـ فا ج ـ ايضا معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(كا) ا ب ـ ه د ـ عمودان على ـ ب د ـ والثلاثة معلومة ـ و ا ج ـ ج ه ـ متساويان فهما ايضا معلومان فلأن مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ مثل مربعى ـ ه د ـ ج د ـ يكون الفضل بين مربعى ـ ه د ـ و ـ ا ب ـ المعلوم ـ كالفضل بين مربعى ـ ب ج ـ و ـ ج د ـ فهو معلوم وخط ـ ب د ـ المعلوم قسم على ـ ج وكان فضل مربع احد القسمين على الآخر معلوما فكل واحد من ـ ب ج ـ ج د ـ معلوم فكل واحد من ـ ا ج ـ ج ه ـ معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(كب) مثلث ـ ا ب ج ـ متساوى الساقين وتكسيره معلوم وساقاه وهما ا ب ـ ا ج ـ معلومان فقاعدته معلومة ونخرج من ـ ب ـ عمود ـ ب د ـ وننصف (ا ج ـ ٤) على ـ ه ـ فلأن فى مثلث ـ ا ب ج ـ التكسير و نصف القاعدة معلومان يكون عمود ـ ب د ـ معلوما ـ و ب ا ـ معلوم ـ فد ا ـ معلوم ويبقى ـ د ج ـ معلوما ـ وكان ـ ب د ـ معلوما فاذا ـ ب ج ـ معلوم وذلك ما اردناه (٥) .

(كج) ساقا ـ ا ب ـ ا ج ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ متساويان وزاوية ـ ا ثلث قائمة والتكسير معلوم فالاضلاع معلومة ولنخرج عمود ـ ج د ـ على

---

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ (٢) الشكل العشرون ـ ٢٠ ـ (٣) الشكل الحادى والعشرون ـ ٢١ ـ (٤) منر ـ (٥) الشكل الثانى والعشر ـ ٢٢ ـ

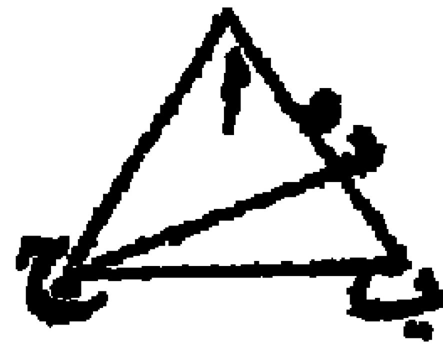
ا ب ـ وننصف ـ ا ب ـ على ـ ه ـ فيج د ـ ق ـ ب ه ـ معلوم ـ و ـ ج د نصف ـ ا ج ـ فا ج ـ ق ـ ا ب ـ اعني مربع ـ ا ب ـ معلوم ـ فا ب ـ معلوم ـ فا ج ـ معلوم وضعفه ـ ج د ـ معلوم ـ فا د ـ معلوم ويبقى ـ د ب معلوما ـ فيج ب ـ معلوم وذلك ما اردناه (١) .

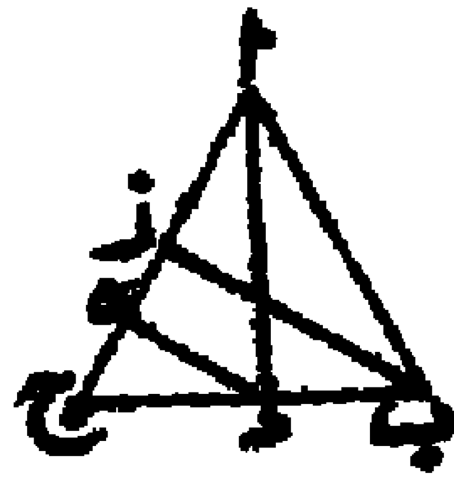
(كد) مثلث ـ ا د ج ـ قائم الزاوية معلوم الاضلاع وقد عمل على ـ ا من خط ـ ا ج ـ زاوية ـ ج ا ب ـ مثل زاوية ـ ا ج د ـ واخرج ـ د ج الى ان يلقى ـ ا ب ـ على ـ ب ـ فكل واحد من ـ د ب ـ ا ب ـ معلوم ولنخرج من ـ ب ـ عمود ـ ب ز ـ على ـ ا ج ـ فهو ينصف ـ ا ج ـ على ز ـ و ـ من ـ د ـ عمود ـ د ه ـ على ـ ا ج ـ فنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ج ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ وكل واحد من ـ ز ج ـ د ه ـ ه ج ـ معلوم فب ز ـ معلوم ـ و ـ ز ا ـ معلوم ـ فب ا ـ معلوم ـ و ـ ب ج ـ مثله و ـ ج د ـ معلوم ـ فب د ـ الباقي معلوم فكل واحد من ـ د ب ـ ا ب ـ معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

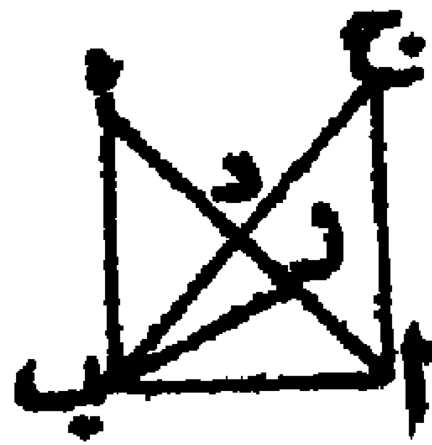
(كه) مثلث ـ ا ب د ـ معلوم الاضلاع وعمل على ـ دا ـ زاوية ـ داج مثل زاوية ـ د ا ب ـ واخرج ـ ب د ـ الى ان يلقى ـ ا ج ـ على ـ ج ـ فكل واحد من ـ ج ا ـ ج د ـ معلوم ـ ونخرج عمود ـ ب ز ـ على ـ ا د ـ فلأن زاوية ـ ج ا ه ـ مساوية لما دللنا وهي زاوية ـ ا ه ب ـ وكانت مساوية لزاوية ـ ه ا ب ـ فزاويتا ـ ب ه ا ـ ب ا ه ـ بل ضلعا ـ ب ا ـ ب ه ـ متساويان ومثلث ـ ا ب د ـ معلوم فعمود ـ ب د ـ ومسقط حجر ا ز ـ معلومان ولكون ـ ب ه ـ ب ز ـ معلومين يكون ـ ز ه ـ ثم ـ د ه ـ معلوما فاضلاع مثلث ـ د ه ب ـ معلومة وهو شبيه لمثلث ـ ا د ج ـ وضلع ـ ا د ـ معلوم فضلعا ـ ج ا ـ ج د ـ الباقيان معلومان وذلك ما اردناه (٣) .

---

(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ ـ (٢) الشكل الرابع والعشرن ـ ٢٤ ـ
(٣) الشكل الخامس والعشرون ـ ٢٥ ـ .

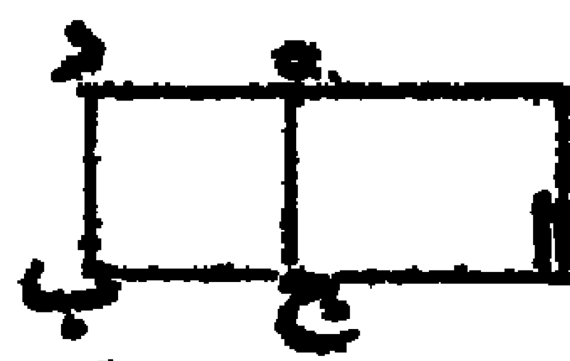




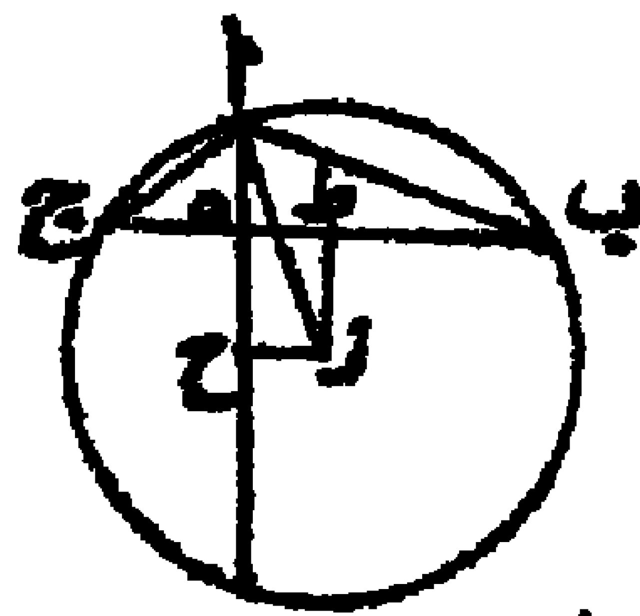


المفروضات من ا

ع ٣١



ع ٣٢



المفروضات ص ١١

(كو) خط - اب - قسم على - ج - وكان سطح - اج - فى - ج ب - ونسبة - اج - الى - ج ب - معلومين فالقسمان معلومان والخط معلوم فلنعمل على - ج ب - مربع - ج د - ونتمم سطح - اه - فنسبة - اج - الى - ج ب بل نسبة سطح - اه - الى مربع - ج د - معلومة و سطح - اج - فى ج ب - الذى هو سطح - اه - معلوم فمربع - ج د - بل خط - ج ب معلوم ولكون نسبة - اج - الى - ج ب - وخط - ج ب - معلومين يكون اج - ايضا معلوما بجميع - اب - ايضاً معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(كز) دائرة - اب ج - فيها مثلث - اب ج - معلوم الاضلاع فقطرها معلوم فنخرج عمود - اه - والى - د - من المحيط فعمود - اه - معلوم وكذلك مسقط الحجر وهو - ب ه او - ه ج - وسطح - ب ه - فى - ه ج - اعنى سطح - اه - فى - ه د - فه د - معلوم و - اد - معلوم وليكن المركز - ز - ويصل - زا وتخرج من - ز - عمودى - زح - زط - فما ينصفان وترى - اد - ب ج - فاح معلوم وايضا - ب ط - معلوم و - ب ه - معلوم - فط ه - اعنى - زح معلوم ولكون - زح - ح ا - معلومين وزاوية - زح ا - قائمة يكون نصف قطر - زا - معلوما فقطر الدائرة معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(كح) دائرة - اب ج د - فيها وترا - اب - ج د - متوازيان غير معلومين ويوصل بين اطرافهما - اج - ب د - فقسم احدهما وهو - اج - مثلا الآخر بقسمين معلومين وهما - ب ه - ه ز - واحدثا مثلثين معلومى التكسير فالوتران والقطر معلومة وذلك ان زاويتى - ب اج - ب د ج - متساويتان لكونهما على قوس - ب ج - ومبادلتا - ب اج - اج د - متساويتان فزاويتا - ه د ج - ه ج د - بل ضلعا - ه د - ه ج - مساويان وكذلك ضلعا - ه ا - ه ب فمثلث - ج ه د - متساوى الساقين وساقاه معلومان والتكسير معلوم فقاعدة - ج د معلومة وكذلك - اب - معلوم ونصل - اد - ونخرج عمود - اد - فمثلث - اه ب

(١) الشكل السادس والعشرون - ٢٦ (٢) الشكل السابع والعشرون - ٢٧ - .

معلوم وعمود ه ـ معلوم وهو ـ ا ز ـ ومسقط حجره وهو ـ ه ز ـ معلوم وجميع ـ ا ب ـ معلوم ويبقى ـ ز د ـ معلوما ـ فذا معلوم ولكون اضلاع مثلث ـ ا ب د ـ معلومة وهو في دائرة ـ ا ب ج د ـ فقطرها معلوم وقد صار الوتران ايضا قبله معلومين وذلك ما اردناه (١) .

(كط) دائرة ـ ب د ج ـ قطرها ـ ب ج ـ وهو معلوم واخرج ـ ب ا مماسا لها وهو معلوم ولتكن القطعة معلومة على ـ ب ج ـ وهي ـ ح ـ واخرج اح ـ فكل واحد من ـ اح ـ ا ط ـ ط ح ـ معلوم اما كون ـ اح ـ معلوما فلأن ا ب ـ ب ح ـ معلومان وزاوية ـ ب ـ قائمة واما كون ـ ا ط ـ ط ح ـ معلومين فليكن لبيانه ـ ه ـ المركز ونصل ـ ا ه ـ ويكون معلوما لكون ـ ا ب ـ ب ه ـ معلومين وزاوية ـ ب ـ قائمة ولكون ـ ب ه ـ ب ح معلومين يكون ـ ه ح ـ معلوما فمثلث ـ ا ه ح ـ معلوم الاضلاع ونخرج من ـ ه ـ عمود ـ ه ز ـ على ـ ا ح ـ فيقع خارجا لكون زاوية ـ ا ح ه ـ منفرجة ويكون معلوما و ـ ح ز ـ مسقط الحجر معلوما ونصل ـ ه ط ـ وهو نصف القطر فيكون معلوما ومن كون ـ ه ز ـ ه ط ـ معلومين يكون ـ ز ط ـ معلوما وكان ـ ز ح ـ معلوما يبقى ـ ح ط ـ معلوما وكان ـ ح ا ـ معلوما يبقى ـ ط ا ـ معلوما وذلك ما اردناه (٢) .

(ل) دائرة ـ ا ب ج ـ قطرها ـ ا ب ـ وليكن عليه نقطتا ـ ه د ـ و ـ د ه معلوما ولنخرج منهما عمودا ـ د ز ـ ه ح ـ فكانا معلومين نقول فالقطر معلوم وليكن المركز ـ ط ـ ونصل ـ ز ط ـ ط ح ـ فهما متساويان لكونهما نصفي قطرين ولكونهما متساويين ولكون كل واحد من ـ ز د ـ د ه ـ ه ح ـ معلوما يكونان معلومين فالقطر معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(لا) مثلث ـ ا ب ج ـ قائم الزاوية والقائمة ـ ب ـ وضلع ـ ب ج منه معلوم وضلعا ـ ا ب ـ ا ج ـ معا معلومان نقول فهما مفردان معلومان

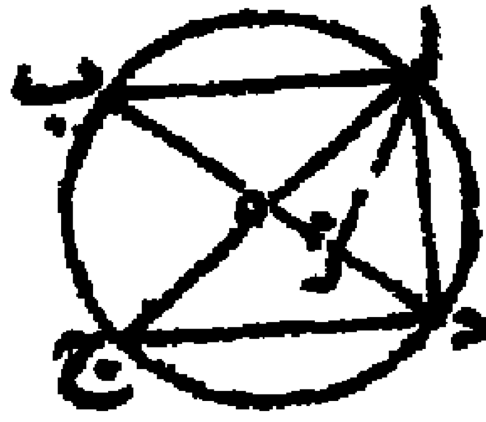
---

(١) الشكل الثامن والعشرون ـ ٨ ٢ (٢) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩

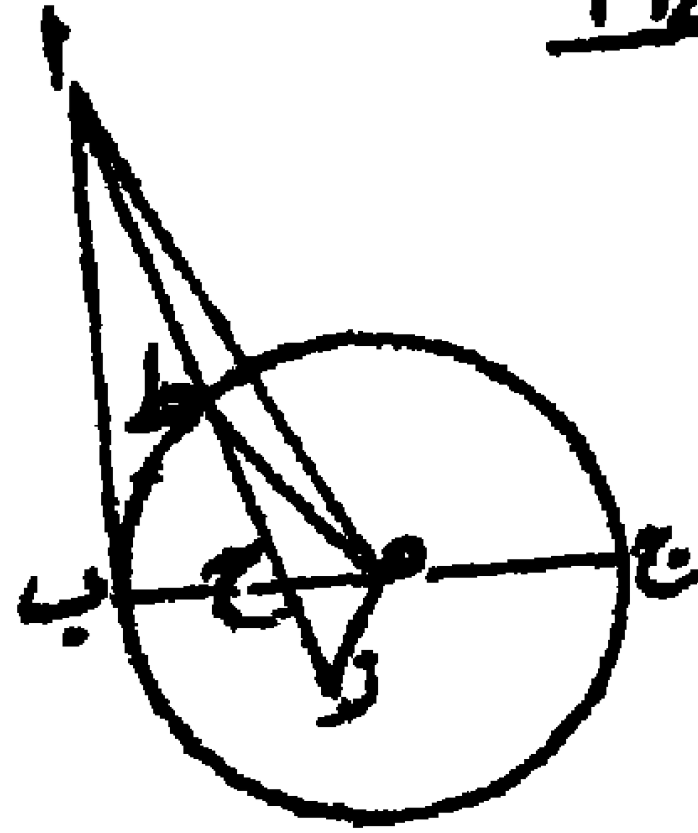
(٣) الشكل الثلاثون ـ ٣٠ ـ .

فلتر-م

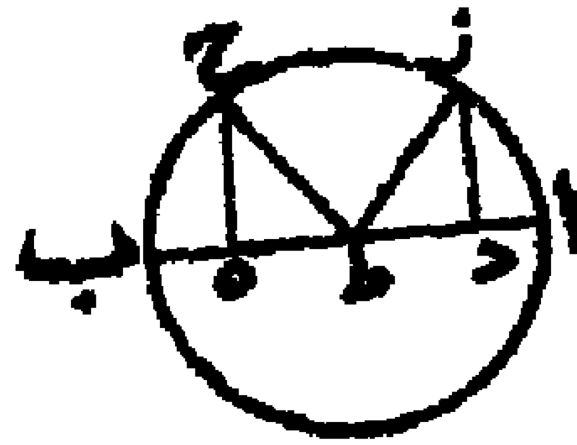
ش٢٨



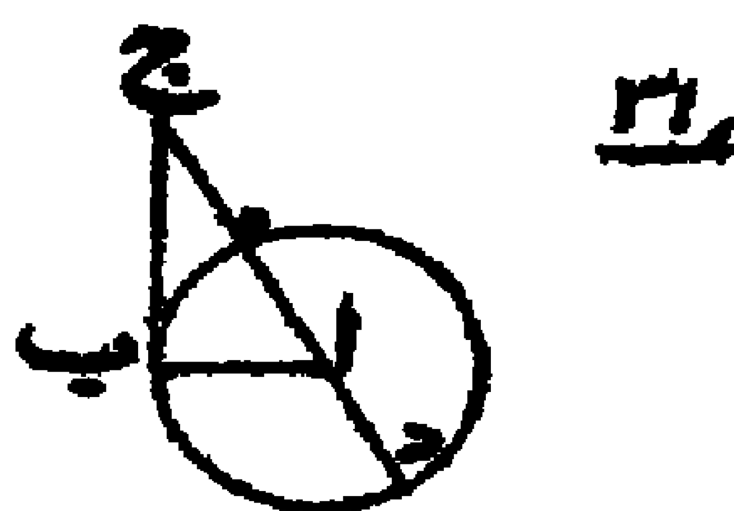
ش٢٩



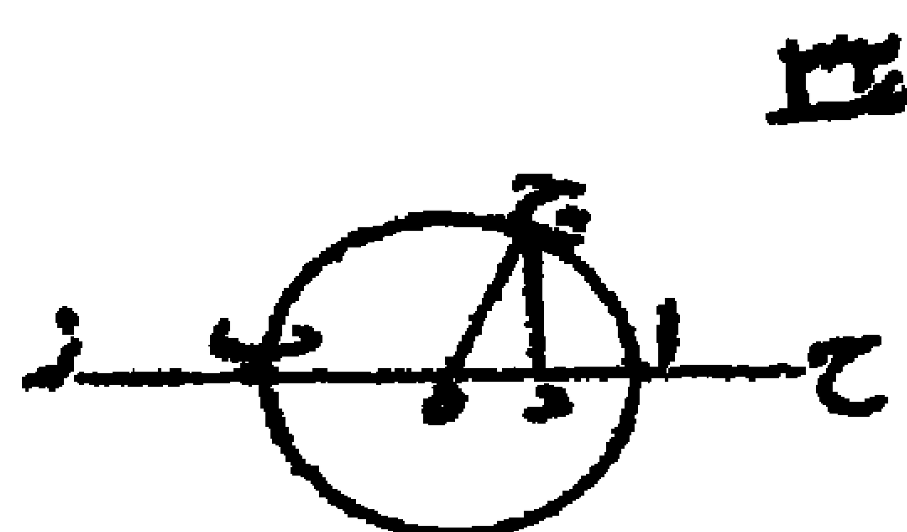
ش٣٠



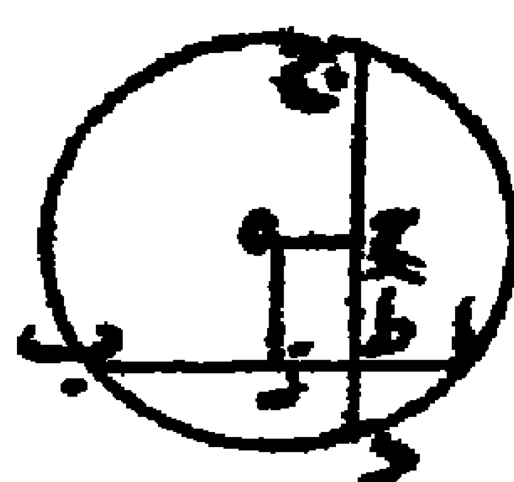
٣١



٣٢



٣٣



فلنرسم على مركز ـ ا ـ وببعد ـ ا ب ـ دائرة ـ ب ه د ـ ونخرج ـ ج ا ـ الى ـ د ـ فج د ـ اعنى ـ ج ا ـ ا ب ـ معا معلوم وسطح ـ د ج ـ فى ـ ج ه المساوى لمربع ـ ج ب ـ المعلوم معلوم ـ فج ه ـ معلوم ويبقى ـ د ه ـ معلوما ونصفه ـ ا ه ـ اعنى ـ ا ب ـ معلوم و ـ ا د ـ ايضا معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(لب) دائرة ـ ا ب ج ـ قطرها ـ ا ب ـ وليقم عمود ـ د ج ـ عليه ولكن ـ ا د ـ د ج ـ معا معلومين وكذلك ـ ب د ـ د ج ـ معا تقول فالقطر معلوم ونخرج ـ ا ب ـ من الجانبين ـ ونجعل كل واحد من ـ ب ز ـ ا ح ـ مثل ـ د ج ـ فيكون ـ ح د ـ د ز ـ معلومين وجميع ـ ح ز بل نصفه معلوما ـ ولننصفه على ـ ه ـ فهى المركز ويبقى ـ د ه ـ معلوما ولكون ـ ده ـ د ج ـ معلومين يكون ـ ج ه ـ نصف القطر معلوما فالقطر معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

(لج) وترا ـ ا ب ـ ج د ـ فى دائرة ـ ا ب ج ـ المعلومة القطر تقاطعا عند ـ ط ـ على قوائم وكان ـ ا ب ـ معلوما ونسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط د ـ معلومة تقول ـ فج د ـ معلوم فليكن ـ ه ـ المركز ونخرج منه عمودى ه ز ـ ه ح ـ على الوترين فلكون ـ ا ز ـ ونصف القطر معلومين فلكون ـ ا ز ـ ونصف القطر معلومين يكون ـ ه ز ـ اعنى ـ ح ط ـ معلوما وكانت نسبة ـ ج ط ـ الى ـ ط د ـ معلومة فبالتركيب نسبة ـ ج د ـ الى ـ د ط معلومة ونسبة نصف ـ ج د ـ وهو ـ ح د ـ الى ـ د ط ـ معلومة وبالتفصيل نسبة ـ ح ط ـ الى ـ ط د ـ معلومة وكان ـ ح ط ـ معلوما ـ فط د ـ معلوم ونسبة ـ ج ط ـ اليه معلومة ـ فج ط ـ ايضا معلوم وجميع ـ ج د ـ معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

(لد) دائرة ـ ا ب ج ـ قطرها ـ ا ب ـ وقد قام عليه عمود ـ ه ج وكان ـ ا ه ـ وفضل ـ ب ه ـ على ـ ج ه ـ معلومين تقول فالقطر معلوم

---

(١) الشكل الحادى والثلاثون ـ ٣١ (٢) الشكل الثانى والثلاثون ـ ٣٢
(٣) الشكل الثالث والثلاثون ـ ٣٣ .

فنفصل من ـ ه ب ـ ه ح ـ مثل ـ ه ج ـ يبقى ـ ب ح ـ وهو معلوم ونفصل من ـ ه ح ـ ه ز ـ مثل ـ ه ا ـ المعلوم فنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ح ـ كنسبة ـ ه ح ـ الى ـ ه ز ـ وبالتفصيل نسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ه ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ه ـ وب ح ـ في ـ ه ز ـ المعلومين ـ كح ه ـ في ـ ح ز ـ فه ح ـ في ـ ح ز ـ معلوم وكان ـ ه ز ـ معلوما فكل واحد من ـ ه ح ـ ـ ح ز ـ معلوم وكان ـ ا ه ـ ح ب ـ معلومين فجميع ـ ا ب ـ القطر معلوم وذلك ما اردناه (١) .

(له) وتر ـ ا ب ـ في دائرة ـ ا ب ج د ـ المعلوم القطر معلوم وعمل على ـ ا ـ زاوية ـ ج ا ب ـ ثلثي قائمة واخرج ـ ب ج ـ فكل واحد من ـ ب ج ـ ج ا ـ معلوم وذلك لأنه لما كانت زاوية ـ ب ا ج ـ ثلثي قائمة يكون ـ ب ج ـ وتر الثلث ولكون القطر معلوما يكون ـ ب ج ـ معلوما ونخرج عمود ـ ب ه ـ فلكون زاوية ـ ب ا ه ـ ثلثي قائمة يكون زاوية ا ب ه ـ ثلث قائمة ـ و ـ ا ب ـ معلوم ـ فب ه ـ معلوم ـ و ـ اه ـ معلوم ولكون ب ج ـ ب ه ـ معلومين يكون ـ ج ه ـ معلوما وجميع ـ ا ج ـ معلوم فكل واحد من ـ ب ج ـ ج ا ـ معلوم وذلك ما اردناه (٢) .

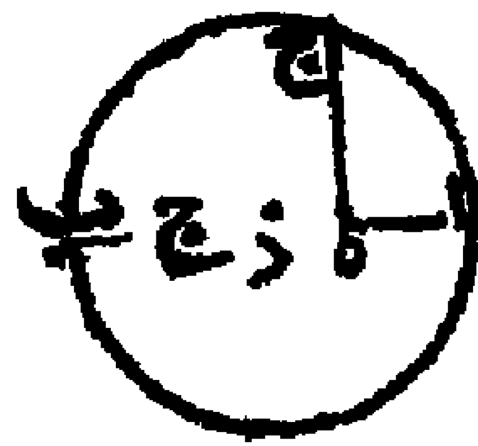
(لو) وتر ـ ب د ـ في دائرة ـ ا ب ج د ـ معلوم وليقطعه قطر ـ ا ج ـ عند ه ـ على قوائم وكان فضل ـ ا ه ـ على ـ ه ج ـ معلوما نقول فالقطر معلوم والقسمان معلومان فلنفصل من ـ ه ا ـ ه ز ـ مثل ـ ه ج ـ ولأن ـ اه ـ في ه ج ـ اعني ـ ا ه ـ في ـ ه ز ـ مثل مربع ـ ب ه ـ المعلوم يكون ـ ا ه ـ في ـ ه ز ـ معلوما وكان ـ ا ز ـ معلوما فكل واحد من ـ ا ه ـ ه ز ـ اعني ـ ه ج ـ معلوم وجميع ـ ا ج ـ معلوم وذلك ما اردناه (٣) .

تم المفروضات ـ فرغ المصنف رحمه الله منه في ـ زدح ـ خنج ـ والكاتب نسخه يوم الاثنين والعشرين من الشهر المذكور حامدا ومصليا .

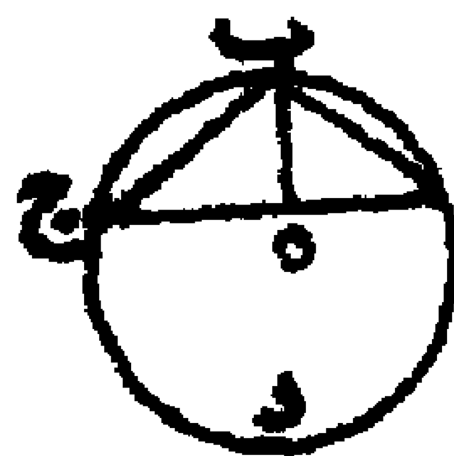
---

(١) الشكل الرابع والثلاثون ـ ٣٤ (٢) الشكل الخامس والثلاثون ـ ٣٥
(٣) الشكل السادس والثلاثون ـ ٣٦ .

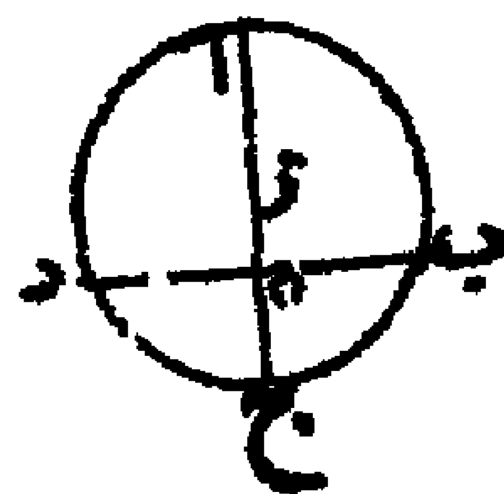
٣٤



٣٥



٣٦



المفروضات ص١٣

كتاب ماخوذات

لارشميدس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسي المتوفى

في ذي الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٠٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

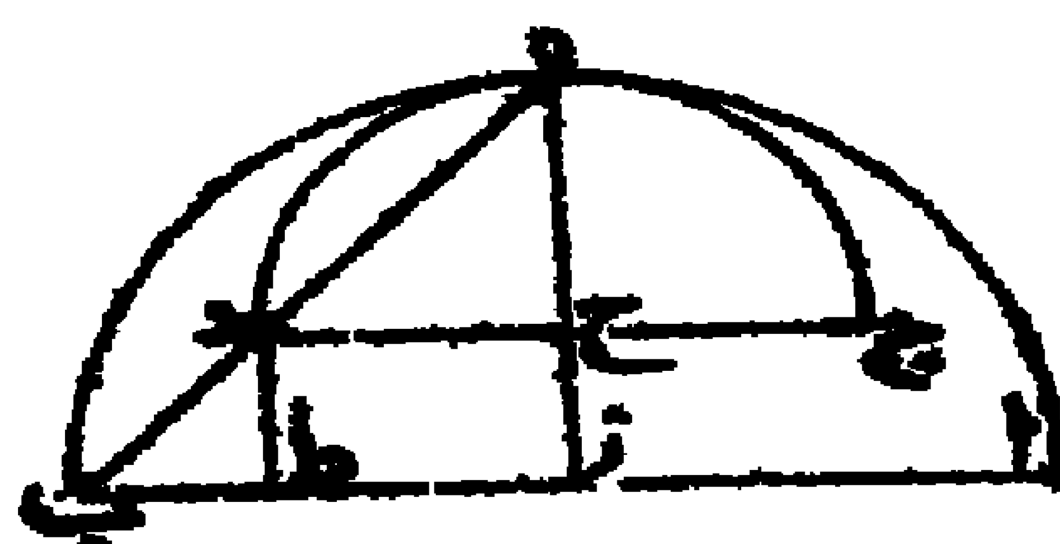
كتاب ماخوذات ارشميدس

ترجمة ثابت بن قرة وتفسير الاستاذ المختص ابى الحسن على بن احمد النسوى۔ خمسة عشر شكلا .

قال الاستاذ المختص هذه مقالة منسوبة الى ارشميدس وفيها اشكال حسنة قليلة العدد كثيرة الفوائد فى اصول الهندسة فى غاية الجودة و اللطافة قد اضافها المحدثون الى جملة المتوسطات التى يلزم قراءتها فيما بين كتاب اقليدس والمجسطى الا ان فى بعض اشكاله مواضع تحتاج الى اشكال اخر يتم بها بيان ذلك الشكل وقد اشار فى بعض ذلك ارشميدس الى اشكال اوردها فى سائر مصنفاته وقال كما بينا فى الاشكال القائمة الزوايا وكما بينا فى تفسيرنا فى جملة القول فى المثلثات وكما قد تبين فى قولنا فى الاشكال ذوات الاضلاع الاربعة۔ واورد فى الشكل الخامس برهانا على طريق فيه نظر اخص ثم من بعد ذلك عمل ابو سهل القوهى مقالة سماها تزئين كتاب ارشميدس فى المأخوذات واورد برهان ذلك الشكل بطريق اعم واحسن مع ما يتعلق به من تركيب النسبة وتاليفها فلما وجدت الحالة على هذه جعلت للمواضع الغامضة من هذه المقالة شرحا على سبيل تعليق الحواشى وبينت ما اشار اليه باشكال اتجه اليها خاطرى واوردت من اشكال ابى سهل شكلين نحتاج اليهما فى الشكل الخامس وتركت الباقى احتنابا من التطويل واستغناء

عنه

عا



ماخوذات ص٣

عنه وبالله التوفيق .

(ا) اذا تماس دائرتان كدائرتى ـ اب ه ـ ج ه د ـ على ـ ه ـ وكان قطراهما متوازيين كقطرى ـ اب ـ ج د ـ ووصل بين نقطتى ـ ب د ـ بين نقطتى ـ د ه ـ بخطى ـ ب د ـ د ه ـ كان ـ خط ـ ب ه ـ مستقيما فليكن المركزان ـ ح ز ـ ونصل ـ ح ز ـ ونخرجه الى ـ ح ـ ونخرج ـ د ط ـ موازيا ـ لح ز فلأن ط ز ـ مساوله ـ ح ـ المساوى ـ له ح ـ يكون ـ ز ط ـ ه ح ـ متساويين ويبقى من ـ ز ب ـ ه ز ـ المتساويين ـ ح ز ـ اعنى ـ د ط ـ و ـ ط ب ـ متساويين ويكون لذلك زاويتا ـ ط د ب ـ ط ب د ـ متساويتين وزاويتا ه ح د ـ ه ز ب ـ بل ـ زاويتى ـ ه ح د ـ د ط ب ـ ومتساويتان تبقى زاويتا ـ ح ه د ـ ح د ه ـ المتساويتين متساويتين لزاويتى ـ ط د ز ـ ط ب د ـ المتساويتين فزاوية ـ ه د ح ـ مساوية ـ لزاوية ـ د ب ز ـ ونأخذ زاوية ـ ح د ب ـ مشتركة فتكون زاويتا ـ ح د ب ـ ز ب د ـ المتساويتان لقائمتين مساويتين لزاويتى ـ ح د ب ـ ح د ه ـ فهما ايضا متساويتان لقائمتين فاذا خط ـ ه د ب ـ مستقيم وذلك ما اردناه(١) .

قال الاستاذ ويجوز ان يقال لما كانت زاويتا ـ ط د ب ـ ط ب د متساويتين وزاوية ـ د ط ب ـ قائمة تكون زاوية ـ ب د ط ـ نصف قائمة وكذلك زاوية ـ ه د ح ـ وزاوية ـ ح د ط ـ قائمة فالثلاث كقائمتين فخط ه د ب ـ مستقيم .

اقول وكذلك ان كانت الدائرتان متماستين من خارج .

(ب) ليكن ـ اب ج ـ نصف دائرة ـ ود ا ـ د ب ـ مماستين لها ـ وب ه عمودا على ـ ا ج ـ فاذا جعلنا ـ ج د ـ كان ـ ب ز ـ مساويا ـ لز ه ـ برهانه نصل ـ ج ب ـ ونخرجه على استقامة ونخرج ـ ا د الى ان يلقاه على ـ ح ونصل ـ ا ب ـ فلأن زاوية ـ اب ج ـ فى نصف دائرة فهى قائمة ويبقى اب ح ـ قائمة و ـ د ب ـ د ا ـ متوازى الاضلاع قايم الزوايا ففى مثلث

---

(١) الشكل الواحد ـ ١ .

ا ب ج ـ القايم الزاوية نخرج عمود ـ ب د ـ من ـ ب ـ القائمة على القاعدة و ـ ب د ـ د ا ـ متساويان لكونهما مماسين للدائرة ـ فا د ـ ايضا يكون مساويا ـ لد ح ـ كما بينا فى الاشكال التى عملنا ها فى الزاوية القائمة ولأن فى مثلث ـ ح ج ا ـ خط ـ ب ه ـ نخرج موازيا للقاعدة وقد نخرج من منتصف القاعدة وهو ـ د ـ خط ـ د ج ـ نقطع الموازى على ـ ز ـ يكون ب ز ـ مساويا ـ لز ه ـ وذلك ما اردناه (١) .

قال الاستاذ اما كون ـ ا د ـ مساويا ـ لد ح ـ الذى احاله الى كتابه فى الاشكال القائمة الزاويا فلأن زاويتى ـ د ا ب ـ د ب ا ـ متساويتان لتساوى ـ د ب ـ د ا ـ وزاوية ـ د ب ا ـ مع زاويـة ـ د ب ح ـ قائمة وكذلك زاوية ـ د ا ب ـ مع زاوية ـ ا ح ب ـ فيجب ان تكون زاويتا د ح ب ـ د ب ح ـ ايضا متساويتين فاذا ضلعا ـ د ب ـ د ح ـ متساويان .

اقول وان قيل نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ د ب ـ الى ـ د ح ـ و ـ د ا ـ مثل ـ د ب ـ فد ب ـ مثل ـ د ح ـ لكان كافيا قال واما كون ـ ب ز ـ مثل ـ ز ه ـ فلأن وقوع ـ ج د ـ على خطى ـ ب ه ـ ـ ه ا ـ المتوازيين فى مثلث ـ ج ح ا ـ يقتضى قطعهما على نسبة واحدة وذلك لأن نسبة ـ ج د ـ الى ـ ج ز ـ كنسبة ـ ح د ـ الى ـ ب ز ـ وكنسبة ـ د ا ـ الى ـ ه ز ـ فنسبة ـ ح د ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ د ا ـ الى ـ ه ز ـ وبالابدال نسبة ـ ح د ـ الى ـ د ا ـ المتساويين كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ه ـ فهما ايضا متساويان .

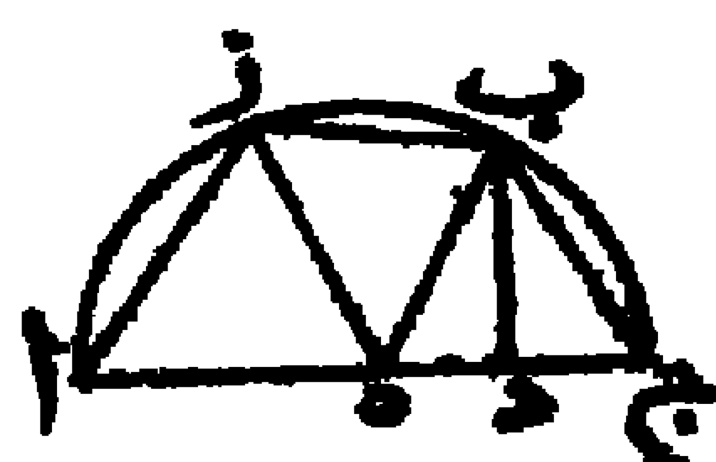
(ج) ا ب ج ـ قطعة دائرة و ـ ب ـ نقطة عليها كيف اتفق و ـ ب د ـ عمود على ـ ا ج ـ ونفصل ـ د ج ـ مثل ـ د ه ـ وقوس ـ ب ز ـ مثل قوس ـ ب ج ـ ووصل ـ ا ز ـ فهو مساو ـ لا ح ـ .

برهانه ـ نصل خطوط ـ ج ب ـ ب ز ـ ز ه ـ ه ب ـ فلأن قوس ـ ب ج مثل قوس ـ ب ز ـ يكون ـ ج ب ـ مثل ـ ب ز ـ ولأن ـ ج د ـ مثل ـ د ه

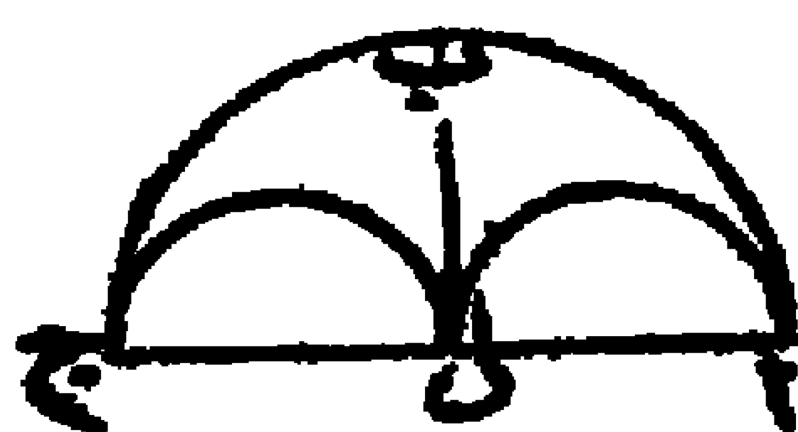
(١) الشكل الثانى ـ ٢ .



ع٣



ع٤



ماخوذات ص٥

وزاويتا ـ د ـ قائمتان و ـ د ب ـ مشترك ـ فج ب ـ مثل ـ ب ه ـ فب ز ـ ب ه متساويان وزاويتا ـ ب ز ه ـ ب ه ز ـ متساويتان ولأن ذا اربعة اضلاع ـ ا ز ب ج ـ فى الدائرة تكون زاوية ـ ا ز ب ـ مع زاوية ـ ا ج ب ـ المقابلة لها بل مع زاوية ـ ب ه ج ـ كقائمتين ولكن زاوية ـ ا ه ب ـ مع زاوية ـ ب ه ج ـ كقائمتين فزاويتا ـ ا ز ب ـ ا ه ب ـ متساويتان وتبقى زاويتا ـ ا ز ه ـ ا ه ز ـ متساويتين ـ فا ه ـ يساوى ـ ا ز ـ وذلك ما اردناه (١).

(د) ـ ا ب ج ـ نصف دائرة وعمل على ـ ا ج ـ القطر نصفا دائرتين احدهما ـ ا د ـ والآخر ـ د ج ـ و ـ د ب ـ عمود عليه بالشكل الحادث من ذلك هو الذى يسميه ارشميدس اربلوس وهو سطح يحيط به قوس نصف الدائرة العظمى وقوسا نصفى الدائرتين الصغراوين وهو مساو للدائرة التى قطرها عمود ـ د ب ـ.

برهانه فلأن خط ـ د ب ـ مناسب لخطى ـ د ا ـ د ج ـ فيما بينهما يكون سطح ـ ا د ـ فى ـ د ح ـ كربع ـ د ب ـ ونجعل ـ ا د ـ فى ـ د ج ـ مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ كربع ـ د ب ـ ونجعل ـ ا د ـ فى ـ د ج مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ مشتركة فيصير سطح ـ ا د ـ فى ـ د ج ـ مرتين مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ اعنى مربع ـ ا ج ـ مسا ولضعف مربع ـ د ب ـ مع مربعى ـ ا د ـ د ج ـ ونسب الدوائر نسب المربعات فالدائرة التى قطرها ـ ا ج ـ مساوية لضعف الدائرة التى قطرها ـ د ب ـ مع الدائرتين اللتين قطراهما ـ ا ب ـ د ج ـ ونصف دائرة ـ ا ج ـ مسا وللدائرة التى قطرها د ب ـ مع نصفى دائرتى ـ ا د ـ د ج ـ ونسقط نصفى دائرتى ـ ا د ـ د ج المشتركين يبقى الشكل الذى يحيط به انصاف دوائر ـ ا ج ـ ا د ـ د ج ـ وهو الشكل الذى سماه ارشميدس يثاربلوس مساويا للدائرة التى قطرها ـ د ب ـ وذلك ما اردناه (٢).

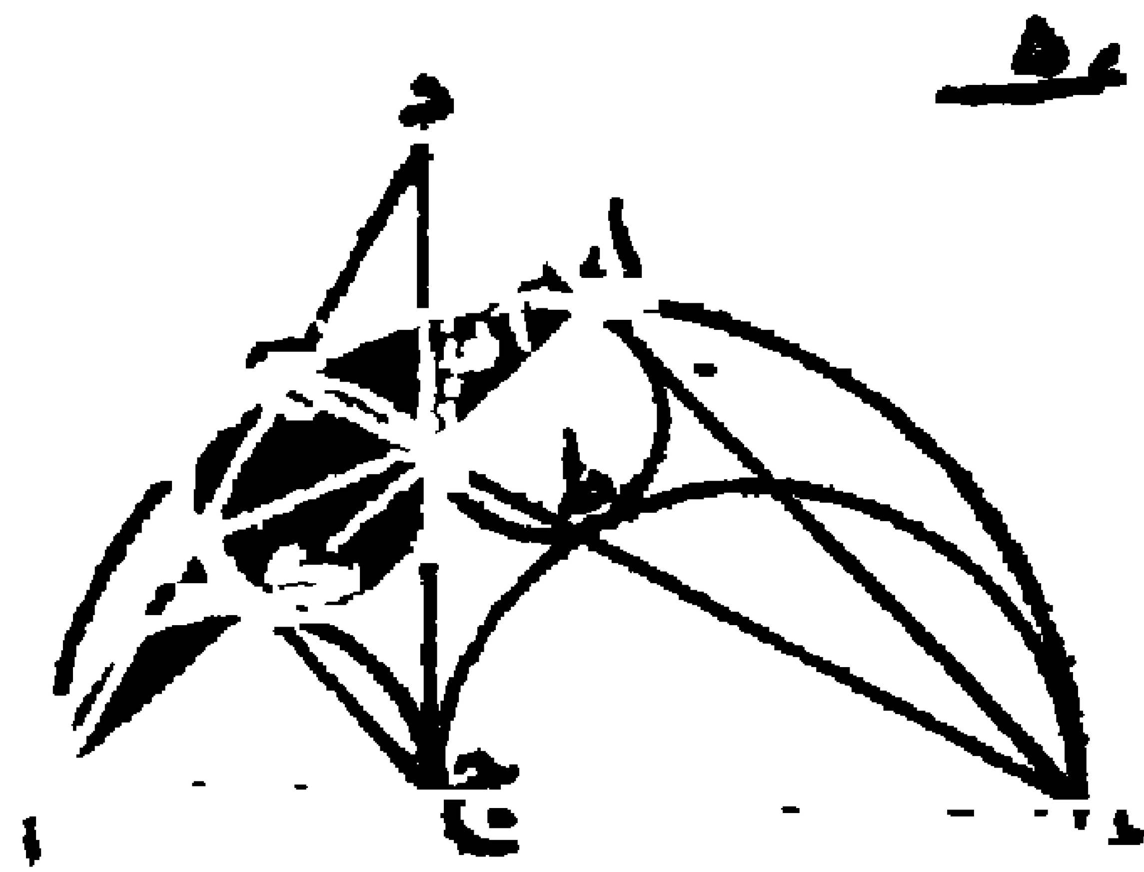
---

(١) الشكل الثالث ـ ٣ (٢) الشكل الرابع ـ ٤

(ه) اذا كان نصف دائرة عليه ـ ا ب ـ وتعلمت على قطرها ـ نقطة ـ ج كيف وقعت وعمل على القطر نصفا دائرتين عليهما ـ ا ج ـ ج ب ـ واخرج من ـ ج ـ عمود ـ ج د ـ على ـ ا ب ـ ونرسم على جنبتيه دائرتان تماسانه وتماسان انصاف الدوائر فان الدائرتين متساويتان .

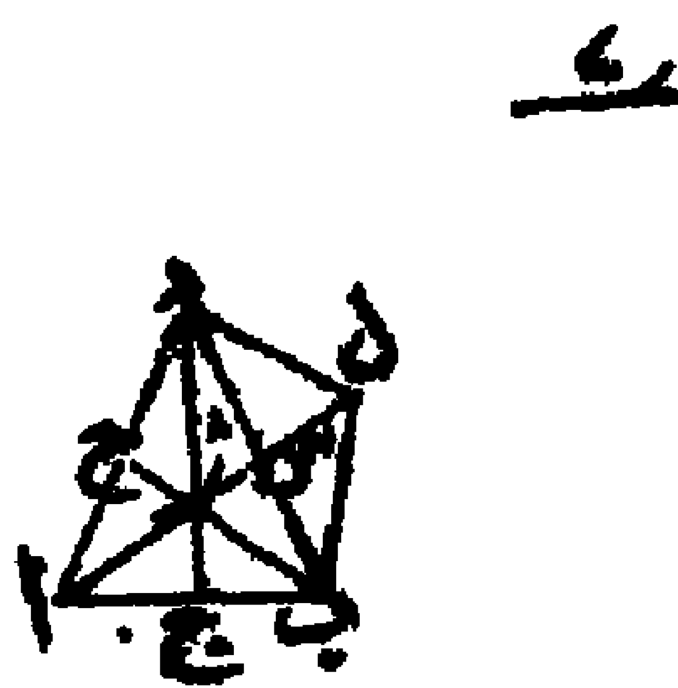
برهانه لتكن احدى الدائرتين تماس ـ ج د ـ على ز ـ ونصف دائرة ـ ا ب ـ على ـ ح ـ ونصف دائرة ـ ا ج ـ على ـ ك ـ ونخرج قطر ـ ز ه ـ فهو موازلقطر ـ ا ب ـ لكون زاويتى ـ ه ز ج ـ ا ج ز ـ قائمتين ونصل ـ ح ه ـ ه ا ـ فخط ـ ا ح ـ مستقيم لما مر فى الشكل الاول وليلاق ـ ا ح ـ ج ز ـ على ـ د ـ لخروجهما من ـ ا ج ـ على اقل من قائمتين ونصل ايضا ـ ج ز ـ ز ب ـ و ـ ح ب ـ ايضا مستقيم ونصل لما ذكرنا عمود ـ ا د ـ لكون زاوية ـ ا ح ب ـ قائمة لوقوعها فى نصف الدائرة ـ ا ب ـ ونصل ـ ه ك ـ ك ج ـ و ح ج ـ ايضا مستقيم ونصل ـ ز ك ا ـ و ـ ز ا ـ مستقيم ونخرجه الى ـ ل ـ ونصل ـ ب ل ـ وهو ايضا عمود على ـ ا ل ـ ونصل ـ د ل ـ ولأن ـ ا د ـ ا ب ـ مستقيان واخرج من ـ د الى ـ ا ب ـ عمود ـ د ج ـ ومن ـ ب ـ الى ـ د ا ـ عمود ـ ب ح ـ فيقاطعان على ـ ز ـ واخرج ـ ا ز ـ الى ـ ل ـ وكان عمودا على ـ ب ل ـ يكون ب ل د ـ مستقيا كما بينا فى الاشكال التى عملناها فى شرح القول فى المثلثات القائمة الزوايا ولأن زاويتى ـ ا ك ج ـ ا ل ب ـ قائمتان ـ فب د ـ ج ه ـ متوازيان ونسبة ـ ا د ـ الى ـ د ه ـ التى هى كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ فسطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ مساو لسطح ا ب ـ فى ـ ه ز ـ وبمثل ذلك تبين فى دائرة ـ ط م ن ـ ان سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ مساو لسطح ـ ا ب ـ فى قطرها وتبين من ذلك ان قطرى دائرتى ـ ز ح ك ـ ط م ن ـ متساويان فاذا الدائرتان متساويتان وذلك ما اردناه (١) .

(١) الشكل الخامس ـ ه ـ



ملفوظات ص۲





ماخوذات صک

قال الاستاذ ويتبين ما احاله على شرح المثلثات القائمة الزوايا من مقدمة وهي شكل مفيد في الاصل وخاصة في المثلثات حاد الزوايا ونحتاج اليه في الشكل السادس من هذا الكتاب وهي هذه .

مثلث ـ ا ب ج ـ اخرج ـ فيه عمودا ـ ب ه ـ ج د ـ المتقاطعين على ـ ز ـ ووصل ـ از ـ واخرج الى ـ ح ـ فهو عمود على ـ ب ج ـ فنصل ـ د ه فيكون زاويتا ـ د ا ز ـ د ه ز ـ متساويتين لأن الدائرة التي يحيط لمثلث ـ ا د ز يمر بنقطة ـ ه ـ لكون زاوية ـ ا ه ز ـ قائمة وهما يقعان فيها على قوس واحدة وايضا زاوية ـ د ه ب ـ مثل زاوية ـ د ج ب ـ لأن الدائرة التي يحيط بمثلث ب د ه ـ تمر بنقطة ـ ه ـ ايضافقي مثلثي ـ ا ب ح ـ ج ب د ـ زاويتا ـ ب ا ح ـ ب ج د ـ متساويتين وزاوية ـ ب ـ مشتركة فزاوية ـ ا ح ب ـ مثل زاوية ـ ج د ب ـ القائمة ـ فا ح ـ عمود على ـ ب ج ـ (١)

واذا تقدمت هذه المقدمة فلنعد من الشكل الذي اورده ارشميدس خطي ـ د ا ـ ا ب ـ واعمدة ـ د ج ـ ب ح ـ ا ز ـ ب ل ـ وخط دل ـ ونقول ان لم يكن ـ ب ل د ـ خطا مستقيما فنصل ـ ب س د ـ المستقيم وتكون زاوية ـ ب س ا ـ قائمة للمقدمة المذكورة وكانت زاوية ـ ب ل ا ـ قائمة فالداخلة في مثلث ـ ب ل س ـ مساوية للخارجة المقابلة له هذا خلف فاذا خط ـ ب ل د ـ مستقيم (٢) .

ثم اورد شكلين لابي سهل القوهي اولها هذا فان لم يكن نصفا الدائرتين متماسين ولكن متقاطعين والعمود من موضع التقاطع كان الحكم كما مر .

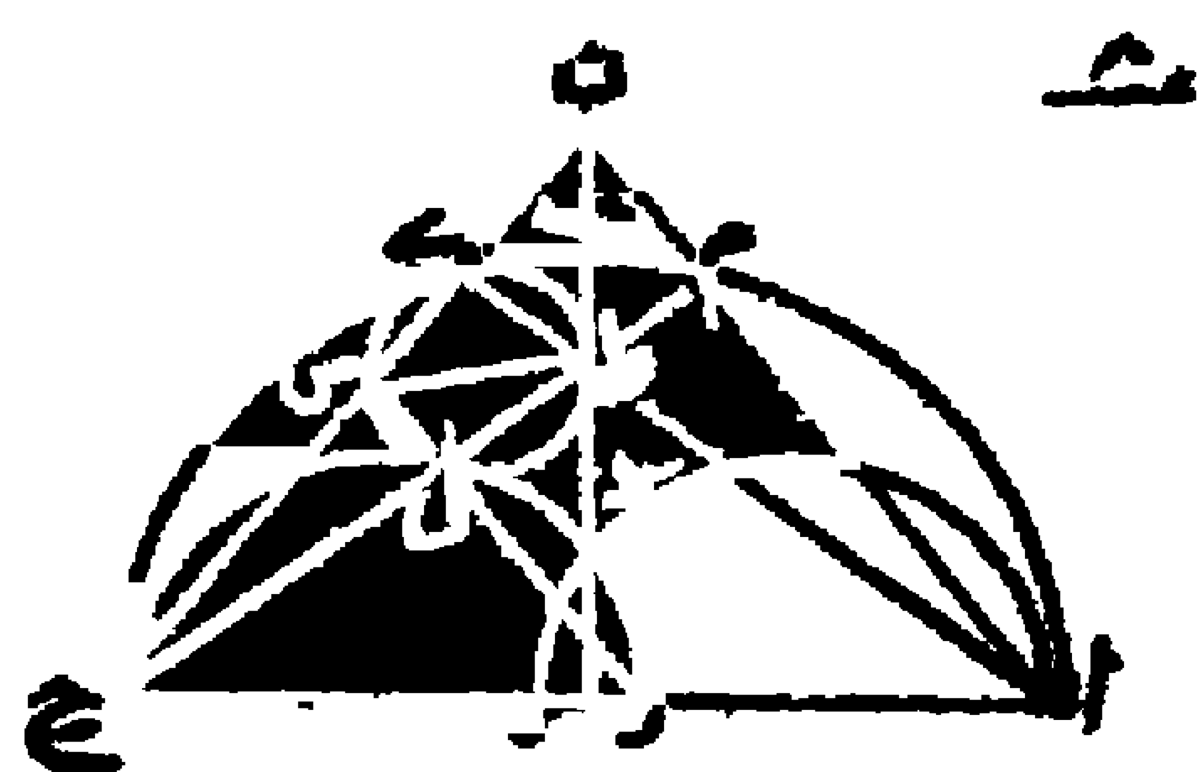
فلتكن انصاف الدوائر ـ ا ب ج ـ ا د ه ـ ز د ج ـ ونصفا الدائرتين متقاطعين على ـ د ـ و ـ ب ح ـ عمودا على ـ اج ـ خارجا من ـ ح ودائرة ـ ط ك ل ـ مماسة لدائرة ـ اك ج ـ على ـ ك ـ ولدائره ـ ز ل ج ـ على ـ ل ـ وللعمود على ـ ط ـ نقول فهي مساوية للدائرة التي يكون في الجانب الآخر بهذه الصفة فلنخرج ـ ط س ـ موازيا ـ لا ج ـ ولنصل ـ ج ك ـ

(١) الشكل السادس ـ٦ـ (٢) الشكل السابع ـ٧ـ

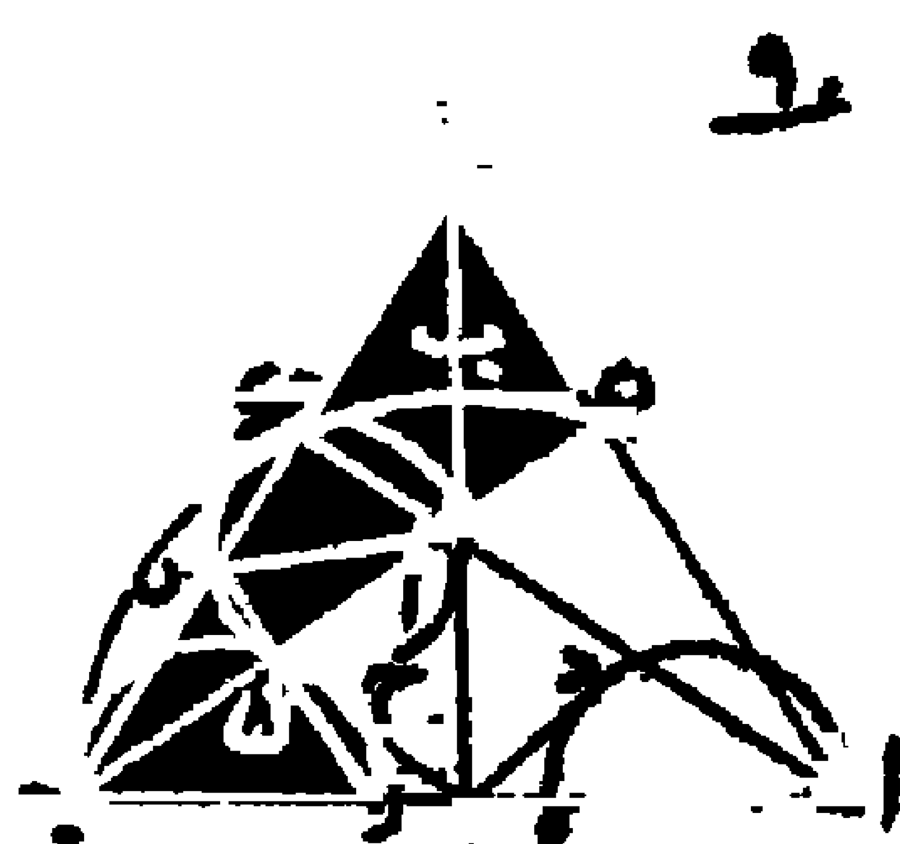
فهو يمر ـ بس ـ كما بين ارشميدس ونخرجه الى ان يلقى عمود ـ ح ب ـ على ـ ن ـ ونصل ـ ط ج ـ فيمر ـ بل ـ ونخرجه الى ـ م ـ ونصل ـ ا م ـ م ن ـ فهو خط مستقيم ونصل ـ س ز ـ فهو يمر ـ بل ـ ونصل ـ ا ك ـ فيمر ـ بط ـ وخط ـ ا م ن ـ موازلخط ـ ز س ـ ونسبة ـ ج ن ـ الى ـ ن س ـ اعنى نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ط س ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ز ـ فسطح ـ ج ح ـ فى ا ز ـ مساو لسطح ـ ج ا ـ فى ـ ط س ـ ولأن ـ ح د ـ عمود فى دائرتى ـ ج د ز ـ ه د ا ـ على وترى ـ ج ز ـ ه ا ـ يكون سطح ـ ج ح ـ فى ـ ح ز ـ مساويا لمربع ـ ح د ـ وسطح ـ ا ح ـ فى ـ ح ه ـ ايضا مساويا له فسطح ـ ج ح ـ فى ـ ح ز ـ مساو لسطح ـ ا ح ـ فى ـ ح ه ـ ونسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ا ـ كنسبة ـ ه ح ـ الى ـ ح ز ـ بل كنسبة ـ ج ه ـ الباقى الى ـ ز ا ـ الباقى فسطح ـ ج ح ـ فى ـ ز ا ـ المساوى لسطح ـ ج ا ـ فى ـ ط س ـ مساو لسطح ـ ح ا ـ فى ـ ج ه ـ واذا كانت فى الجانب الآخر دائرة بالصفة المذكورة بينا هذا التدبير ايضا ان سطح ـ ج ا ـ فى قطر تلك الدائرة كسطح ـ ح ا ـ فى ـ ج ه ـ فيتبين ان قطرى الدائرتين متساويتان (١) .

واما الثانى فهو هذا قال وان لم يكن نصفا الدائرتين مماسين ولا متقاطعين لكن متباعدين والعمود يمر بالتقاء الخطين الماسين لهما المتساويين كان الحكم كذلك ايضا فليكن انصاف الدوائر ـ ا ب ج ـ ا د ه ـ ز ح ج ـ على ما وصفنا وخطا ـ ط د ـ ط ح ـ مماسين لنصفى الدائرتين على ـ د ح ـ ومتساويين ومتلاقيين على ـ ط ـ وخط ـ ب ط ـ عمود مار بنقطة ـ ط ـ قائم على ـ ا ـ ج ـ ولنماسه دائرة ـ م س ـ على ـ م ـ ولنماس دائرة ـ م س ـ دائرة ـ ا ب ج ـ على ـ ك ـ ودائرة ـ زل ج ـ على ـ ل ـ ونخرج قطر ـ م س ـ موازيا لا ج ـ ونصل ـ ج ك ـ فيمر ـ بس ـ ويلقى عمود ـ ط ب ـ على ـ ع ـ ونصل ـ ا ك ـ فيمر ـ بم ـ ونصل ـ س ز ـ فيمر ـ بل ـ ونصل ـ ج م ـ فيمر

(١) الشكل الثامن ـ ٨ ـ



ماخوذات ص



ماخوذات صو

بل ــ ونخرجه الى ــ ن ــ ونصل ــ ا ع ــ فيمر ــ بن ــ و يكون موازيا لزس ــ وتكون نسبة ــ ج ع ــ الى ــ ع س ــ اعنى نسبة ــ ج ط ــ الى ــ م س كنسبة ــ ج ا ــ الى ــ ا ز ــ وسطح ــ ج ط ــ فى ــ ا ز ــ مساويا لسطح ــ ج ا فى ــ م س ــ وبمثل هذا التدبير تبين ان سطح ــ ا ط ــ فى ــ ه ج ــ يكون مساويا لسطح ــ ج ا ــ فى قطر الدائرة التى يكون من الجانب الآخر ولأن سطح ــ ا ط ــ فى ــ ط ه ــ مساو لمربع ــ ط د ــ وهو مساو لمربع ــ ط ح المساوى لسطح ــ ج ط ــ فى ــ ط ز ــ يكون سطح ــ ا ط ــ فى ــ ط ه مساويا لسطح ــ ج ط ــ فى ــ ط ز ــ ونسبة ــ ا ط ــ الى ــ ج ط ــ كنسبة ط ز ــ الى ــ ط ه ــ وكنسبة جميع ــ ا ز ــ الى ــ جميع ــ ج ه ــ فسطح ــ ج ط فى ــ ا ز ــ مساو لسطح ــ ا ط ــ فى ــ ه ج ــ وقد تبين ان ــ ج ط ــ فى ــ از مساو لسطح ــ ج ا ــ فى ــ م س ــ وان سطح ــ ا ط ــ فى ــ ه ج ــ مساو لسطح ــ ج ا ــ فى قطر الدائرة الاخرى فاذا القطران متساويان والدائرتان متساويتان وهو المطلوب (١) .

(و) اذا كانت نصف دائرة عليه ــ اح ب ــ وتعلمت على قطره نقطة ــ ج ــ وكان ــ اج ــ مثل ــ ج ب ــ مرة ونصف مرة ورسم على ــ ا ج ــ ج ب ــ نصفا دائرتين ورسمت دائرة ــ د ه ــ فيما بين انصاف الدوائر الثلاثة مماسها واخرج قطر ــ د ه ــ فيها موازيا لقطر ــ اب ــ واردنا ان نجد نسبة قطر ــ ا ب ــ الى قطر ــ د ه ــ فانا نصل خطى ــ ا د ــ د ح ــ وخطى ــ ب ه ــ ه ح ــ فيكون خطا ــ ا ح ــ ب ح ــ مستقيمين لما مر فى الشكل الاول ونرسم ايضا خطى ــ ه ط ا ــ دك ب ــ ونبين انهما ايضا مستقيان وكذلك خطا ــ ج د ــ ج ه ــ ونصل ــ ج س ــ ج م ــ و ــ د ز ــ ه ع ــ ونخرجهما الى ــ ل ن ــ فلأن فى مثلث ــ ا د ج ــ ا ط ــ عمود و ــ ج س ــ عمود ايضا وقد تقاطعا على ــ ز ــ فد ز ل ــ ايضا يكون عمودا كما بينا فى التفسير الذى وضعنا للقول فى جملة المثلثات وبيانه كما مر فى الشكل المتقدم وكذلك ايضا يكون

(١) الشكل التاسع ــ ٩ ــ

ه ن ـ عمودا على ـ ب ا ـ ولأن الزاويتين اللتين عند ـ م ـ و ـ ح ـ قائمتين يكون ـ ج م ـ موازيا ـ لا ح ـ وكذلك ـ ج س ـ لب ح ـ فتكون نسبة ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ا ز ـ الى ـ ز ه ـ بل كنسبة ـ ا ل ـ الى ـ ل ن ـ ونسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ كنسبة ـ ب ع ـ الى ـ ع د ـ بل كنسبة ب ن ـ الى ـ ن ل ـ وكان ـ ا ج ـ مرة ونصف مثل ـ ج ب ـ فال مرة ونصف مثل ـ ل ن ـ ول ن ـ مرة ونصف مثل ـ ب ن ـ فخطوط ـ ا ل ـ ل ن ـ ن ب ـ الثلاثة متناسبة وبالمقدار الذى يكون به ـ ن ب ـ اربعة يكون به ـ ن ل ـ ستة و ـ ا ل ـ تسعة و ـ ب ا ـ تسعة عشر ولان ـ ن ل ـ مثل ـ د ه ـ تكون نسبة ـ ا ب ـ الى ـ د ه ـ نسبة تسعة عشر الى ستة فاذا وجدنا النسبة المذكورة وايضا ان كانت نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ نسبة غير ما ذكرنا مثل نسبة المرة والثلث اوالمرة والربع اوغير ذلك كان الحكم والتدبير كما تقدم وذلك ما اردناه (١) .

(ز) اذا كانت دائرة على مربع واخرى فيه فالتى عليه مثلا التى فيه فلتكن الدائرة التى على مربع ـ ا ب ـ دائرة ـ ا ب ه ـ والتى فيه دائرة ـ ج د ـ وليكن قطر المربع ـ ا ب ـ وهو قطر الدائرة التى عليه ونخرج ـ ج د ـ قطر الدائرة التى فيه موازيا ـ لا ه ـ فهو مثل ـ ا ه ـ ولان مربع ـ اب ـ مثلا مربع ا ه ـ اعنى ـ ج د ـ ونسبة مربع قطر الدائرة الى مربع قطر الدائرة كنسبة الدائرة الى الدائرة فدائرة ـ اب ـ مثلا دائرة ـ ج د ـ وذلك ما اردناه (٢) .

قال الاستاذ المختص قد صنفت مقالة فى عمل دائرة نسبتها الى دائرة مفروضة كنسبة مفروضة وكذلك عمل جميع الاشكال المستقيمة الخطوط ووجه استعمال الصناع تلك الاشكال ـ واوردها هنا منها شكلا يليق بتفسير هذه المقالة وهو كالجامع لتلك الاشكال والنتيجة لها وهو هذا .

نريد ان نعمل خمس دائرة مثلا والدائرة التى معنا قطرها ـ ا ـ

---

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ (٢) الشكل الحادى عشر ـ ١١ .

بخط

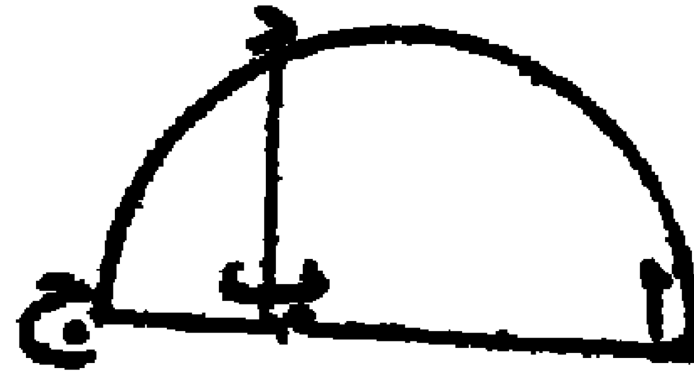


علا



ماخوذات مز ا

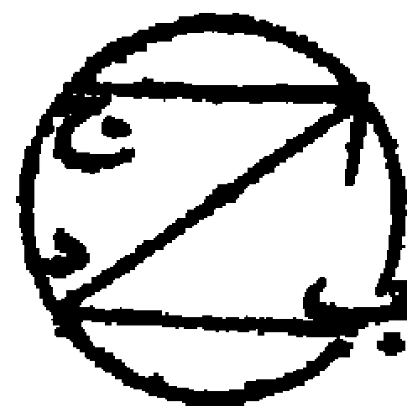
۱۲ـ



۱۳ـ



۱۴ـ



ماخوذات ص۱۱

ب ـ ونزيد فيه خمسة و هو ـ ب ج ـ ونرسم على ـ ا ج ـ نصف دائرة ـ ا د ج ـ ونخرج عمود ـ ب د ـ فلان نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب د ـ يكون كل دائرة اوشكل يعمل على ـ ب د ـ مطلوبنا وذلك ان نسبة دائرة التى على ـ ا ب ـ او الشكل الذى عليه الى الدائرة اوالشكل الذى على ـ ب د ـ معمولا نعمل ذلك الشكل وموضوعا كوضعه تكون كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج (١) .

(ح) اذا اخرج فى دائرة خط ـ ا ب ـ كيف كان واخرج على استقامة وجعل ـ ب ج ـ مساويا لنصف قطر الدائرة ووصل من ـ ج ـ ومركز الدائرة وهو ـ د ـ واخرج الى ـ ه ـ كانت قوس ـ ا ه ـ ثلاثة امثال قوس ب ز ـ فلنخرج ـ ه ح ـ موازيا ـ لا ب ـ ونصل ـ د ب ـ د ح ـ فلان زاويتى ـ د ه ح ـ د ح ه ـ متساويتان تكون زاوية ـ ح د ج ـ ضعف زاوية ـ د ح ه ـ ولان ـ ب ج د ـ مساوية لزاوية ـ ب د ج ـ وزاوية ج ه ح ـ مساوية لزاوية ـ ا ج ه ـ تكون زاوية ـ ح د ج ـ ضعف زاوية ـ ج د ب ـ وجميع زاوية ـ ب د ح ـ ثلاثة امثال زاوية ـ ب د ج ـ وقوس ـ ب ح ـ المساوى لقوس ـ ا ه ـ ثلاثة امثال قوس ـ ب ز ـ وذلك ما اردناه (٢) .

قال الاستاذ قوله قوس ـ ب ح ـ مساو لقوس ـ ا ه ـ انما يكون ذلك لتوازى الوترين فليكن فى دائرة ـ ا ب ج ـ وترا ـ ا ج ـ ب د ـ متوازيين .

اقول ان قوسى ـ ا ب ـ ج د ـ متساويتان ونصل ـ ا د ـ فزاويتا ج ا د ـ ا د ب ـ متساويتان ولذلك تكون القوسان متساويتين وبالعكس لمثل ذلك البيان (٣) .

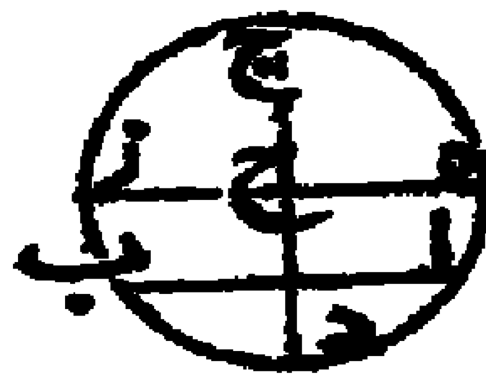
(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ ـ (٢) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ (٣) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ ـ .

(ط) اذا تقاطع فى دائرة خطا — اب — ج د — على غير المركز وكان التقاطع على قوائم فان قوسى — اد — ج ب — مساويتان لقوسى — اج — ب د — ولنخرج قطر — ه ز — موازيا — لا ب — فهو يقطع — ج د — بنصفين على — ح — وتكون — ه ج — مساوية — له د — فلان قوس — ه ج ز — نصف الدائرة وقوس — ه ج — مساوية لقوسى — ه ا — ا د — تكون قوس — ج ز — مع قوسى — ه ا — ا د — مساوية لنصف الدائرة وقوس — ه ا — مساوية لقوس — ب ز — فقوس — ج ب — مع قوس — ا د — مساوية لنصف الدائرة يبقى قوسا — ه ج — ه ا — اعنى قوس — ا ج — مع قوس — د ب — مساوية له وذلك ما اردناه (١) .

(ى) اذا كانت دائرة عليها — اب ج — وكان — د ا — مماسالها و — د ب — قاطعالها و — ه ج د — ايضامساويا واخرج — ج ه — موازيا — لد ب — ووصل ه ا — قاطعا — لد ب — على — ز — واخرج من — ز — عمود — ز ح — على — ج ه — فانه ينصفها على — ح — ولنصل — ز ج — فلان — د ا — مماس و — ا ج — قاطع للدائرة تكون زاوية — د ا ج — مساوية للزاوية الواقعة فى القطعة المبادلة لقطعة — ا ج — اعنى لزاوية — ا ه ج — وهى مساوية لزاوية — ا ز د — لكون — ج ه — د ب — متوازيين فزاوية — د ا ج — ا ز ط — متساويتان وفى مثلثى — د ا ز — ا ط د — زاويتا — ا ز ط — ط ا د — متساويتان وزاوية د — مشتركة فلذلك تكون سطح — ز د — فى — د ط — مساويا لمربع — د ا — بل لمربع — د ج — ولكون نسبة — ز د — الى — د ج — كنسبة — ج د — الى — د ط — وزاوية — د — مشتركة يكون مثلثا — د ز ج — د ج ط — متشابهين وزاوية — د ز ج — مساوية لزاوية — د ج ط — المساوية لزاوية د ا ط — التى هى كزاوية — ا ز د — فزاويتا — د ز ج — د ز ا — متساويتان و د ز ج — مساوية لزاوية — ز ج ه — وكانت — ز د ا — مساوية لزاوية ا ه ج — ففى مثلث — ز ه ج — زاويتا — ج — ه — متساويتان وزاويتا — ح

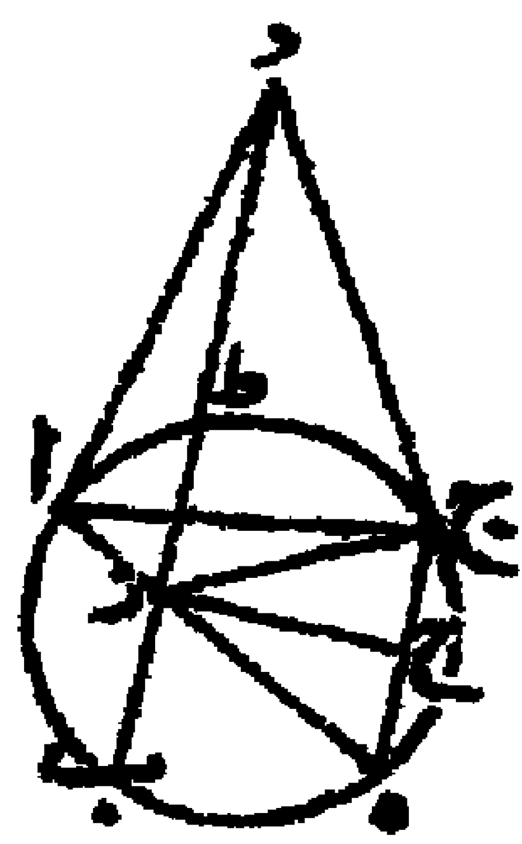
(١) الشكل الخامس عشر — ه ١ — .

۱۵ء

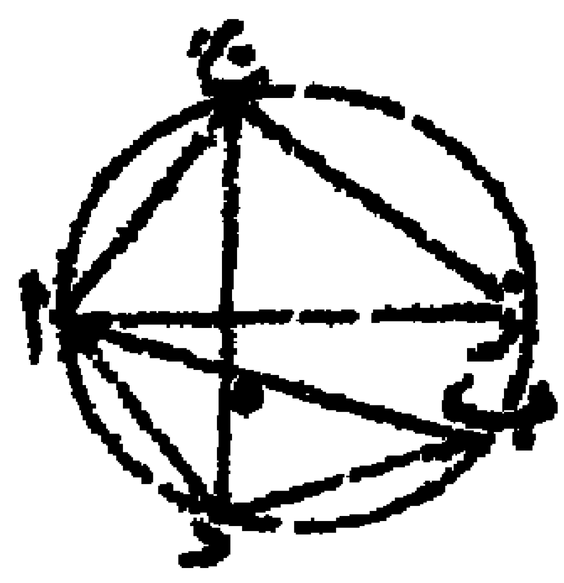


ماخوذات ص۱۳

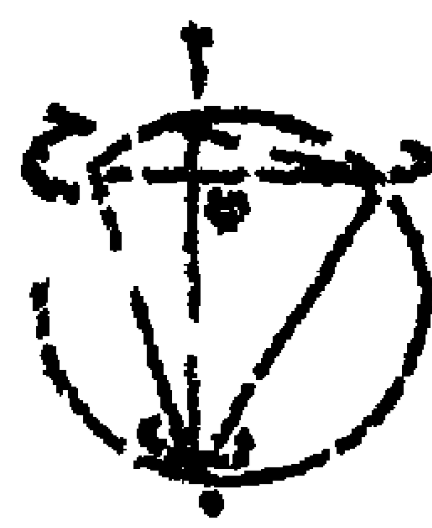
ع ١٦



١٧



ع ١٨



ماخوذات ٣

قائمتان وضلع ـ ح ز ـ مشترك ولذلك يكون ـ ج ح ـ مساويا ـ لح ه ـ فج ه ـ اذا منصف على ـ ح ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يا) اذا تقاطع فى دائرة خطا ـ ا ب ـ ج د ـ على قوائم على ـ ه ـ وهى ليست بالمركز فان مربعات ـ ا ه ـ ه ب ـ ج د ـ ه د ـ جميعا مساوية لمربع القطر ولنخرج قطر ـ ا ز ـ ونصل خطوط ـ ا ج ـ ا د ـ ج ز ـ د ب ـ فلأن زاوية ـ ب ه ج ـ قائمة تكون مساوية لزاوية ـ ا ج د ـ و زاوية ـ ا ج د ـ مساوية لزاوية ـ ا ز ج ـ لكونهما على قوس ـ ا ج ـ و يبقى من مثلثى ـ ا د ه ـ ا ز ج ـ زاويتا ـ ج ا ز ـ د ا ه ـ متساويتين ولذلك تكون قوسا ـ ج ز ـ د ب ـ بل وتراهما متساويتين ومربعا ـ دح ـ ه ب ـ يساويان مربع ـ ب د ـ اعنى ـ ج ز ـ ومربع ـ ا ه ـ ه ج ـ يساويان مربع ـ ج ا ـ ومربعا ـ ج ز ـ ز ا ـ يساويان مربع ـ زا ـ اعنى القطر فاذا مربعات ـ ا ه ـ ه ب ـ ج ه ـ ه د ـ جميعا مساو لمربع القطر وذلك ما اردناه (٢) .

قال الاستاذ ولهذا وجه اخف مما ذكره ارشميدس وهو ان نصل ـ ا د ـ ج ب ـ ب د ـ فلأن زاوية ـ ب ه د ـ قائمة تكون زاويتا ـ ه ب د ـ ه د ب ـ مساويتين لقائمة وقوسا ـ ا د ـ ب ج ـ مساويتين لنصف دائرة ووتراهما فى القوة مساويين للقطر ولكن مربعا ـ ا ه ـ ه د ـ يساويان مربع ـ ا ز ـ ومربعا ـ ج ه ـ ه ب ـ يساويان مربع ـ ج ب ـ فاذا مربعات ـ ا ه ـ ه ب ـ ج ه ـ ه د ـ مساوية لمربع القطر وذلك ما اردناه (٣) .

(يب) اذا كان نصف دائرة على قطر ـ اب ـ ونخرج من ـ ج ـ خطان يماسانه على نقطتى ـ د ه ـ ووصل ـ ه ا ـ د ب ـ فيتقاطعان على ـ ز ـ ووصل ـ ج ز ـ واخرج الى ـ ح ـ كان ـ ج ح ـ عمودا على ـ ا ب ـ ولنصل د ا ـ ه ب ـ فلأن زاوية ـ ب د ا ـ قائمة تكون زاويتا ـ د ا ب ـ ب د ا ـ

---

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ (٢) الشكل السابع عشر ـ ١٧ (٣) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ .

الباقيتين من مثلث ـ د ا ب ـ مساويتين لقائمة وزاوية ـ ا ه ب ـ قائمة فهما متساويتان لها ونجعل زاوية ـ د ب ه ـ مشتركة لجميع زاويتي ـ د ا ب ـ ا ب ه ـ مساو لجميع زاويتي ـ ز ه ب ـ ز ب ه ـ بل لزاوية ـ د ز ه ـ الخارجة من مثلث ـ ز ب ه ـ لأن ـ ج د ـ مماس للدائرة ـ و ـ ز ب ـ قاطع لها ـ فزاوية ـ ج د ب ـ يساوى زاوية ـ د ا ب ـ وكذلك زاوية ـ ج ه ز ـ تساوى زاوية ـ ه ب ا ـ فزاويتا ـ ج ه ز ـ ج د ز ـ معا مساويتان لزاوية د ز ه ـ وقد تبين فى قولنا فى الاشكال ذوات الأضلاع الاربعة انه اذا اخرج فيما بين خطين متساويتين متلاقيين على نقطة كخطى ـ ج د ـ ج ه ـ خطان متقاطعان كخطى ـ د ز ـ ه ز ـ وكانت الزاوية التى يحيطان بها كزاوية ـ ز ـ مساوية لزوايتى المتلاقيين مع المتقاطعين كزاويتى ـ ه د ـ معا فالخط الخارج من نقطة الملاقاة الى نقطة التقاطع كخط ـ ج ز ـ مساو لكل واحد من الخطين المتلاقيين ـ كج د ـ او ـ كج ه ـ فلذلك يكون ـ ج ز ـ مساويا ـ لج د ـ فزاوية ـ ج ز د ـ اعنى زاوية ـ ج د ز ـ مساوية لزاوية ـ د ا ح ـ ولكن زاوية ـ ج ز د ـ مع زاوية ـ د ز ح ـ كقائمتين ويبقى من ذى اربعة اضلاع ـ ا د ز ح ـ زاويتا ـ ا د ز ـ ا ح ز ـ كقائمتين لكن زاوية ـ ا د ب ـ قائمة فزاوية ـ ا ح ز ـ قايمة و ـ ج ح ـ عمود على ـ ا ب ـ وذلك ما اردناه (١).

قال الاستاذ فى بيان ما احاله الى قوله فى الاشكال وذات الاضلاع الاربعة يكن الخطان المتساويان المتلاقيان ـ ا ب ـ ا ج ـ ونقطة التلاقى ـ ا ـ و المتقاطعان بينهما ـ ب د ـ ج د ـ ونقطة التقاطع ـ د ـ ولتكن زاوية ـ ب د ج ـ مثل زاويتى ـ ا ب د ـ ا ج د ـ ونصل ـ ا د ـ نقول فهو مثل ـ ا ب ـ والا فهو اما اقصر من ـ ا ب ـ واما اطول منه وليكن اطول ونفصل ـ ا ه ـ مثل ـ ا ب ـ ونصل ـ ب ه ـ ه ج ـ وزاويتا ـ ا ب ه ـ ا ه ب ـ متساويتان ولكن زاوية ـ ا ه ب ـ اعظم من زاوية ـ ا د ب ـ وكذلك زاوية ـ ا ه ج ـ المساوية

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ .

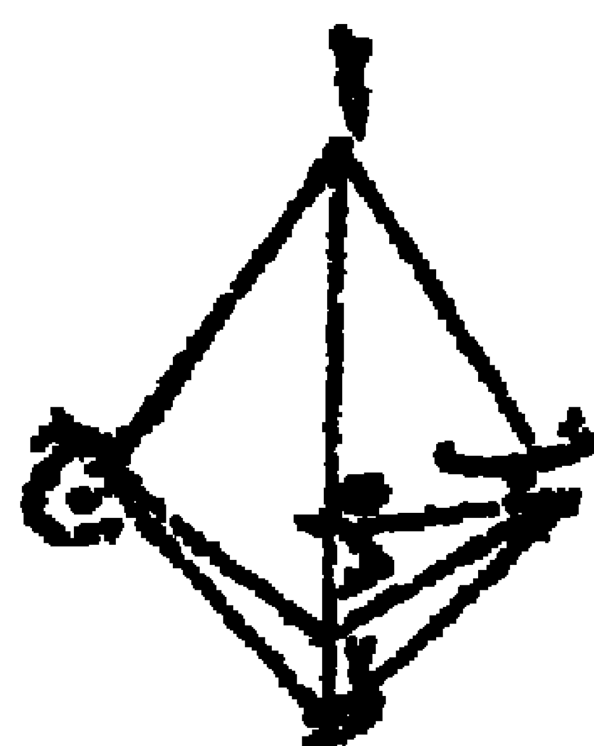
لزاوية

عـ۱۹

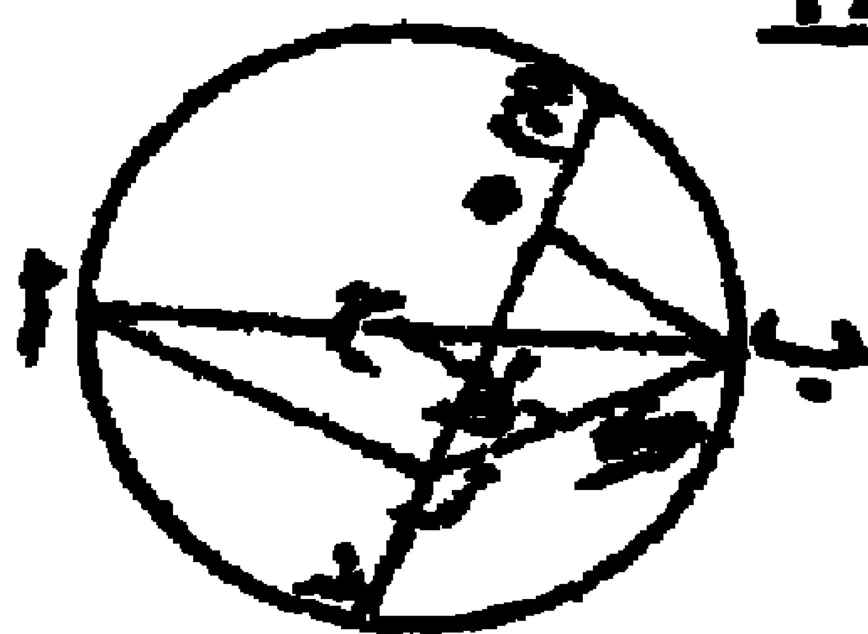


ملفوظات صـ۱۴۷

ع۲۰



ع۲۱



ملفوظات ص۱۵

لزاوية ـ اج ه ـ اعظم من زاوية ـ ا د ج ـ بجميع زاوية ـ ب ه ج ـ اعني جميع زاويتي ـ ا ب ه ـ ا ج ه ـ اعظم من جميع زاويتي ـ ا ب د ـ ا ج د ـ الجزء من كله هذا خلف ثم ليكن ـ ا د ـ اقصر من ـ ا ب ـ ونجعل ـ ا ز ـ مثل ـ ا ب ـ ونصل ـ ب ز ـ ز ج ـ ونبين بمثل ما بينا ان زاوية ـ ب ز ج ـ بل زاويتي ـ ا ب د ـ ا ج ز ـ اصغر من زاويتي ـ ا ب د ـ ا ج د ـ الكل من جزئه هذا خلف فاذا الحكم ثابت (١).

(يج) اذا تقاطعا خطا ـ ا ب ـ ج د ـ في دائرة وكان ـ ا ب ـ قطرها دون ج د ـ واخرج من نقطتي ـ ا ب ـ عمودا ان على ـ ج د ـ وهما ـ ا ز ـ ب ه ـ فانهما يفصلان منه ـ ج ه ـ د ز ـ متساويين فنصل ـ ز ب ـ ونخرج من ح ـ وهي المركز عمود ـ ح ط ـ على ـ ج د ـ ونخرجه الى ـ ك ـ من ـ ز ب ـ فلأن ـ ح ط ـ عمود من المركز على ـ ج د ـ فهو ينصفه على ـ ط ـ ولأن ـ ح ط ـ ا ز ـ عمود ان عليه فهما متوازيان ولأن ـ ب ح ـ مساو ـ لح ا ـ يكون ـ ب ك ـ مساويا ـ لك ز ـ ولتساويهما وكون ـ ب ه ـ موازيا ـ لك ط ـ يكون ـ ه ط ـ مساويا ـ لط ز ـ ويبقى من ـ ط ج ـ ط د ـ المتساويين ـ ه ج ـ ز د ـ متساويين وذلك ما اردناه(٢).

(يد) اذا كان ـ ا ب ـ نصف دائرة ونصل من قطرها وهو ـ ا ب ـ ا ج ـ ب د ـ متساويين وعمل على خطوط ـ ا ج ـ ج د ـ د ب ـ انصاف دوائر وليكن مركز نصفي دائرتي ـ ا ب ـ ج د ـ نقطة ـ ه ـ وكان ـ ه ز ـ عمودا على ـ ا ب ـ واخرج الى ـ ح ـ فان الدائرة التي قطرها ـ ز ح ـ مساوية للسطح الذي يحيط به نصف الدائرة العظمى ونصفا الدائرتين اللتين داخلة ونصف الدائرة الوسطى الذي هو خارج عنه وهو الشكل الذي يسميه ارشميدس سالينون فلأن ـ د ج ـ نصف على ـ ه ـ وزيد فيه ـ ج ا ـ يكون مربعا ـ د ا ـ ا ج ـ مثل مربعي ـ د ه ـ ه ا ـ ولكن ـ ز ح ـ مساو ـ لد ا

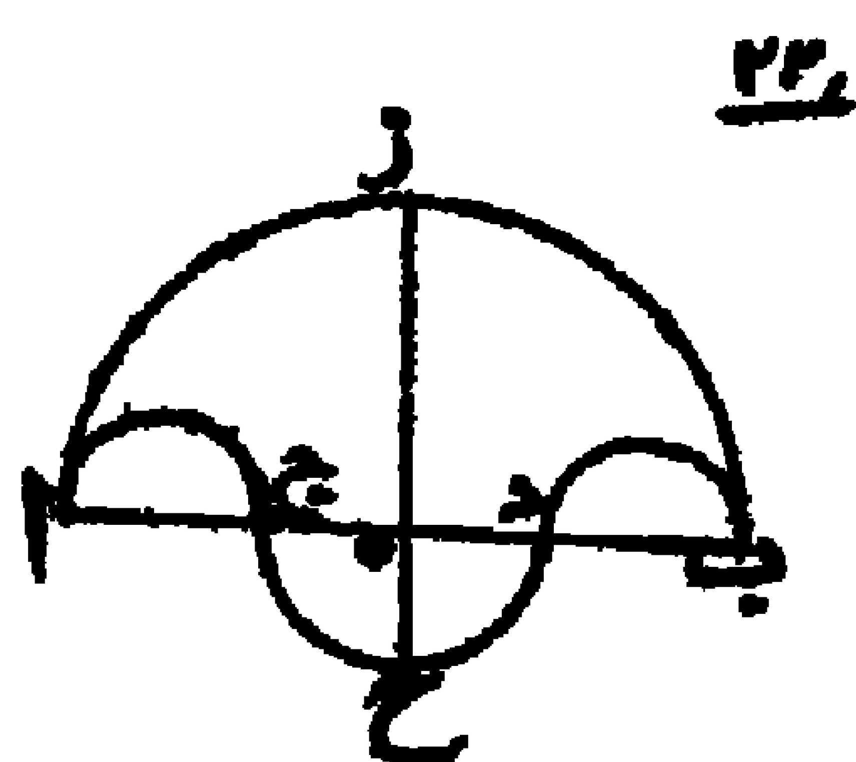
---

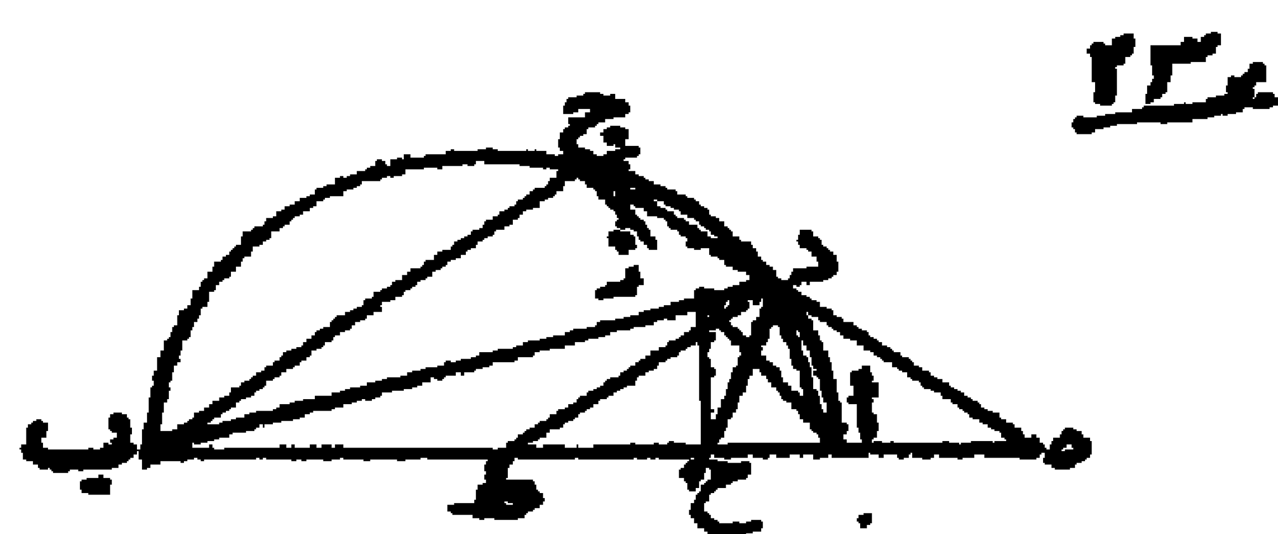
(١) الشكل العشرون ـ . ٢ (٢) الشكل الحادي والعشرون ـ ٢١ .

فمربعا ـ زح ـ اج ـ مثلامربعي ـ ده ـ ها ـ ولأن ـ اب ـ مثلا ـ اه ـ و ـ جد مثلا ـ ه د ـ يكون مربعا ـ اب ـ دج ـ اربعة امثال مربعي ـ ده ـ ها ـ بل مثلي مربعي ـ زح ـ اج ـ ولذلك يكون الدائرتان اللتان ـ اب ـ جد ـ مثلي اللتين قطراهما ـ زح ـ اج ـ ونصفا اللتين قطراهما ـ اب ـ جد ـ مساويان للدائرتين اللتين قطراهما ـ زح ـ اج ـ لكن الدائرة التي قطرها ـ اج ـ مساولنصفي ـ اج ـ بد ـ فاذا القينا منهما نصفي ـ اج ـ بد ـ المشتركين يبقى الشكل الذي يحيط به اربعة انصاف دوائر ـ اب ـ اج ـ جد ـ دب ـ وهو الذي يسميه ارشميدس سالينون مساويا للدائرة التي قطرها ـ زح ـ وذلك ما اردناه (١) .

(يه) · اذا كان ـ اب ـ نصف دائرة ـ و ـ اج ـ وتر المخمس ونصف ـ اج ـ على ـ د ـ ووصل ـ دج ـ واخرج فوقع على ـ ه ـ ووصل ـ دب فقطع ـ ج ا ـ على ـ ز ـ واخرج من ـ ز ـ عمود ـ زح ـ على ـ اب ـ كان خط ـ ح ه ـ مساويا لنصف قطر الدائرة فنصل خط ـ ج ب ـ وليكن المركز ـ ط ونصل ـ ط د ـ ح ج ـ اد ـ فلأن زاوية اب ج ـ التي قاعدتها ضلع المخمس خمسا قائمة وكل واحدة من زاويتي ـ ج ب د ـ د ب ا ـ خمس قائمة زاوية ـ د ط ا ـ مثلا زاوية ـ د ب ط ـ فزاوية ـ د ط ا ـ خمسا قائمة ولأن في مثلثي ـ ج ب ز ـ ح ب ز ـ زاويتي ـ ب ـ متساويتان وزاويتي ح ـ ج ـ قائمتان وضلع ـ زب ـ مشترك يكون ـ ب ج ـ مساويا ـ لب ح ـ و لأن في مثلثي ـ ج ب د ـ ح ب د ـ ضلعي ـ ج ب ـ ب ح ـ متساويان وكذلك زاويتا ـ ب ـ وضلع ـ ب د ـ مشترك يكون زاويتا ب ج د ـ ب ح د ـ متساويتين وكل واحد منهما ستة اخماس، هي مساوية لزاوية ـ د ا ح ـ الخارجة من ذي اربعة اضلاع ـ ب ا د ج ـ الذي في الدائرة فتبقى زاوية ـ د ا ب ـ مساوية لزاوية ـ د ح ا ـ ويكون ـ د ا ـ مساويا ـ

(١) الشكل الثاني والعشرون ـ ٢٢ .


٢٤
ز
ا
ج
ه
د
ب
ح



ماخوذات شکل

لدح – ولأن زاوية – د ط ح – خمسا قائمة وزاوية – د ح ط – ستة اخماس قائمة تبقى زاوية – ط د ح – خمسى قائمة ويكون – د ح – مثل ح ط – ولأن زاوية – ا د ه – خارجة ذى اربعة اضلاع – ا د ج ب – الذى فى الدائرة فهى مثل زاوية – ج ب ح – وهى خمسا قائمة ومساوية لزاوية – ح د ط – ولأن فى مثلثى – ه د ا – ط د ح – زاويتى – ه د ا – ط د ح – متساويتان وكذلك زاويتا – د ا ه – د ح ط – وضلعا – د ا – د ح – يكون ه ا – مثل – ط ح – ونجعل – ا ح – مشتركا فيكون – ه ح – مثل – ا ط – وذلك ما اردناه (١).

وهنالك استبان ان خط – د ه – مساو لنصف قطر الدائرة لأن زاوية – ه – مثل زاوية – د ط ح – فيكون خط – د ط – مساويا لخط – د ه –.

واقول ان – ه ج – مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين على د – وقسمة الاطول – ه د – وذلك لأن – ه د – وتر السدس – و – د ج – وتر العشر وقد تبين ذلك فى الشكل الثالث عشر من المقالة الثالثة عشر من الاصول وذلك ما اردناه.

تم الماخوذات لارشميدس

وفرغ المصنف رحمه الله منه (ززك ه) خنج والكاتب من نسخه يوم الاحد الثامن والعشرين من رمضان سنة تسع وتسعمائة فى مدينة تبريز.

(تمت الرسالة بعونه تعالى)

---

(١) الشكل الثالث والعشرون – ٢٣.

كتاب فى جرمى النيرين وبعديهما

لارسطرخس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لا زالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ﻫ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب ارسطرخس

فى جرمى النيرين وبعديهما ـ سبعة عشر شكلا

صدر الكتاب

نضع ان القمر يقبل الضوء من الشمس وان قدر الارض عند فلك البروج قدر المركز والنقطة .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء حاذى حينئذ بصرنا الدائرة العظمى منه الموازية للدائرة الفاصلة بين الجزء المظلم والجزء المضئ من جرمه .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء كان حينئذ بعده من الشمس اقل من ربع الدور بجزء من ثلاثين من الربع .

عرض ظل الارض مقدار قمرين .

القمر يؤتر جزءا من خمسة عشر جزءا من برج .

فيصير على حسب ما وضعنا بعد الشمس من الارض اكثر من ثمانى عشرة مرة مثل بعد القمر من الارض واقل من عشرين مرة مثل بعد القمر من الارض .

ونسبة قطر الشمس الى قطر القمر هذه النسبة بعينها وذلك يتبين من الاصل الذى وضعناه فى انتصاف القمر فى الضوء .

نسبة قطر الشمس الى قطر الارض اعظم من نسبة التسعة عشر الى الثلاثة واقل من نسبة الخمسة والاربعين الى الستة .

وهذا يتبين من النسبة الموجودة بين الابعاد ومن الاصل الموضوع فى الظل .

ويتبين ايضا مما قلنا ان القمر يوتر جزءا من خمسة عشر جزءا من برج .

الاشكال

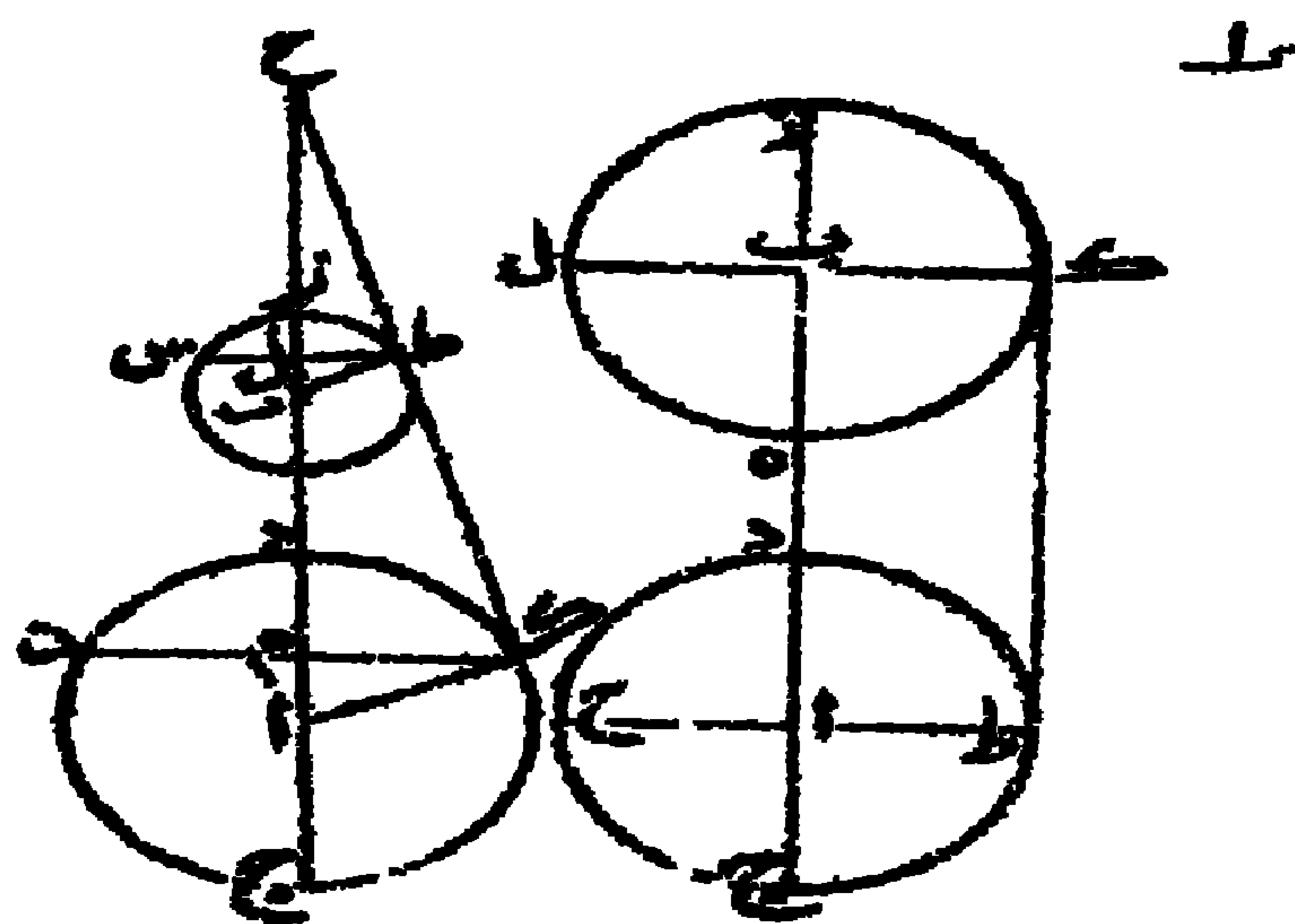
(١) اذا كانت كرتان متساويتين امكن ان يحيط بهما اسطوانة واذا كانتا غير متساويتين كان الذى يحيط بهما مخروطا رأسه يلى اصغرهما والخط الذى يمر بمركزيهما عمودا على كل واحدة من الدائرتين اللتين عليهما يماس سطح الاسطوانة او المخروط كلتى الكرتين فليكن اولا كرتان متساويتين مركزاهما ـ ا ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ونخرجه فى الجهتين الى ـ ج ز ـ وليمر سطح بخط ـ ا ب ـ فتحدث منه فى الكرتين عظيمتا ـ ط ج د ـ ك ه ز ـ ولنخرج من نقطتى ـ ا ـ ب ـ فى ذلك السطح عمودى ـ ا ح ـ ب ل ـ على خط ـ ا ب ـ وليخرجا فى الجهة الاخرى الى سطح الكرة على ـ ط ك ـ ونصل ـ ط ك ـ فلأن خطى ـ ا ط ـ ب ك ـ متساويان متوازيان يكون ا ب ـ مساويا وموازيا ـ لط ك ـ والزوايا قائمة فسطح ـ ا ط ك ب ـ متوازى الاضلاع قايم الزوايا واذا اثبت ضلع ـ ا ب ـ وادير السطح الى ان يعود الى موضعه وادير معه نصفا دايرتى ـ ج ط د ـ ه ك ز ـ احدث السطح اسطوانة مستديرة والنصفان لزما سطحى الكرتين فى جميع الدور واحدث نصفا قطرى ـ ا ط ـ ب ك ـ دائرتين عظميتين مماستين لسطح الكرة لأن نقطتى ـ ط ك ـ لا تفارقان سطحيهما فى جميع الدور ويكون ـ ا ب ـ عليهما عمودا لثبات قيامه على الخطين فى جميع الدور ولأن ـ ك ط ـ يماس الدائرتين فى جميع الدور فالاسطوانة محيطة بالكرتين على الدائرتين ثم لتكن الكرتان غير

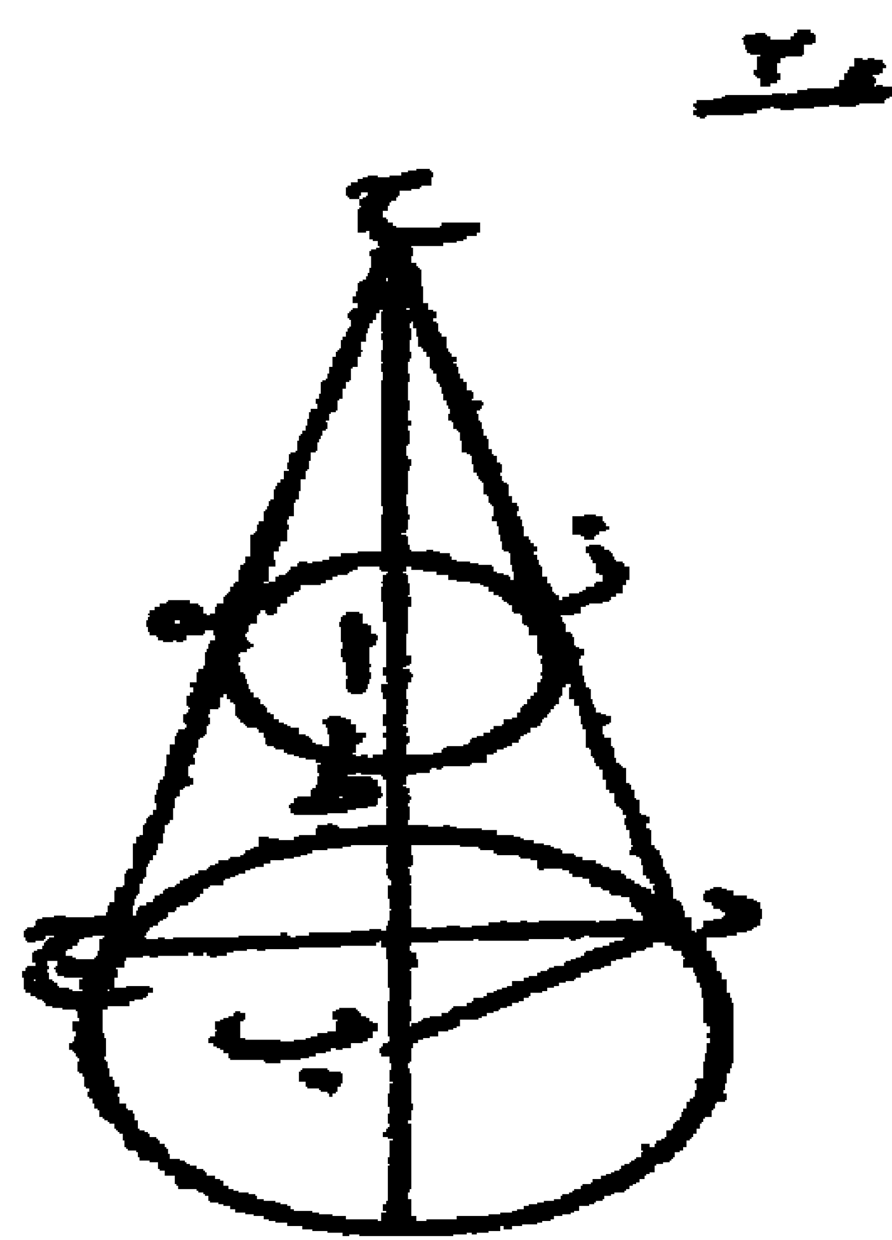
متساوتين وليكن اعظمهما التى مركزها ـ ا ـ ونصل ـ ا ب ـ ونخرجه فى كلتى الجهتين ونجيز سطحا به فتحدث فيهما عظيمتا ـ ج د ـ ه ز ـ ويكون ـ ا د ـ اطول من ـ ب ز ـ ونفصل ـ د م ـ مساويا ـ لز ب ـ ونجعل نسبة ـ ا م ـ الى ـ م د ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ح ـ ويكون ـ ب ح ـ اطول من ب ز ـ وذلك لأن ـ ا ب ـ اطول من ـ ا م ـ فنسبة ـ ا ب ـ الى ـ م د ـ اعنى الى ـ ب ز ـ اعظم من نسبة ـ ا م ـ الى ـ م د ـ ونسبة ـ ا ب ـ الى خط اطول من ـ ب ز ـ يكون كنسبة ـ ا م ـ الى ـ م د ـ ونحن جعلنا نسبة ـ ا م ـ الى ـ م د ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ح ـ فب ح ـ اطول من ـ ب ز ـ وبالتركيب تكون نسبة ـ ا م ـ الى ـ د م ـ اعنى الى ـ ب ز ـ كنسبة ا ح ـ الى ـ ح ب ـ ونخرج من ـ ح ـ خطا يماس دائرة ـ ه ز ـ وهو ـ ه ح ـ ونصل ـ ط ب ـ ونخرج ـ ا ك ـ موازيا ـ لط ب ـ ونصل ط ك ـ فلأن نسبة ـ اح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ا د ـ الى ـ ب ز ـ بل كنسبة ـ ا ك ـ الى ـ ب ط ـ و ـ ا ك ـ مواز ـ لب ط ـ يكون ـ ط ك ـ على استقامة ـ ح ط ـ فزاوية ـ ح ط ب ـ القائمة مساوية لزاوية ـ ح ك ا ـ فح ك ـ مماس الدائرة ـ ج د ـ ونخرج من نقطتى ـ ط ـ ك ـ عمودى ط ل ـ ك م ـ على ـ ح ا ـ واذا اثبت ـ ج ح ـ وادير نصفا دائرتى ـ ج ك د ـ ه ط ز ـ مع مثلث ـ م ك ح ـ الى ان يعود الى مواضعها لزم النصفان سطحى الكرتين واحدث مثلث ـ م ك ح ـ مخروطا رأسه ـ ح ـ وقاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ م ك ـ ويكون المخروط على تلك الدائرة مماسا للكرة لكون نقطة ـ ك ـ دائما على سطحها وحدث من خط ـ ل ط ـ دائرة اخرى على كرة ـ ه ز ـ كذلك ويكون ـ ا ح ـ عمودا على الدائرتين وتكون نقطتا ـ م ـ ل ـ مركزى الدائرتين وذلك ما اردناه (١) .

(ب) اذا قبل الضوء كرة صغرى من كرة عظمى منها كان الجزء المضئ منها اعظم من نصفها فيقبل الضوء كرة مركزها ـ ا ـ عن كرة اعظم مركزها

(١) الشكل الواحد ـ ١ ـ .

ـ ب





في جرمي النيرين ص ٣

ـ ب ـ وليحط بهما مخ وط رأسه ـ ح ـ ومحوره ـ ح ب ـ وليمر به سطح كيف اتفق ولتحدث عنه فى الكرتين عظيمتا ـ ج د ـ ه ز ـ وفى المخروط خطا ـ ح ج ـ ح د ـ ونصل ـ ج د ـ ه ز ـ فالقطعة من الكرة التى عليها ـ ه ط ز ـ وقاعدتها الدائرة التى قطرها ـ ه ز ـ هى التى تقبل الضوء لكونها محاذية لكرة ـ د ج ـ لأن خطى ـ ج ه ـ د ز ـ من خطوط الشعاعات الواصلة بينهما ومركز الكرة فى قطعة ـ ه ط ز ـ فهى اعظم من نصف الكرة وذلك ما اردناه (١) .

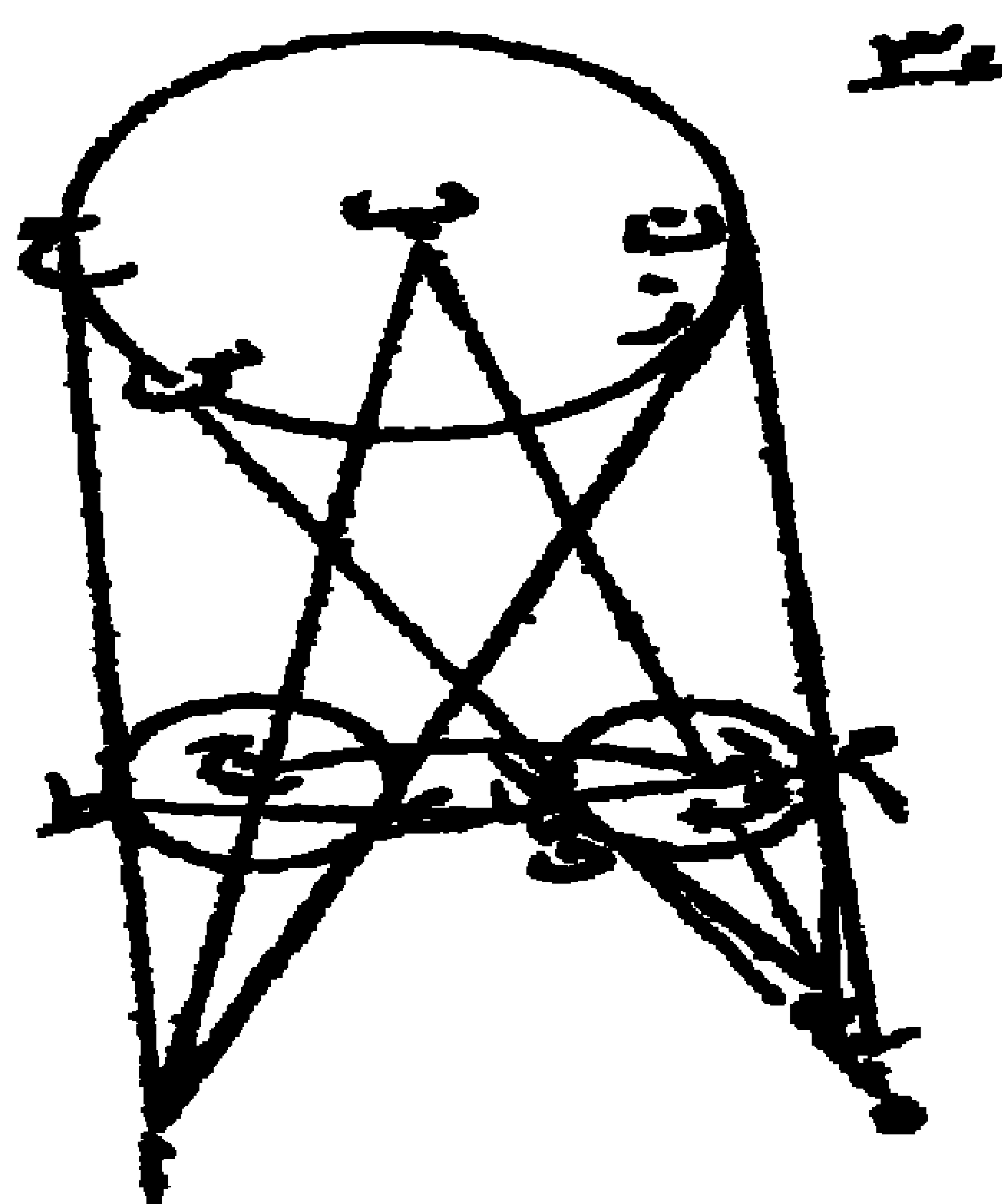
(ج) الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضئ من جرم القمر هى اصغر مايكون عند مايكون رأس المخروط المحيط بالنيرين على ابصارنا يعنى عند مقاطرتهما الأرض فى الاجتماع وفى سائر الاوضاع يكون اعظم من ذلك فليكن بصرنا ـ ا ـ ومركز الشمس ـ ب ـ ومركز القمر عند مايكون رأس المخروط على بصرنا ـ ج ـ وفى غير ذلك الوضع ـ د ـ وخط ـ ا ج ب ـ مستقيم ونصل ـ ب د ونخرجه من جانب ـ د ـ ونخرج السطح المار بخطى ـ ب ا ـ ب د ـ فتحدث عنه فى الاكر دوائر عظام هى ـ ن ح ـ ك ط ـ م ل ـ وفى المخروط خطوط ـ ا ز ـ ا ح ـ ه ن ـ ه س ـ ونصل ـ ط ك ـ ل م ـ وليكن مدار القمر ـ ج د ـ فلأن نسبة نصف قطر دائرة ـ د ح ـ الى نصف قطر دائرة ـ ط ك ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ا ج ـ ونسبة نصف قطر دائرة ـ ز ح ـ الى نصف قطر دائرة ـ ل م ـ كنسبة ـ ه ب ـ الى ـ ه د ـ تكون نسبة ـ ب ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه د ـ وبعد التفصيل والابدال نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ د ه ـ و ـ ب ج ـ اقصر من ـ ب د ـ لأن اقصر الخطوط الخارجة من ـ ب ـ الى محيط دائرة ـ ج د ـ اعنى مدار القمر هو ـ ب ج ـ المار بابصارنا وهو المركز ـ فج ا ـ اقصر من ـ د ه ـ وليكن ـ د ع مثل ـ ج ا ـ ونخرج من ـ ع ـ ع ف ـ ع ق ـ المماسين لدائرة ـ م ل ـ ونصل ـ ف ق ـ فخطوط

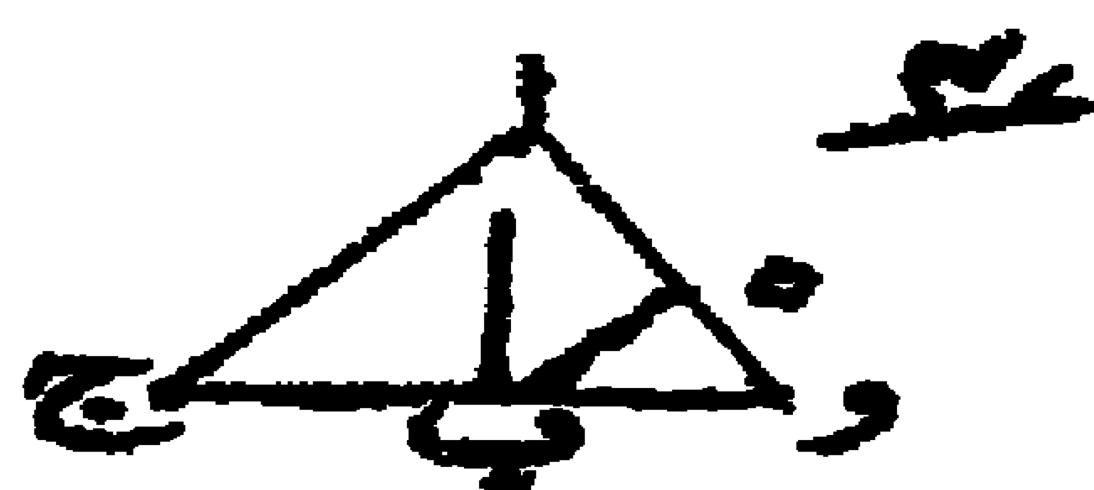
(١) الشكل الثانى ـ ٢ ـ

ـ ا ط ـ ا ك ـ ع ف ـ ع ق ـ تماس دائرتين متساويتين ونخرج من بعدين متساويين فهى متساوية وتحيط زوايا متساوية ويكون لذلك ـ ف ق ـ مساويا ـ لك ط ـ وف ق ـ اقصر من ـ م ل ـ فم ل ـ اطول من ـ ك ط ـ والدائرة التى قطرها ـ كـ ط ـ و ـ ا ب ـ عمود عليها اقصر من التى قطرها ـ م ل ـ و ـ ه ب ـ عمود عليها فاذا الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر عند مقاطرة النيرين للارض فى الاجتماع اصغر منها فى سائر الاوضاع وذلك ما اردناه (١) .

(د) لا فرق فى الحس بين الدائرة العظمى اتى فى القمر وبين الفاصلة بين المضيء والمظلم من جرمه فليكن بصرنا ـ ا ـ ومركز القمر عند كون رأس المخروط المحيط به وبالشمس على بصرنا ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ وليمر سطح ما ـ باب ـ فتحدث فى القمر عظيمة ـ ج د ز ه ـ وفى المخروط خطا ـ ا ج ـ ا د ونصل ـ ج د ـ والدائرة التى قطرها ـ ج د ـ و ـ ا ب ـ عمود عليه هى اصغر الدوائر الفاصلة بين مضيء القمر ومظلمه ولنخرج من ـ ب ه ـ ب ز موازيا ـ لج د ـ فنقول لا فرق فى الحس بين الدائرة التى قطرها ـ ج د ـ وبين التى قطرها ـ ه ز ـ و ـ ا ب ـ عمود على كليهما ولنفرض كل واحدة من ـ ك ح ـ ك ط ـ مثل نصف ـ ج ه ـ ونصل ـ ا ح ـ ا ط ـ ب ح ـ ب ط ب ج ـ ب د ـ فلأن القمر يوتر جزءا من خمسة عشر من برج فهو يوتر جزءا من خمسة واربعين من ثلاثة بروج فتكون زاوية ـ ج ا د ـ جزءا من خمسة واربعين من زاوية قائمة وزاوية ـ ب ج ا ـ قائمة فزاوية ـ ج ا ب جزء من خمسة واربعين من نصف قائمة ونسبتها الى نصف قائمة اعظم من نسبة ب د ـ الى ـ ج ا ـ و ـ ج ب ـ اقل من جزء من خمسة واربعين من خط ج ا ـ فهو اذا اقل كثيرا من جزء من خمسة واربعين من خط ـ ا ب ـ وخط ج ب ـ مساو لخط ـ ب ك ـ فخط ـ ب ك ـ اقل من جزء من خمسة واربعين من خط ـ ب ا ـ واذا فصلنا يكون ـ ب ك ـ اقل من جزء من اربعة واربعين

(١) الشكل الثالث ـ ٣





فحيمى المتيرين صف

من خط ـ ك ا ـ فخط ـ ب ح ـ اقل كثيرا من جزء من اربعة واربعين عن خط ـ ح ا ـ ونسبة خط ـ ب ح ـ الى خط ـ ح ا ـ اعظم من نسبة زاوية ـ ب ا ح الى زاوية ـ ح ب ا ـ فزاوية ـ ب ا ح ـ اقل كثيرا من جزء من اربعة واربعين من زاوية ـ ح ب ا ـ فزاوية ـ ح ا ط ـ ايضا اقل من جزء من اربعة واربعين من زاوية ـ ح ب ط ـ وزاوية ـ ح ب ط ـ مساوية لزاوية ـ ه ب ج ـ التى هى مثل زاوية ـ ج ا ب ـ فزاوية ـ ح ا ك ايضا اقل من جزء من اربعة واربعين من زاوية ـ ج ا ب ـ وزاويه ـ ج ا ب ـ جزء من تسعين من قائمة فزاوية ـ ح ا ط ـ اقل من جزء من ثلاثة آلاف وتسعمائة وستين من قائمة والجزء الذى يرى من زاوية هذا مقدارها ليس يدركه بصرنا وقوس ـ ح ط ـ مساوية لقوس ـ ج ه ـ فقوس ـ ج ه ـ يكون اخفى عن حسنا كثيرا لأنا اذا وصلنا ـ ا ه ـ يكون زاوية ـ ه ا ج اصغر من زاوية ـ ح ا ط ـ فليس بين نقطة ـ ه ـ وبين نقطة ـ ج ـ فرق فى الحس وكذلك بين ـ ز ـ و ـ د ـ فاذا لا فرق بين ـ ج د ـ و ـ ه ز ولا بين دائرتهما وذلك ما اردناه (١) .

اذا ظهر لنا القمر منتصفا فى الضوء وحينئذ حاذى بصرنا الدائرة العظمى منه يعنى تكون تلك الدائرة وبصرنا فى سطح واحد وذلك لأن الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضيء من القمر تكون حينئذ محاذية لبصرنا الا انه لما لم يكن فى الحس فرق بين الدائرة المذكورة وبين الدائرة العظمى منه حكمنا بكون الدائرة العظمى منه محاذية لبصرنا

(ه) القمر يتحرك فى دائرة هى اقرب الينا من دائرة الشمس واذا انتصف فى الضوء كان بعده من الشمس اقل من ربع الدائرة فليكن البصر ـ ا ومركز الشمس ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ونخرجه الى ـ ط ـ ونخرج السطح المار ـ باب ـ وبمركز القمر اذا انتصف فى الضوء فالقطع الذى يحدث عنه فى فلك الشمس عظيمة وليكن ـ ب ج د ـ ونقيم على نقطة ـ ا ـ عمودا على ـ اب

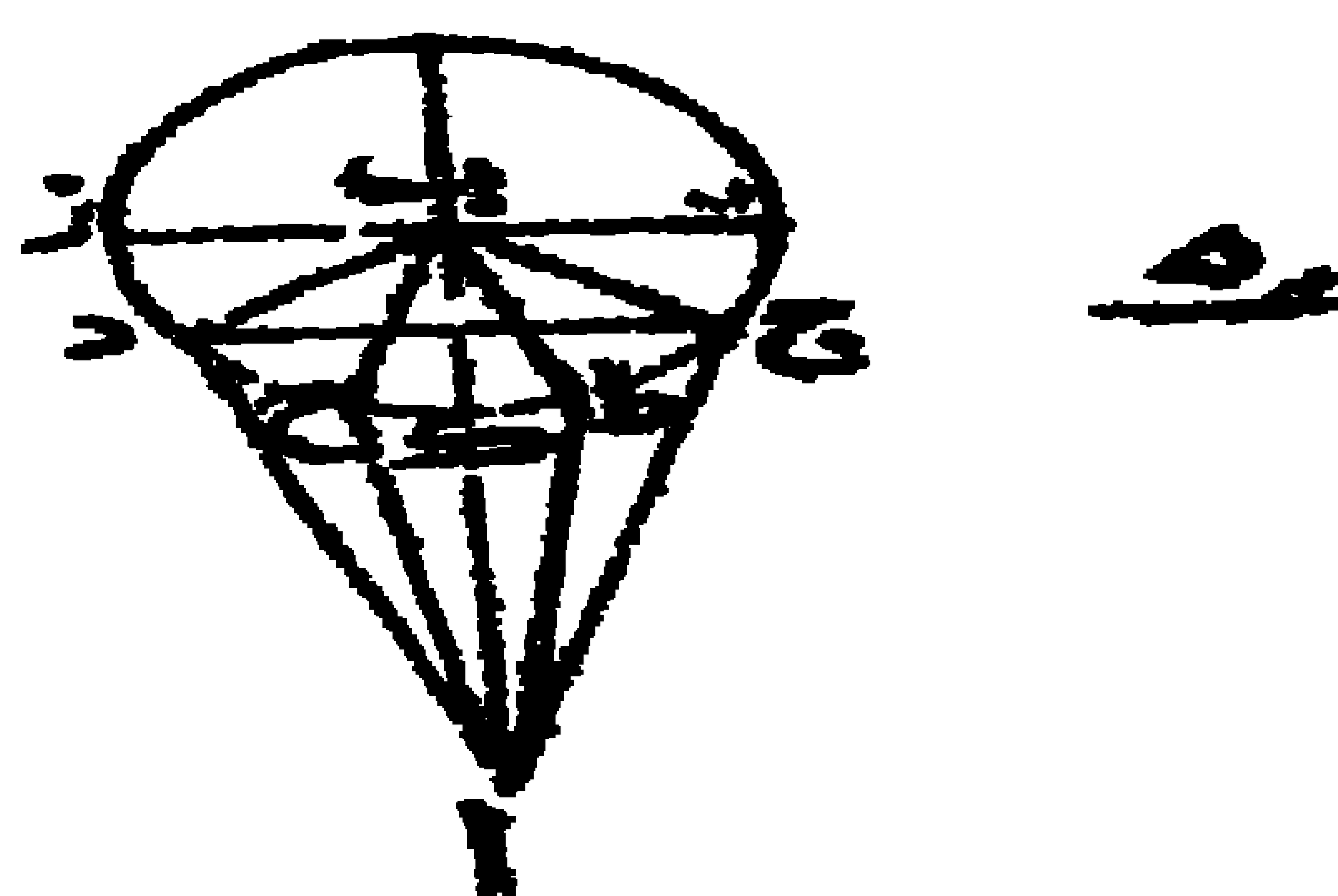
(١) الشكل الرابع ـ ٤

وهو — د ا ج — ونقول يجب ان يكون مركز القمر عند انتصافه فى الضوء فيما بين خطى — ا ب — ا د — والا فليكن اولا بين خطى — ا ط — ا د — كمركز ه — ولتكن الدائرة العظمى منه الموازية الفاصلة بين المضئ والمظلم دايرة — ك وهى مع بصرنا فى سطح واحد ونصل — ا ه — ب ه — فاه — فى ذلك السطح و ب ه — محور المخروط المحيط بالقمر والشمس وهو قائم على الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر وعلى دائرة — ك — فزاوية — ب ه ا — قائمة وزاوية ب ا ه — منفرجة وهما فى مثلث — ه ب ا — هذا خلف وايضا ليكن على خط ا د — كمركز — ز — ولتكن الدائرة العظمى منه — ل — وبالبيان المذكور يلزم ان يكون فى مثلث — ز ب ا — زاويتا — ز — ا — قائمتين هذا خلف فاذا مركز القمر عند انتصاف الضوء يكون فيما بين خطى — ا د — ا ب — .

واقول انه يقع داخل قوس — ب د — والا فليقع خارجها كنقطة — م ولتكن دائرته العظمى فى السطح المذكور — س — ونصل — ا م — ب م — وبالبيان المذكور تكون زاوية — ا م ب — قائمة فزاوية — ا ب م — اصغر من قائمة ويلزم ان يكون — ا م — اصغر من — ا ب — المساوى — لا ن — فالكل اصغر من جزئه هذا خلف فاذا ليس مركز القمر خارج — ب د — فالقمر يتحرك دون الشمس وبعده عنها عند انتصاف الضوء اقل من الربع وذلك ما اردناه (١) .

(و) بعد الشمس من الارض اكثر من ثمانى عشرة مرة مثل بعد القمر من الارض واقل من عشرين مرة فليكن البصر — ا — ومركز الشمس — ب ونصل — ا ب — ونخرج السطح المار بخط — ا ب — وبمركز القمر عند انتصافه فى الضوء فتحدث فى فلك الشمس دائرة — ب ج د — ولنمر — با — خط — ج ا د وليقم — ب د — عمودا عليه فمركز القمر فيما بين خطى — ا د — ا ب — وقوس ب د — ولتكن نقطة — ه — ونصل — ب ه — ه ا — ونقول ان — ب ا — اكثر من ثمانى عشرة مرة مثل — ا ه — واقل من عشرين مرة مثله ونتمم سطح

(١) الشكل الخامس — ه



في جرمي النيرين ص ٢

اب زد ـ المتوازى الاضلاع ونخرج ـ اه ـ الى ـ ح ـ ونصل ـ از ـ وننصف زاوية ـ زاد ـ بخط ـ اط ـ فلأنا وضعنا ان بعد القمر عن الشمس وقت انتصاف الضوء اقل من ربع دائرة بجزء من ثلاثين من الربع تكون قوس ـ ل ج ـ جزءا من ثلاثين من قوس ـ د ب ـ ونسبة قوس ـ ل د الى قوس ـ د ب ـ كنسبة زاوية ـ د ا ل ـ الى زاوية ـ د ا ب ـ فزاوية ل ا د ـ جزء من ثلاثين من زاوية ـ ب ا د ـ وجزء من خمسة عشر من زاوية ـ د ا ز وزاوية ـ د ا ز ـ ضعف زاوية ـ د ا ط ـ فنسبة زاوية ـ د ا ط ـ الى زاوية د ا ح ـ كنسبة الخمسة عشر الى الاثنين ونسبة خط ـ ط د ـ الى خط ـ ح د اعظم من نسبة زاوية ـ د ا ط ـ الى زاوية ـ د ا ح ـ فنسبة خط ـ د ط ـ الى خط ـ د ح ـ اعظم من نسبة خمسه عشر الى اثنين ولان خط ـ د ز ـ مساو لخط ـ د ا ـ وزاوية ـ ز د ا ـ قائمة تكون مربع ـ ز ا ـ ضعف مربع ـ ا د ـ ونسبة مربع ـ ا ز ـ الى مربع ـ ا د ـ كنسبة مربع ـ ز ط ـ الى مربع ـ ط د ـ فنسبة مربع ـ ز ط ـ الى مربع ـ ط د ـ كنسبة خمسين الى خمسة وعشرين وهى اعظم من نسبة تسعة واربعين الى خمسة وعشرين فنسبة ـ ز ط الى ـ ط د ـ اعظم من نسبة سبعة الى خمسة وبالتركيب نسبة ـ ز د ـ الى ـ ط د اعظم من نسبة اثنى عشر الى خمسة اعنى من نسبة ستة وثلاثين الى خمسة عشر ونسبة ـ ط د ـ الى ـ د ح ـ اعظم من نسبة خمسة عشر الى اثنين فبالمساواة نسبة ـ ز د ـ الى ـ د ح ـ اعظم من نسبة ستة وثلثين الى اثنين اعنى من نسبة ثمانية عشر الى واحد فخط ـ ز د ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ د ح ـ وخط ـ ز د ـ مثل ـ ا د ـ فخط ـ ا د ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط دح ـ ونسبة ـ ا د ـ الى ـ دح ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ا ـ فخط ـ ب ه ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ ه ا ـ فخط ـ ا ب ـ ايضا اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ ه ا ـ.

ونقول انه اقل من عشرين مرة مثله ولنجيز على ـ ل ـ خطا موازيا

لا د ـ وهو ـ ل ك ـ ونرسم حول مثلث ـ ل ا ك ـ دائرة قطرها خط ـ ا ل لكون زاوية ـ ك ـ قائمة ونعمل فيها ضلع مسدس وهو ـ ا م ـ ولان زاوية د ا ح ـ جزء من ثلاثين من قائمة وجزء من ستين من قائمتين ونسبة زاوية ا ل ك ـ الى زاويتين قائمتين كنسبة قوس ـ ك ا ـ الى القوس الموتر للقائمتين وهي مثل نسبتها الى جميع الدائرة فقوس ـ ك ا ـ جزء من ستين من محيط الدائرة وا م ـ ضلع مسدس فقوس ـ ا م ـ عشرة امثال قوس ـ ك ا ـ ونسبة قوس ا م ـ الى قوس ـ ا ك ـ اعظم من نسبة خط ـ ا م ـ الى خط ـ ا ك ـ فخط ا م ـ اقل من عشرة امثال خط ـ ا ك ـ وخط ـ ا ل ـ ضعف ـ ا م ـ فخط ا ل ـ اقل من عشرين مرة مثل خط ـ ا ك ـ وخط ـ ا ل ـ مساو لخط ا ب ـ و ـ ا ك ـ مساو لـ ا ه ـ فخط ـ ا ب ـ اقل من عشرين مثلا لخط ـ ا ه وقد تبين انه اكثر من ثمانية عشر مرة مثله وذلك ما اردناه (١) .

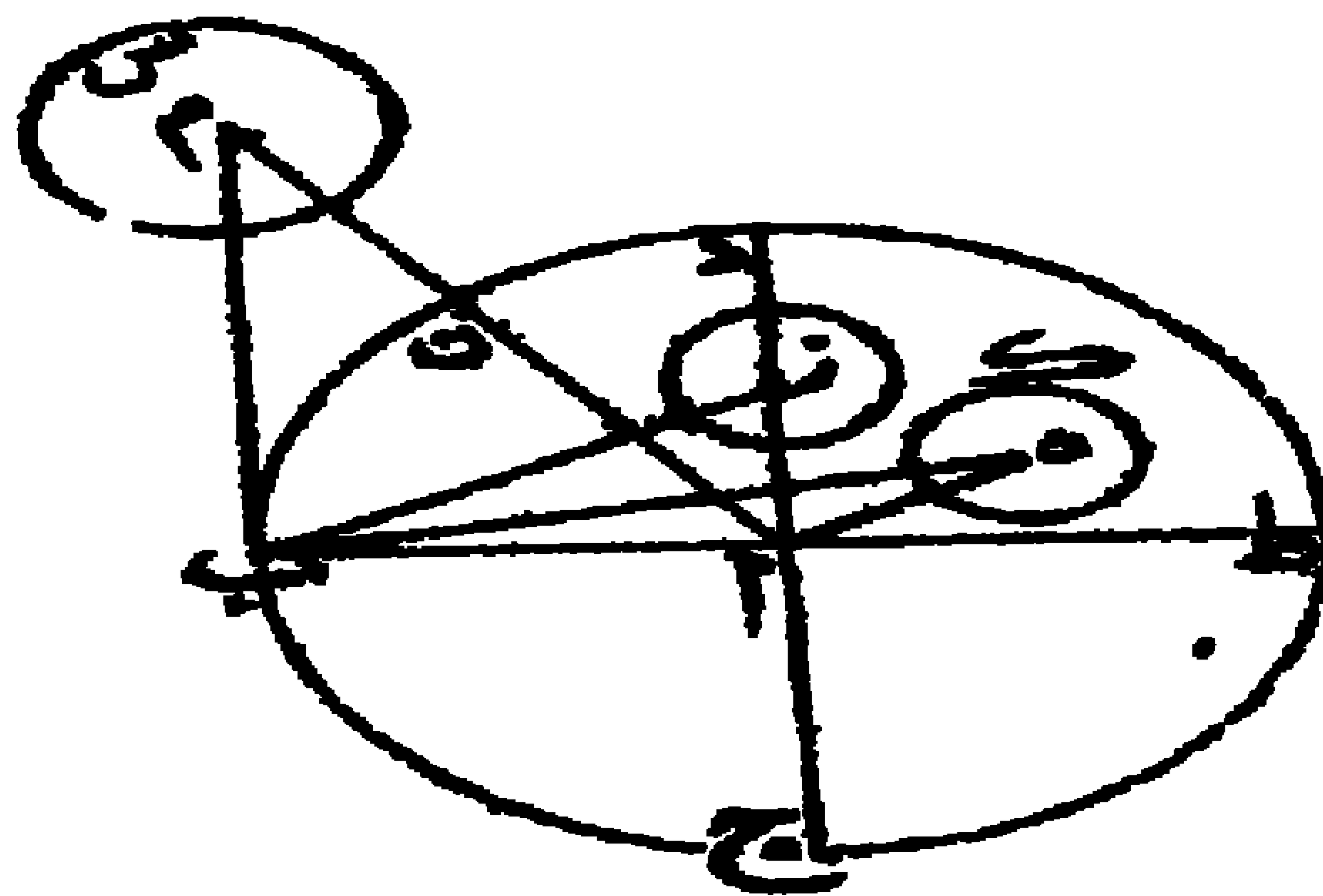
اذا انكسفت الشمس كلها بغير مكث احاط بها حينئذ وبالقمر مخروط واحد رأسه عند بصرنا وذلك لانه لما كانت الشمس تنكسف بستر القمر اياها ويكون ذلك لوقوعها في المخروط المحيط بالقمر الذي رأسه عند بصرنا فهي اما ان تنطبق على المخروط او تفضل عليه او تنقص عنه ولو كانت تفضل لما انكسفت كلها ولو كانت تنقص لمكثت في الكسوف فاذا تنطبق عليه ويحيط بهما مخروط واحد وذلك ما اردناه .

(ز) قطر الشمس اكبر من ثمانية عشر مثلا لقطر القمر واقل من عشرين مرة مثله فليكن بصرنا ـ ا ـ و ـ مركز الشمس ـ ب ـ ومركز القمر ـ ج واذا كان رأس المخروط المحيط بالقمر والشمس عند بصرنا كان خط ـ ا ج ب ـ مستقيما وليمر به سطح فتحدث فيهما عظمتي ـ د ه ـ ز ح ـ وعلى المخروط خطي ـ د ا ـ ا ه ـ ونصل ـ د ب ـ ز ج ـ ونخرجهما الى ـ ط ك ـ فلان نسبة خط ـ ب ا ـ الى خط ـ ا ج ـ كنسبة خط ـ ب د ـ الى خط ـ ج ز بل كنسبة ـ د ط ـ الى ـ ز ك ـ وخط ـ ب ا ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط

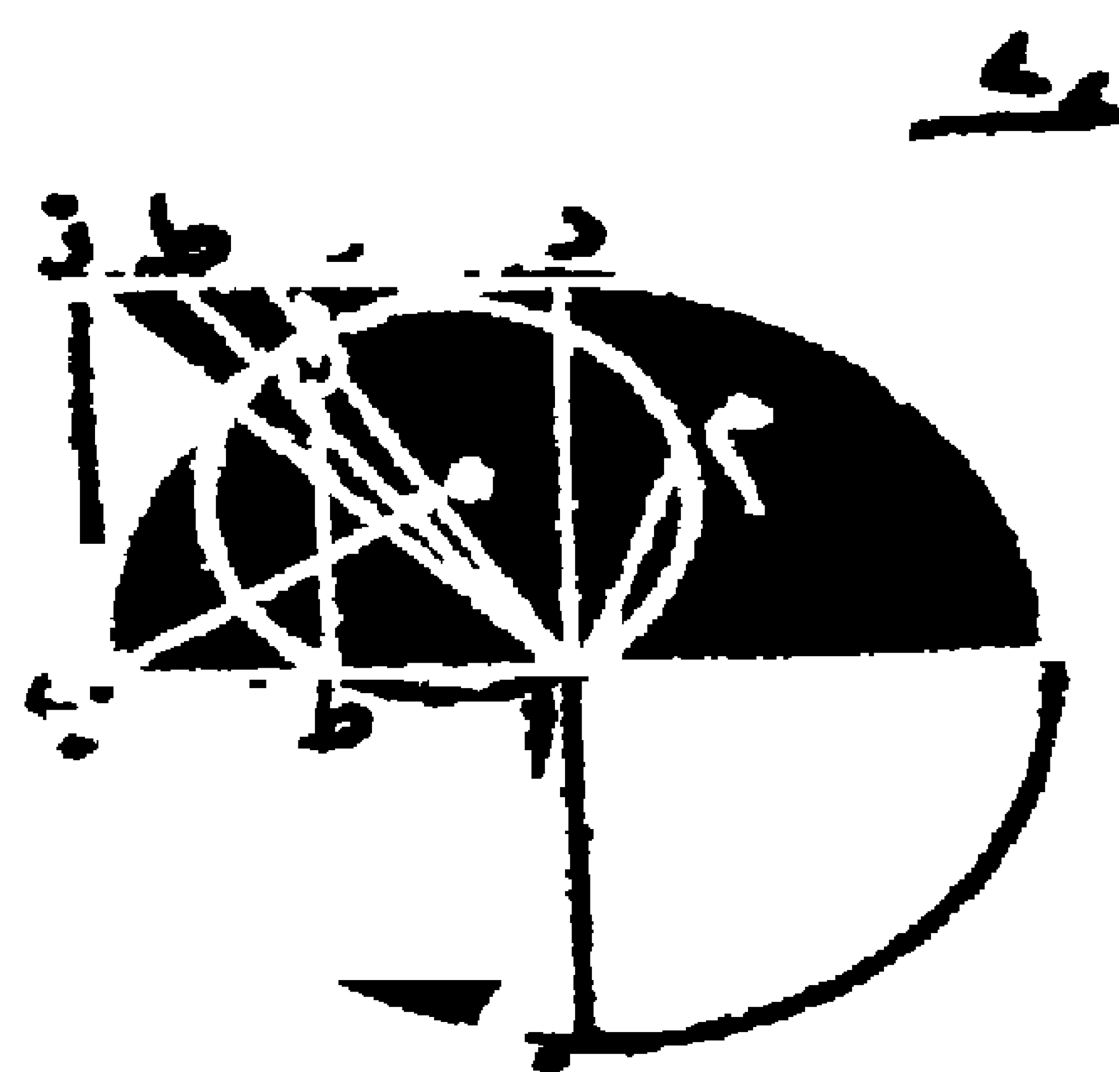
(١) الشكل السادس ـ ٦ ـ .

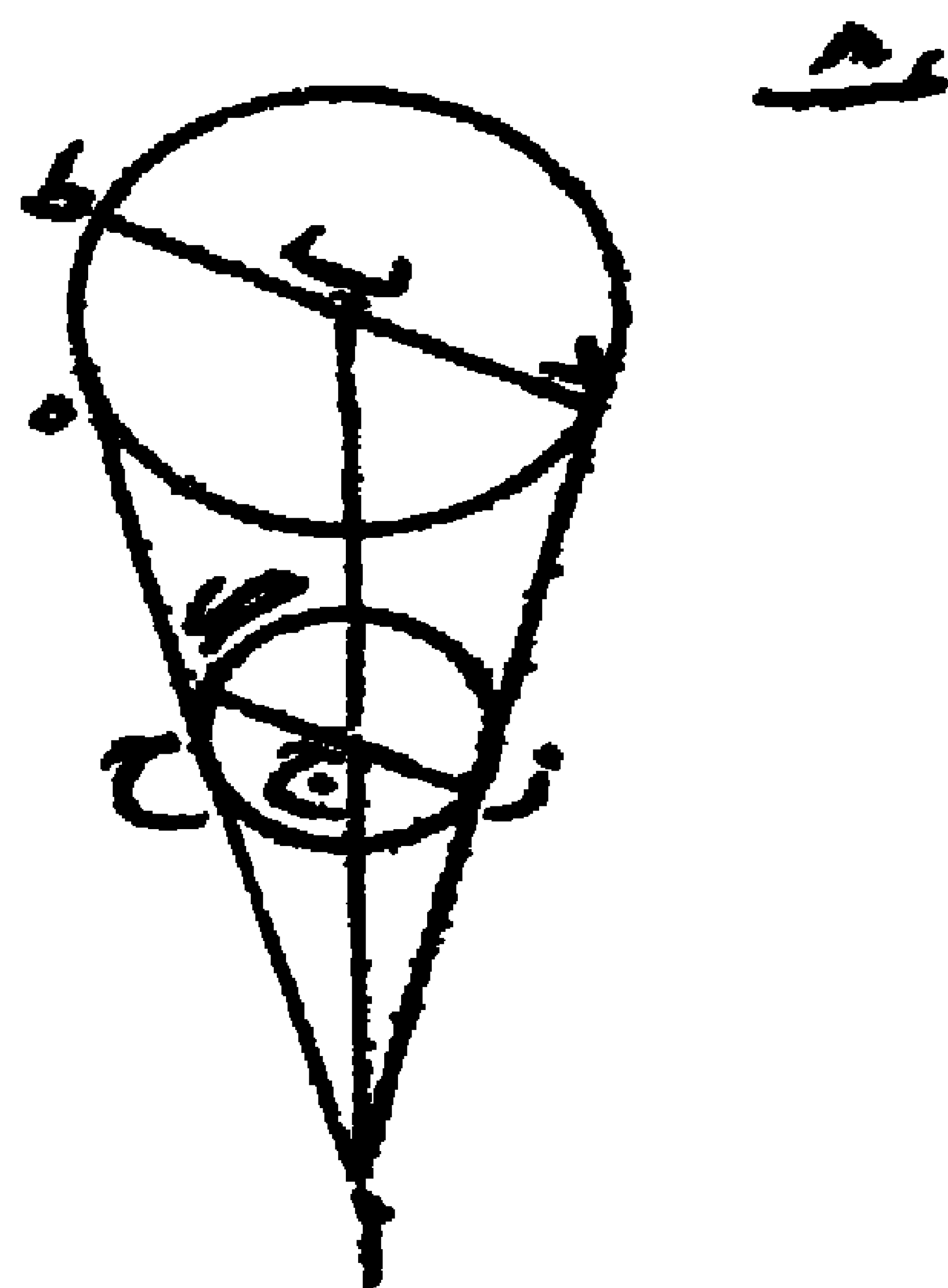
ا ج ـ

ع٧



في جرمي النيرين، صة





في جرمي النيرين ص١١

ا ج ـ وا قل من عشرين مرة مثله يكون خط ـ د ط ـ ايضا ـ اكبر من ثمانية عشر مثلا لخط ـ ز ك ـ وا قل من عشرين مرة مثله وذلك ما اردناه (١) .

(ح) نسبة جرم الشمس الى جرم القمر اعظم من نسبة خمسة آلاف وثمان مائة واثنين وثلثين الى واحد واقل من نسبة ثمانية آلاف الى واحد فليكن قطر الشمس ـ ا ـ وقطر القمر ـ ب ـ ولان نسبة كرة الشمس الى كرة القمر كنسبة مكعبي قطريهما وكنسبة قطريهما مثلثة بالتكرير وكانت نسبة القطر الى القطر النسبة المذكورة اخذنا مكعبي ثمانية عشر وعشرين فوجب منه ان تكون نسبة جرم الشمس الى جرم القمر اعظم من نسبة (٥٨٣٢) الى الواحد واصغر من نسبة (٨٠٠٠) اليه وذلك ما اردناه (٢) .

(ط) قطر القمر اقل من جزئين من خمسة واربعين جزءا من بعد مركز القمر من بصرنا واكثر من جزء ثلثين منه فليكن بصرنا ـ ا ـ ومركز القمر ـ ب ـ وذلك في الوقت الذي يكون رأس المخروط المحيط بالقمر والشمس على بصرنا ونصل ـ ا ب ـ وليمر به سطح فيحدث في جرم القمر عظيمة ـ ج د ـ وفي بسيط المخروط ـ ا ج ـ ا د ـ ونصل ـ د ب ـ ونخرجه الى ـ ه ـ ونقول ان ـ د ه ـ اقل من جزئين من خمسة واربعين جزءا من خط ـ ا ب ـ واكثر من جزء من ثلثين منه وذلك لانه لما كانت زاوية ـ ب ا د ـ جزءا من خمسة واربعين من نصف قائمة ونسبة زاوية ـ ب ا د ـ الى نصف قائمة اعظم من نسبة خط ـ ب د ـ الى خط ـ د ا ـ يكون خط ـ د ب ـ اقل من جزء من خمسة واربعين من خط ـ د ا ـ فيكون خط ـ د ب ـ اقل كثيرا من جزء من خمسة واربعين من خط ـ ا ب ـ فخط ـ د ه ـ ايضا اقل من جزئين من خمسة واربعين من خط ـ ا ب ـ ونقول ايضا انه اكبر من جزء من ثلثين منه ولنرسم على مركز ـ ا ـ وببعد ـ ا ج ـ

(١) الشكل السابع ـ ٧ ـ (٢) الشكل الثامن ـ ٨ ـ

دائرة فهي تمر – بد – ولتكن دائرة – زج د – وليكن – ج ز – ضلع مسدس فيها ونصل – ج ه – د ج – فلان زاوية – ج ا د – جزء من خمسة واربعين من قائمة تكون هي جزءا من مائة وثمانين من اربع قوائم ونسبة – ج ا د – الى اربع قوائم كنسبة قوس – ج د – الى جميع المحيط فقوس – ج د – جزء من مائة وثمانين من المحيط وقوس – ج ز – سدسه – وقوس – ج د – جزء من ثلثين من قوس – ج ز – ونسبة قوس – ج د – الى قوس – ج ز – اصغر من نسبة خط – ج د – الى خط – ج ز – لكون قوس – ج د – اصغر من قوس – ج ز – فخط – ج د – اكبر من جزء من ثلثين من خط – ج ز – اعنى من خط – ا د – ولان زاوية – ب ا د – القائمة مساوية لزاوية – د ج ه – القائمة وزاوية – د ا ب – مساوية لزاويه – ج د ه – فمثلثا – د ا ه – د ج ه – متشابهان ونسبة – ج د – الى – د ه – كنسبة – د ا – الى – ا ب – واذا بدلنا كانت نسبة – ج د – الى – د ا – كنسبة – ه د – الى – ا ب – و – ج د – اكثر من جزء من ثلثين من خط – د ا – فخط – ه د – اكبر من جزء من ثلثين من خط – ا ب – وذلك ما اردناه. (١)

(ى) قطر الدائرة الفاصلة بين المظلم والمضئ من القمر اقصر من قطر القمر ونسبته اليه اعظم من نسبة تسعة وثمانين الى تسعين فليكن بصرنا – ا – ومركز القمر عند كون رأس المخروط المحيط بالنيرين عند بصرنا – ب – ونصل – ا ب وليمر به سطح ما فتحدث في القمر عظيمة – ج د – وفي سطح المخروط خطي – ا ج – ا د – ونصل – د ج – فهو قطر الدائرة الفاصلة ولنجيز على – ب خطا موازيا له وهو – ه ز – وهو قطر القمر و – ج د – اقصر من – ه ز – فنقول انهما على النسبة المذكورة ونصل – د ب – فلان زاوية – ب ا د – جزء من تسعين عن قائمة وزاوية – ب ا د – مساوية لزاوية – ب د ط – بل لزاوية – د ب ه لكون – ج د – ز ه – متوازيين فزاوية – د ب ه – جزء من تسعين من قائمة

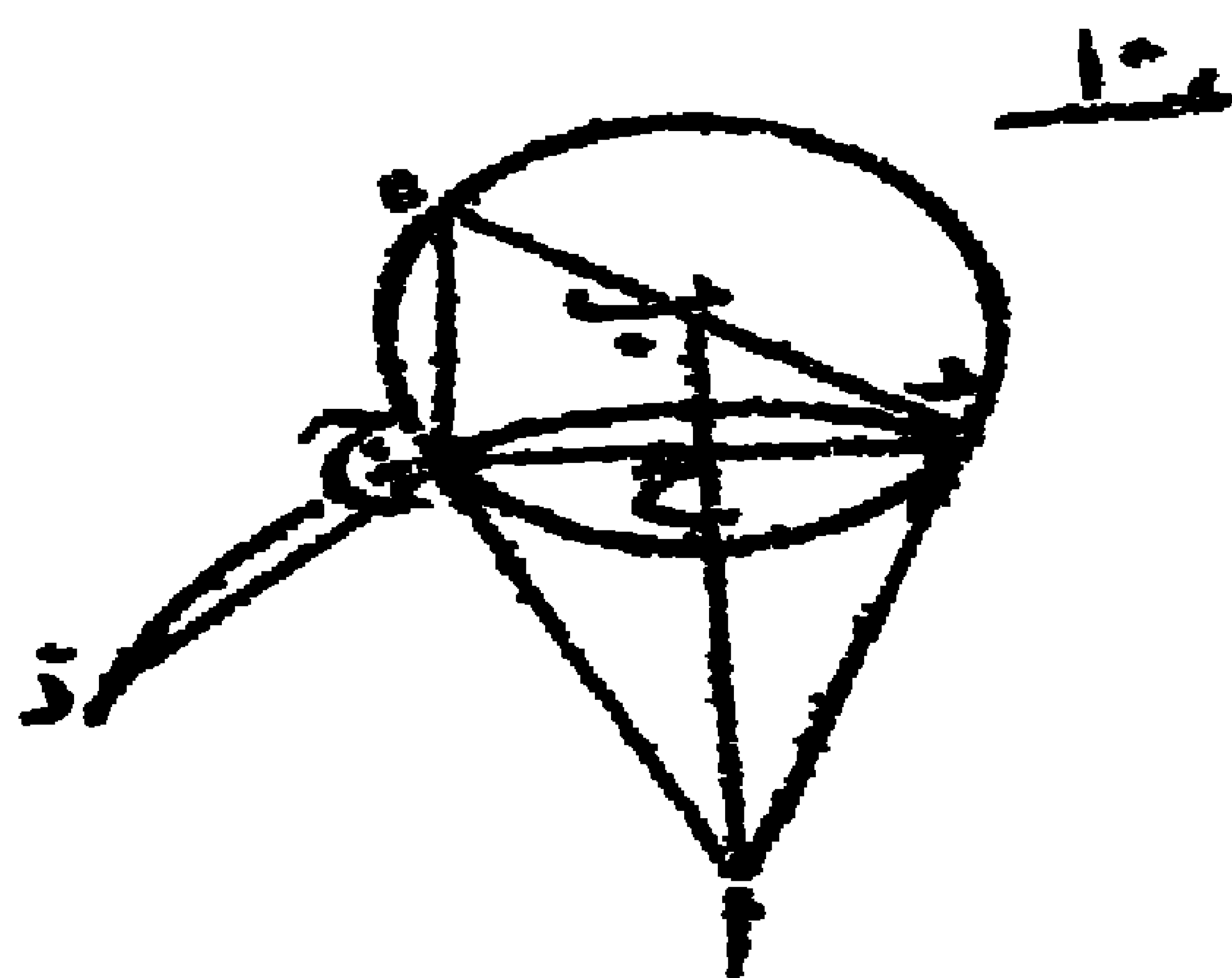
(١) الشكل التاسع – ٩ –

اعنى

ع ٩

١ ب

في حرمي النيرين سـ ١٣٠



في جرمي النيرين ص ١٣

اعنى من زاوية ـ ا ب ه ـ فقوس ـ ه د ـ جزء من تسعين من قوس ـ ه ح ـ وقوسا ـ د ه ـ ج ز ـ مجموعين جزء من تسعين من قوس ـ ه ح ز ـ ونسبة قوس ـ ه ح ز ـ الى قوس ـ ه د ـ ج ز ـ مجموعين نسبة تسعين الى واحد واذا قلبنا كانت نسبة قوس ـ ه ح ز ـ الى قوس ـ د ح ج ـ كنسبة تسعين الى تسعة وثمانين ونسبة قوس ـ د ح ج ـ الى قوس ـ ه ح ز ـ اقل من نسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ ه ز ـ فنسبة خط ـ د ج ـ الى خط ـ ه ز ـ اكبر من نسبة تسعة وثمانين الى تسعين وذلك ما اردناه (١).

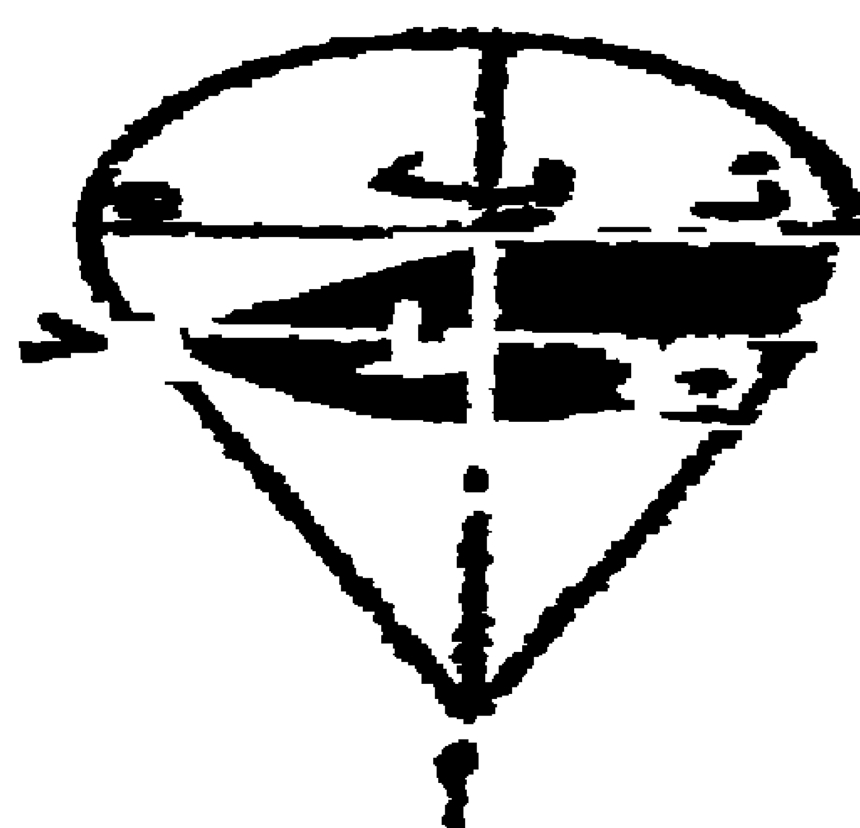
(يا) وتر القوس التى يفصلها ظل الارض من الدائرة التى يتحرك عليها طرفا قطر الدائرة الواصلة بين المضئ والمظلم من القمر اقصر من ضعف قطر الارض (٢) ونسبته الى قطر القمر اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى خمسة واربعين وهو اقصر من تسع قطر الشمس ونسبته اليه اعظم من نسبة اثنين وعشرين الى مائتين وخمسة وعشرين ونسبته الى الخط المار بمركز دائرة الشمس الذى يكون عمودا على محور مخروط الظل ويلقى ضلعى المخروط اعظم من نسبة تسعمائة وتسعة وسبعين الى عشرة آلاف ومائة وخمسة وعشرين فليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز الارض ـ ب ـ ومركز القمر ـ ل ـ وليقع كله فى الظل اول ما يقع ونصل ـ اب ـ ولنمر سطح ـ با ب ـ و ـ ب ل ـ فتحدث فى الشمس عظيمة ـ ج ه ـ وفى الارض عظيمة ـ ز د ـ وفى القمر عظيمة ـ ط ك م ـ وعلى سطح المخروط ـ ج د ـ ه ز ـ ولتكن الدائرة التى يتحرك عليها طرفا قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر دائرة ـ ح ط ك ـ ونصل ـ ح ك ـ فهو وتر القوس التى يفصلها الظل منها ونصل خطوط ـ ب ط ـ ب ح ـ ح ط ـ ب ك ـ ك ط ـ ك ل ـ ل ط ـ ونخرج ـ ك ل ـ الى ـ م ـ وكل واحد من خطى ـ ب ط ـ ب ك ـ يماس دائرة ـ ك ط م ـ وذلك لان كل واحد من خطى ـ ط ك ـ ط ح ـ قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر وذلك لأن ظل الارض بقدر قمرين وقد نصفت قوس ـ

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ ـ (٢) صف ن ـ القمر

ح ط ك ــ محور ــ ا ب ط ث ــ والقمر كله قد وقع فى الظل اول ما يقع والخطوط المستقيمة التى تصل بين بصرنا وبين طرفى قطر الدائرة الفاصلة بين المضىء والمظلم من القمر فى الكسوفات الشمسية التامة تماس القمر لان المخروط المحيط بالقمر والشمس يكون رأسه على بصرنا فزاوية ــ ب ط ل ــ قائمة وزاوية ــ ب ن ك ــ ايضا قائمة ــ فن ك ــ مواز ــ لل ط ــ ولأن ــ ح ط ــ مساو ــ لط ك ــ يكون خطا ــ ح ط ــ ط ك ــ ضعف ــ ط ك ــ وهما اطول من ــ ك ح ــ فح ك ــ اقل من ضعف ــ ط ك ــ فهو اقل من ضعف ــ ك م ــ كثيرا .

نقول فنسبته اليه اعظم من نسبة الثمانية والثمانين الى خمسة واربعين وذلك لأنه لما كانت زاوية ــ ط ك ح ــ بل زاوية ــ ط ح ك ــ مساوية لزاوية ــ ك ط ل ــ اعنى زاوية ــ ط ك ل ــ تكون زاوية ــ ح ط ك ــ الباقية مساوية لزاوية ــ ط ل ك ــ الباقية فمثلثا ــ ح ط ك ــ ك ط ل ــ متشابهان ونسبة ــ ح ك ــ الى ــ ك ط ــ كنسبة ــ ك ط ــ الى ــ ك ل ــ ونسبة ــ ك ط ــ الى ك ل ــ اعظم من نسبة تسعة وثمانين الى خمسة واربعين فبالمساواة نسبة ــ ح ك الى ــ ك ل ــ اعظم من نسبة تسعة وثمانين وهو (٧٩٢١) الى مربع خمسة واربعين وهو (٢٠٢٥) وخط ــ ك م ــ ضعف ــ ك ل ــ فنسبة ــ ح ك ــ الى ك م ــ اعظم من نسبة (٧٩٢١) الى (٤٠٥٠) ونسبة (٧٩٢١) الى (٤٠٥٠) اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى خمسة واربعين وذلك لأنا ان صيرنا نسبة (٨٨) الى (٤٥) كنسبة (٧٩٢١) الى عدد آخر كان ذلك العدد اكثر من (٤٠٥٠) فنسبة ــ ح ك ــ الى ــ ك م ــ اعظم كثيرا من نسبة (٨٨) الى (٤٥) وايضا فان ــ ك ح ــ اقل من ضعف ــ ك م ــ و ــ ك م ــ اقل من جزء من ثمانية عشر من قطر الشمس و ــ ك ح ــ اقل من تسع قطر الشمس فاقول ان نسبته اليه اعظم من نسبة اثنين وعشرين الى مائة وخمسة وعشرين وذلك ان نسبة ــ ك ح ــ الى ــ ك م ــ اعظم من نسبة (٨٨) الى (٤٥) ونسبة ــ ك م ــ الى

قطر



في جرمي النيرين صكا

قطر الشمس اعظم من نسبة الواحد الى العشرين التى هى مثل نسبة خمسة واربعين الى تسعمائه فبالمساواة تكون نسبة ـ ك ح ـ الى قطر الشمس اعظم من نسبة ثمانية وثمانين الى تسعمائه التى هى مثل نسبة اثنين وعشرين الى مأتين وخمسة وعشرين فنجيز على نقطة ـ ا ـ من خط ـ ا ب ـ خط ـ ع ف ـ عمودا عليه ونخرج خط ـ ج د ـ ه ز ـ الى نقطتى ـ ع ـ ف ـ ونقول نسبة ـ ك ح الى ـ ع ف ـ اعظم من نسبة تسعمائة وتسعة وسبعين الى عشرة آلاف ومائة وخمسة وعشرين فلنخرج من ـ ب ـ خطان مماسان لدائرة ـ ج ه ـ وهما خطا ـ ب ت ـ ب س ـ و لينفذا الى ـ ق ـ ز ـ ونصل ـ ا ت ـ ت س ا س ـ فنسبة خط ـ ك ط ـ وهو قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر الى خط ـ ك م ـ وهو قطر القمر كنسبة خط ـ ت س ـ الى قطر الشمس لأن المخروط المحيط بالقمر والشمس هو الذى رأسه عند بصرنا وهذه النسبة مثل نسبة ـ ت ش ـ الى خط ـ ت ا ـ ونسبة خط ـ ط ك ـ الى خط ك م ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) فنسبة ـ ت ش ـ الى ـ ت ا ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) ونسبة ـ ت ش ـ الى ـ ت ا ـ كنسبة ت ا ـ الى ـ ا ق ـ لأن مثلثى ـ ا ت ش ـ ق ا ت ـ متشابهان ونسبة خط ت ا ـ الى ـ ا ق ـ كنسبة قطر الشمس الى خط ـ ق ز ـ فنسبة قطر الشمس الى خط ـ ق ز ـ اعظم من نسبة (٨٩) الى (٩٠) ونسبة خط ـ ك ح الى قطر الشمس اعظم من نسبة (٢٢) الى (٢٢٥) فبالمساواة نسبة خط ك ح ـ الى خط ـ ق ز ـ اعظم كثيرا من نسبة الحاصل من ضرب احد المقدمين فى الآخر اعنى (٢٢) فى (٨٩) وهو (١٩٥٨) الى الحاصل من ضرب احد التاليين فى الآخر اعنى (٢٢٥) فى (٩٠) وهو (٢٠٢٥٠) واعظم ايضا من نسبة انصافهما وهما نسبة (٩٧٩) الى (١١٢٥) فنسبة خط ـ ك ح ـ الى خط ـ ع ف ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩٧٩) الى (١٠١٢٥) وذلك ما اردناه (١) .

(يب) نسبة الخط الواصل بين مركزى الارض والقمر الى الجزء منه

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ ـ .

الذى يقع بين مركز القمر ووتر القوس التى يقطعها طرفا قطر الدائرة الفاصلة بين المضئ والمظلم من القمر بممرها فى ظل الارض اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد فنضع الاشياء التى فى الشكل الذى قبل هذا وليكن مركز القمر – ل – ونقول ان نسبة – ب ل – الى – ل س – اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد فليكن اعظم دوائر القمر – م ن – ونصل – ح ط – م ن – ب م – م ل – فلأن ب م – تماس دائرة – م ن – يكون عمودا على – ل م – ولأن – ح ط – مساو – لم ن – تكون قوس – ح م ط – مساوية لقوس – م ط ن – وقوس – م ط ن – ضعف – م ط – فقوسا – ح م – م ط – ضعف – م ط – فقوسا – ح م – م ط – متساويتان وقد خرج من المركز – ب م – فهو عمود على خط – ح ط – فح ط – مواز – لل م – و – ح س – مواز لم ع – فمثلثا – م ع – ل ح – س ط – متشابهان ونسبة – ح س – الى – م ع – كنسبة – س ط – الى – ع ل – و – ح س – اقل من ضعف – م ع – فس ط – اقل من ضعف – ع ل – و – س ل – اقل كثيرا من ثلاثة اضعاف ع ل – ونسبة – ع ل – الى – س ل – اعظم من نسبة واحد الى ثلاثة ولأن نسبة – ب ل – الى – ل م – اعظم من نسبه (٤٥) الى الواحد ونسبة – ب ل الى – ل م – كنسبة – ل م – الى – ل ع – تكون نسبة – ل م – الى – ل ع – اعظم من نسبة (٤٥) الى الواحد ونسبة – ل ع – الى – ل س – اعظم من نسبة الواحد الى الثلاثة فبالمساواة نسبة – ل م – الى – ل س – اعظم من نسبة (٤٥) الى الثلثة اعنى نسبة الخمسة عشر الى الواحد وقد تبين ان نسبة – ب ل – الى – ل م – اعظم من نسبة (٤٥) الى الواحد اعنى نسبة (٦٧٥) الى خمسة عشر وهو مضروب كل واحد من المقدم والتالى فى (١٥) فبالمساواة نسبة – ب ل – الى – ل س – اعظم من نسبة (٢٧٥) الى الواحد وذلك ما اردناه (١) .

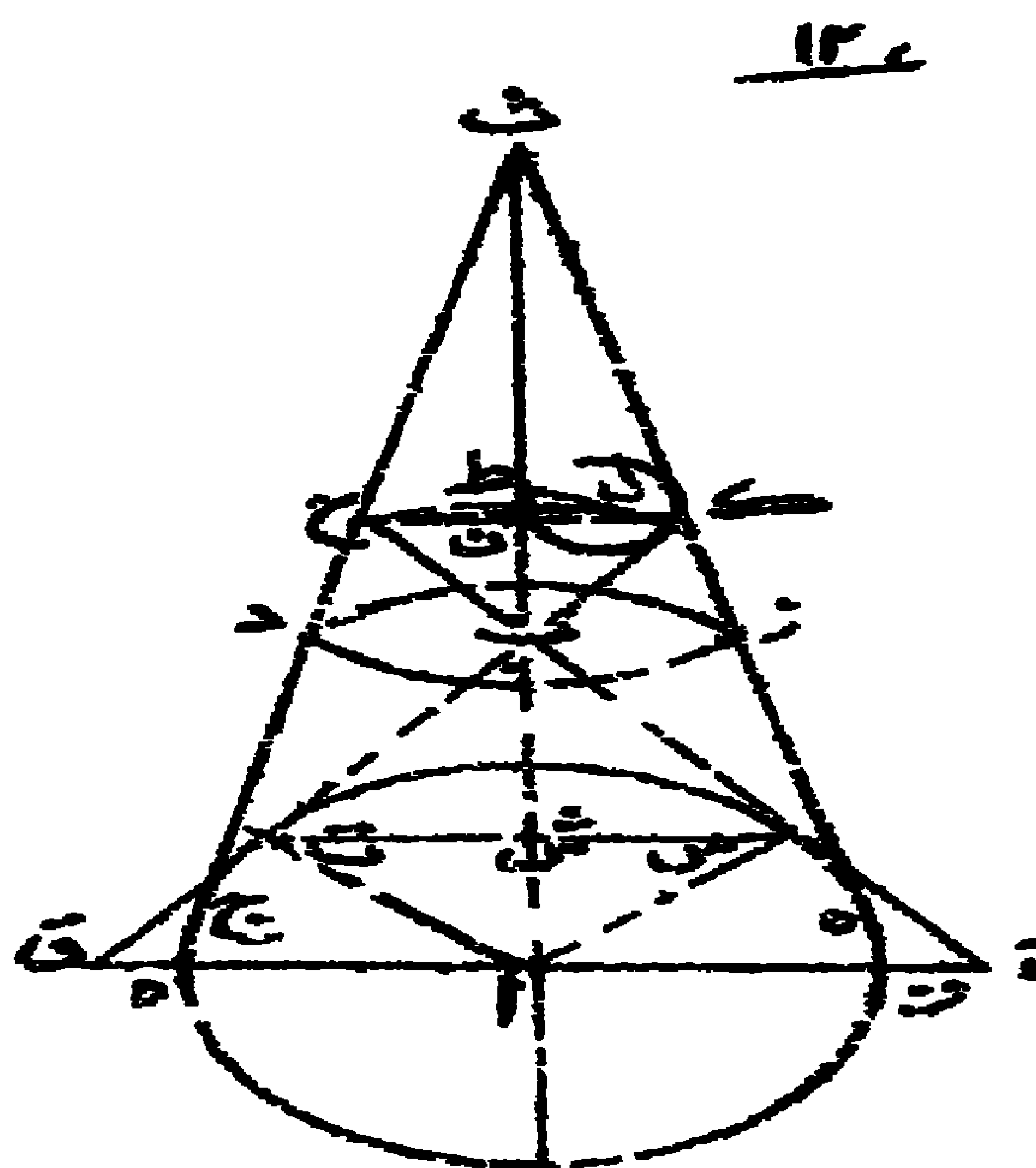
(يج) نسبة قطر الشمس الى قطر الارض اعظم من نسبة تسعة عشر الى ثلاثة

---

(١) الشكل الثانى عشر – ١٢ – ٥

 واصغر

ع ١٤



في حرص الشيرازي، ص ١٦

واصغر من نسبة ثلثة واربعين الى ستة فنضع ايضا تلك الاشياء التى فى الشكل الذى قبل هذا وليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز الارض ـ ب ـ ومركز القمر ـ ك ـ ونصل ـ اج ـ ب د ـ ونخرجهما الى ـ م ـ ل ـ ونقيم خط ان س ـ على ـ اب ـ عمودا ونخرج خطى ـ د ج ـ زه ـ اليه فيلقيانه على نقطتى ـ ن س ـ ونقول نسبة ـ ج م ـ الى ـ ل د ـ هى كما ذكرنا فلان نسبة اب ـ الى ـ ب ك ـ اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد تكون نسبة ـ اب ـ الى ـ ب ع ـ اعظم كثيرا من نسبة (١٨) الى الواحد وبالتركيب نسبة ـ اع ـ الى ـ ع ب ـ اعظم كثيرا من نسبة (١٩) الى الواحد وبالقلب نسبة ـ ع ا ـ الى ـ اب ـ اقل من نسبة (١٩) الى (١٨) ولان خط ـ ح ط ـ اقصر من تسع خط ـ ج م ـ فجم ـ اطول من تسعة امثال ـ ح ط ـ ونسبة ـ ج م ـ الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة (٩) الى الواحد فنسبة ن س ـ ـ الى ـ ح ط ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩) الى الواحد ونسبة ن س ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ اف ـ الى ـ ف ع ـ فنسبة ـ اف ـ الى ـ ف ع ـ اعظم كثيرا من نسبة (٩) الى الواحد وبالقلب نسبة ـ ف ا ـ الى ـ اع ـ اصغر من نسبة (٩) الى (٨) ونسبة ـ ع ا ـ الى ـ اب اصغر من نسبة (١٩) الى (١٨) فبالمساواة نسبة ـ ف ا ـ الى ـ اب ـ اصغر من نسبة مضروب (٩) فى (١٩) وهو (١٧١) الى مضروب (٨) فى (١٨) وهو (١٤٤) فلذلك يكون اصغر من نسبة (١٩) الى (١٦) وبالقلب نسبة اف ـ الى ـ ف ب ـ اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) تقول وهى اصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) فلان نسبة ـ ب ك ـ الى ـ ك ع ـ اعظم من نسبة (٦٧٥) الى الواحد فبالقلب نسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ع ـ اصغر من نسبة (٦٧٥) الى (٦٧٤) ونسبة ـ اب ـ الى ـ ب ك ـ اصغر من نسبة (٢٠) الى الواحد التى هى مثل نسبة (١٣٥٠٠) الى (٦٧٥) فبالمساواة نسبة ـ اب ـ الى ـ ب ع ـ اصغر من نسبة (١٣٥٠٠) الى (٦٧٤) بل من نسبة نصفها وهو

(٦٧٥٠) الى (٣٣٧) وبالتركيب نسبة ـ اع ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة (٧٠٨٧) الى (٦٧٥٠) ولان نسبة ـ س ن ـ الى ـ ح ط ـ اصغر من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩٧٩) ونسبة ـ س ن ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ اف ـ الى ـ ف ع ـ تكون نسبة ـ اف ـ الى ـ ف ع ـ اصغر من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩٧٩) وبالقلب نسبة ـ ف ا ـ الى ـ اع ـ اعظم من نسبة (١٠١٢٥) الى (٩١٤٦) ونسبة ـ اع ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة (٧٠٨٧) الى (٦٧٥٠) فبالمساواة نسبة خط ـ ف ا ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة ضرب (٧٠٨٧) في (١٠١٢٥) وهو (٧١٧٥٥٨٧٥) الى ضرب (٩١٤٦) في (٦٧٥٠) وهو (٦١٧٣٥٥٠٠) وهي اعظم من نسبة (٤٣) الى (٣٧) فنسبة ـ ف ا ـ الى اب ـ اعظم من نسبة (٤٣) الى (٣٧) ـ وبالقلب نسبة ـ اف ـ الى ـ ف ب ـ اعني نسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) (١) .

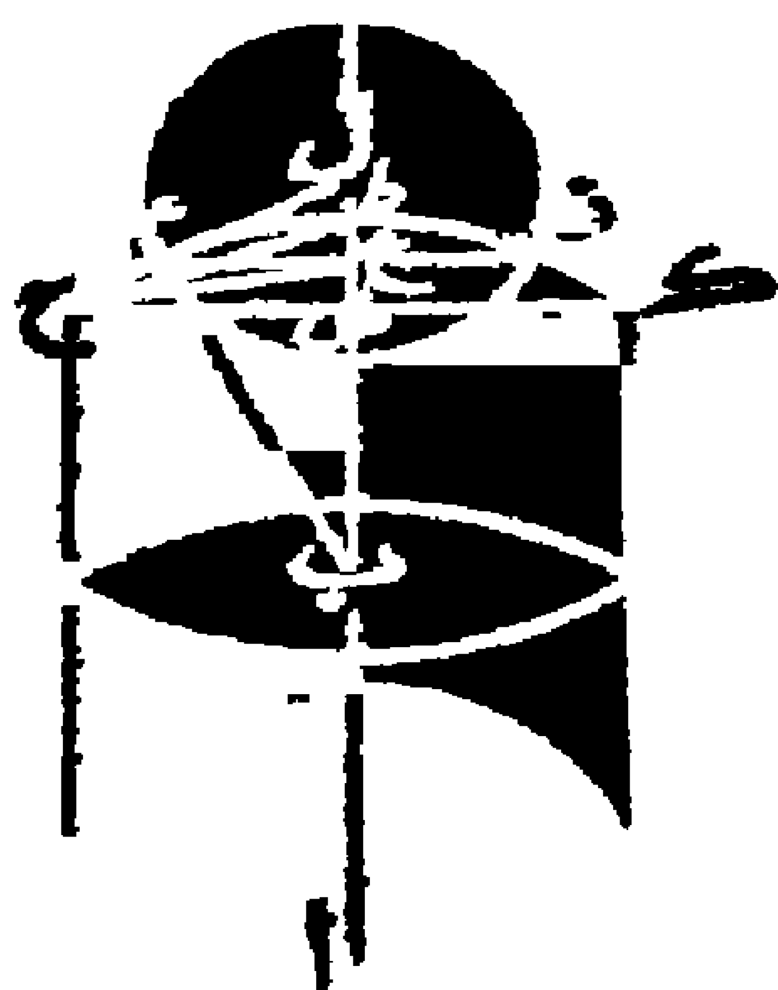
وعلى جهة اخرى

لان نسبة ـ ف ا ـ الى ـ اب ـ اعظم من نسبة (٧١٧٥٥٨٧٥) الى (٦١٧٣٥٥٠٠) فبالقلب نسبة ـ اف ـ الى ـ ف ب ـ اعني نسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبه (٧١٧٥٥٨٧٥) الى (١٠٠٢٠٣٧٥) وهي اقل من سبع مرات وسدس مرة فنسبة ـ ج م ـ الى ـ د ل ـ اصغر من نسبة (٤٣) الى ستة وذلك ما اردناه .

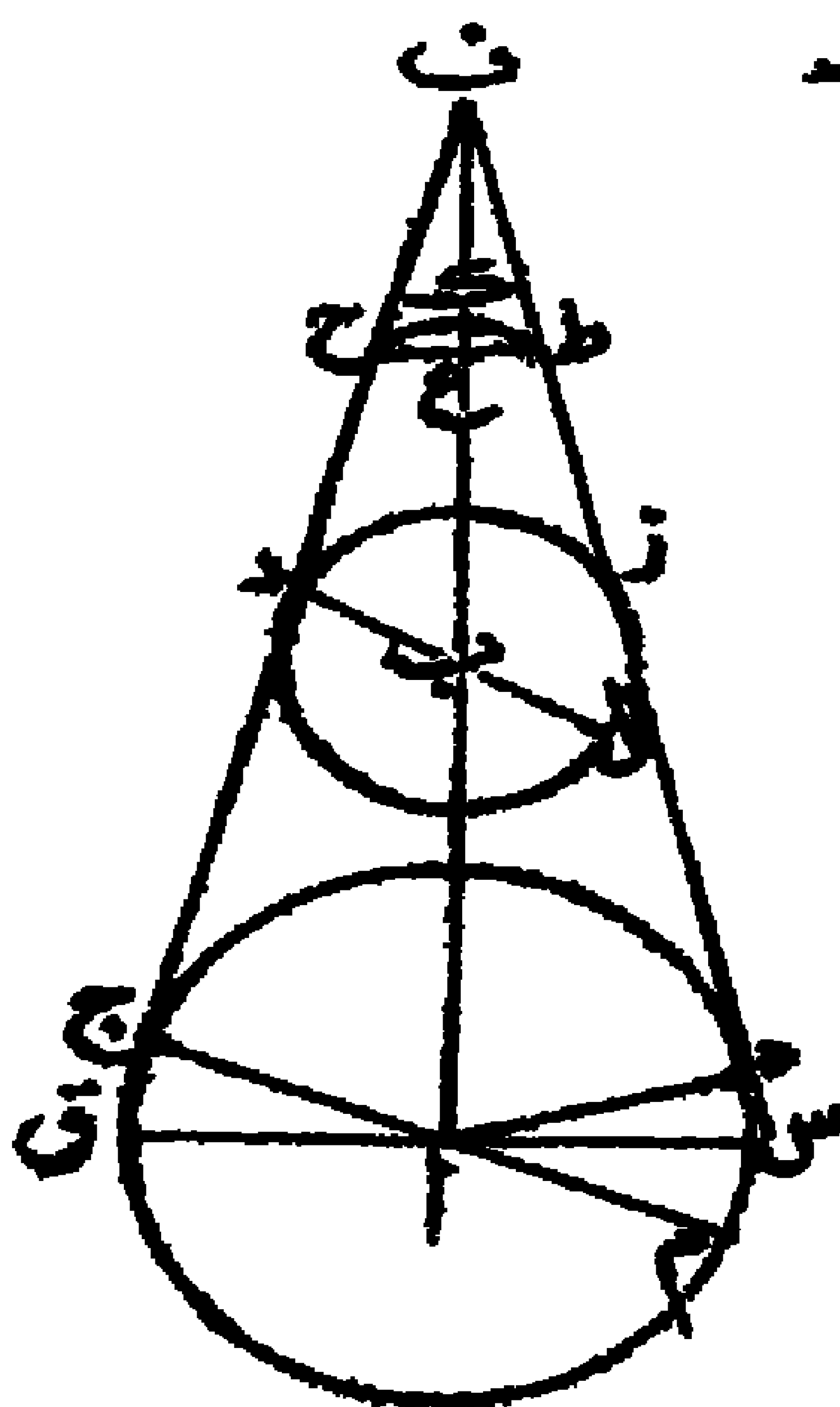
(يد) نسبة الشمس الى الارض اعظم من نسبة (٦٨٥٩) الى (٢٧) واصغر من نسبة (٧٩٥٠٧) الى (٢١٦) وليكن قطر الشمس ـ ا ـ وقطر الارض ـ ب ـ فلان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة تسعة عشر الى ثلثة واصغر من نسبة (٤٣) الى (٦) صارت نسبة مكعب ـ ا ـ الى مكعب ب ـ اعظم من نسبة مكعب (١٩) الى مكعب (٣) واصغر من نسبة مكعب (٤٣) الى مكعب (٦) وهي الاعداد المذكورة فنسبة الاجرام على ماذكرنا وذلك ما ردناه(٢) .

(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ (٢) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ ـ

١٣



١٤



ع ۱۵

ا ب

ع ۱۶

ا ب ج

فی جرمی النیرین ص ۱۹

(يه) نسبة قطر الارض الى قطر القمر اعظم من نسبة (١٠٨) الى (٤٣) واقل من نسبة (٦٠) الى (١٩) فليكن قطر الشمس ـ ا ـ وقطر الارض ـ ب ـ وقطر القمر ـ ج ـ فلان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اقل من نسبة (٤٣) الى (٦) فبالخلاف نسبة ـ ب ـ الى ـ ا ـ اعظم من نسبة (٦) الى (٤٣) اعنى نسبة (١٠٨) الى (٧٧٤) وذلك لضربهما فى (١٨) ونسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد وهى نسبة (٧٧٤) الى (٤٣) فبالمساواة نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة (١٠٨) الى (٤٣) وايضا لان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) فبالخلاف نسبة ـ ب ـ الى ـ ا ـ اصغر من نسبة (٣) الى (١٩) وهى نسبة (٦٠) الى (٣٨٠) ونسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ اصغر من نسبة (٢٠) الى الواحد وهى نسبة (٣٨٠) الى ـ (١٩) فبالمساواة نسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اصغر من نسبة (٦٠) الى (١٩) وذلك ما اردناه(١).

(يو) نسبة الارض الى القمر اعظم من نسبة (١٢٥٩٧١٢) الى (٧٩٥٠٧) واصغر من نسبة (٢١٦٠٠٠) الى (٦٨٥٩) فليكن قطر الارض ـ ا ـ وقطر القمر ـ ب ـ وذلك لان نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة (١٠٨) الى (٤٣) واصغر من نسبة (٦٠) الى (١٩) فنسبة الجرم الى الجرم على ماذكرنا فى مكعبات هذه الاعداد وذلك ما اردناه (٢).

(يز) نسبة بعد رأس مخروط الظل عن مركز القمر اذا كان القمر على سهم المخروط المحيط بالشمس والارض الى بعد مركز القمر عن مركز الارض اعظم من نسبة (٧١) الى (٣٧) واصغر من نسبة الثلثة الى الواحد فليكن مركز الشمس ـ ا ـ ومركز الارض ـ ب ـ ونصل ـ ا ب ـ وليمر به سطح فيحدث فى الشمس عظيمة ـ ه د ـ وفى الارض عظيمة ـ ز ح ـ وفى المخروط خطا ـ ج د ـ ج ه ـ وليكن مركز القمر ـ ط ـ ونصل ـ د ا ـ ز ب ـ ونخرجهما الى ـ ك ل ـ فلان نسبة ـ د ك ـ الى ـ ز ل ـ اقل من نسبه (٤٣) الى (٦) تكون نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كذلك وبالخلاف نسبة ـ ب ج ـ الى ـ

---

(١) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ ـ (٢) الشكل السادس عشر ـ ١٦ ـ

ج ا ــ اعظم من نسبة (٦) الى (٤٣) وبالتفصيل نسبة ــ ج ب ــ الى ــ ب ا ــ اعظم من نسبة (٦) الى (٣٧) وقد مران نسبة ــ ا ب ــ الى ــ ب ط ــ اعظم من نسبة (١٨) الى الواحد فبالمساواة نسبة ــ ج ب ــ الى ــ ب ط ــ اعظم من نسبة ضرب (٦) فى (١٨) وهو (١٠٨) الى ضرب (٣٧) فى الواحد وبالتفصيل نسبة ــ ج ط ــ الى ــ ب ط ــ اعظم من (٧١) الى (٣٧) وايضا فنسبة ــ د ك ــ الى ــ ز ل ــ كانت اعظم من نسبة (١٩) الى (٣) فنسبة ــ ا ج ــ الى ــ ج ب ــ كذلك وبالخلاف نسبة ــ ب ج ــ الى ــ ج ا ــ اصغر من نسبة (٣) الى (١٩) وبالتفصيل نسبة ــ ج ب ــ الى ــ ب ا ــ اصغر من نسبة (٣) الى (١٦) ونسبة ــ ا ب ــ الى ــ ب ط ــ ايضا اصغر من نسبة (٢٠) الى الواحد فبالمساواه نسبة ــ ج ب ــ الى ــ ب ط ــ اصغر من نسبة (٦٠) الى (١٦) اعنى من نسبة (١٥) الى (٤) وبالتفصيل نسبة ــ ج ط ــ الى ط ب ــ اصغر من نسبة (١٢) الى (٤) اعنى من نسبة (١٣) الى الواحدوذلك ما اردناه (١) .

تم كتاب ارسطارخس فى جرمى النيرين وبعديهما وفرغ المصنف رحمة الله عليه ــ ز ب ــ يه ه ــ خنج ــ .

والكاتب من كتابته يوم الخميس السادس والعشرين من رمضان السنة المذكورة . حامدا ومصليا فى مدينة تبريز

(٢) (ارسطرخس واصله ارشطو ومعناه الصالح وارخش ومعناه الرأس فركبو واسقطوا الواو والالف تخفيفا) .

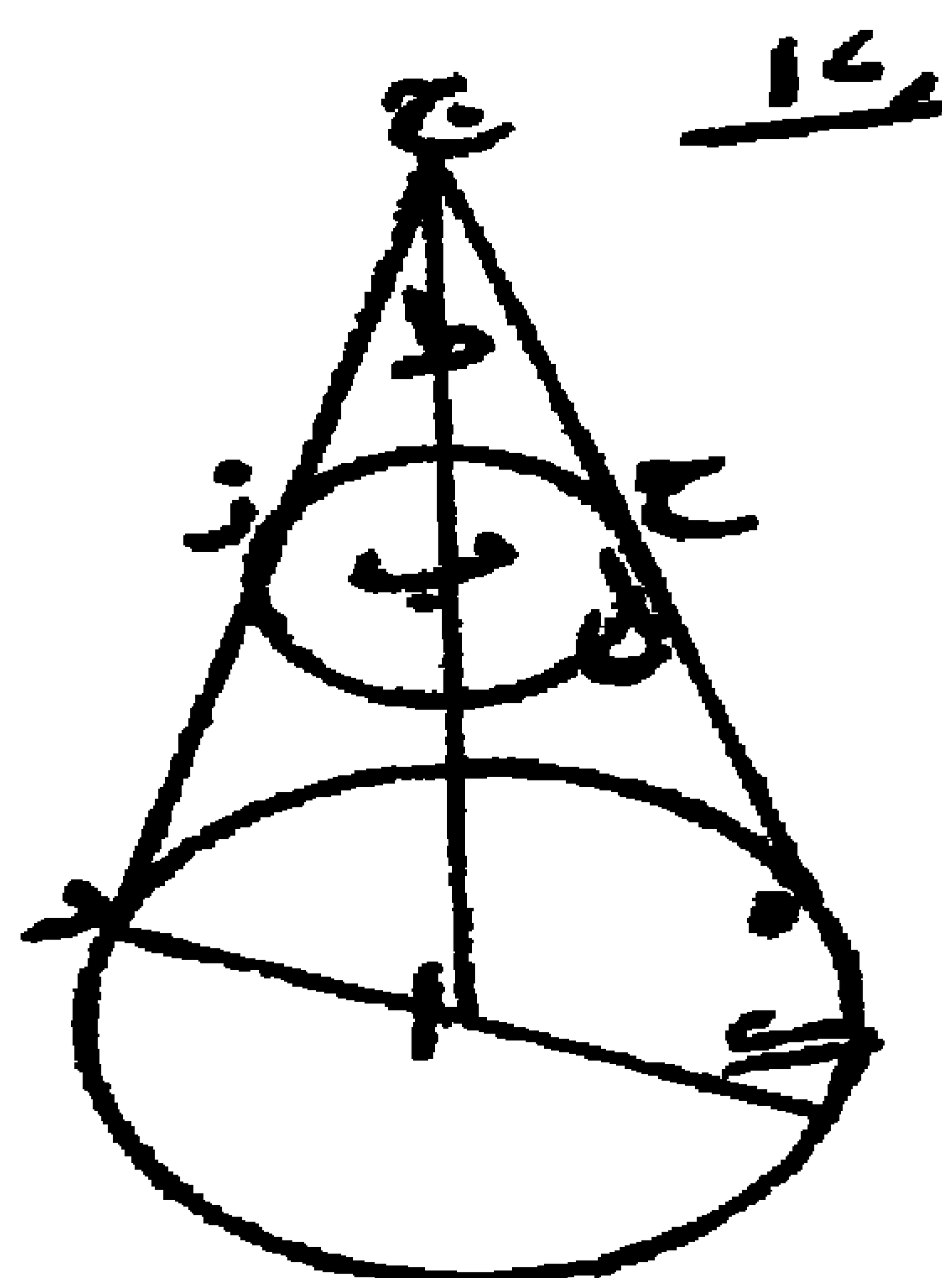
كتب على رسالة لابن الهيثم فى تربيع الدائرة .

اقول على هذه المقالة لوكفى فى اثبات هذا المطلوب وهوانه من الممكن ان يكون سطح الدائرة مساويا لسطح مربع مستقيم الخطوط اثبات امكانه بالوجه الذى ذكره لكان له عن جميع هذا التطويل غنى بهذا القدر من البيان وهو ان يقال .

---

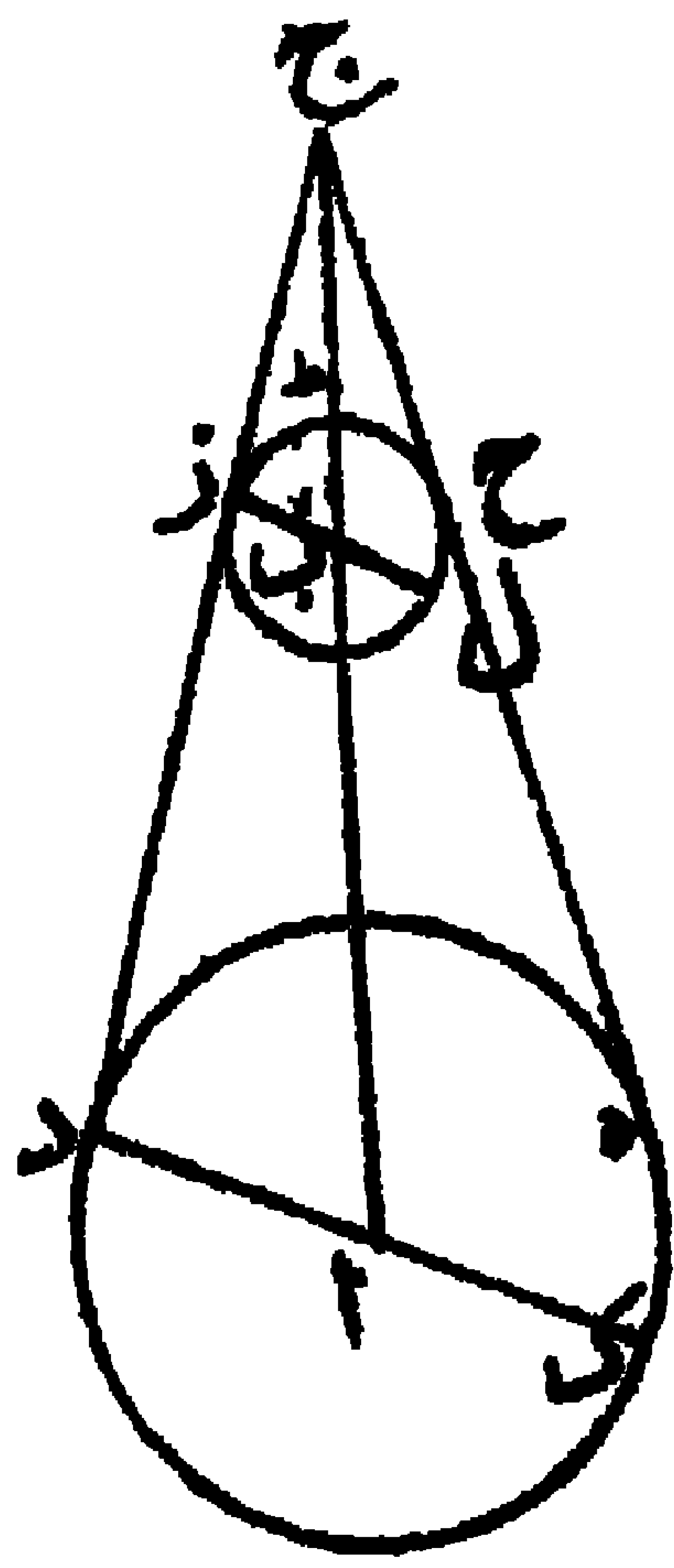
(١) الشكل السابع عسر ــ ١٧ ــ (٢) هذه زيادة من نسخة ــ ر ــ وليست فى صف .

ليكن

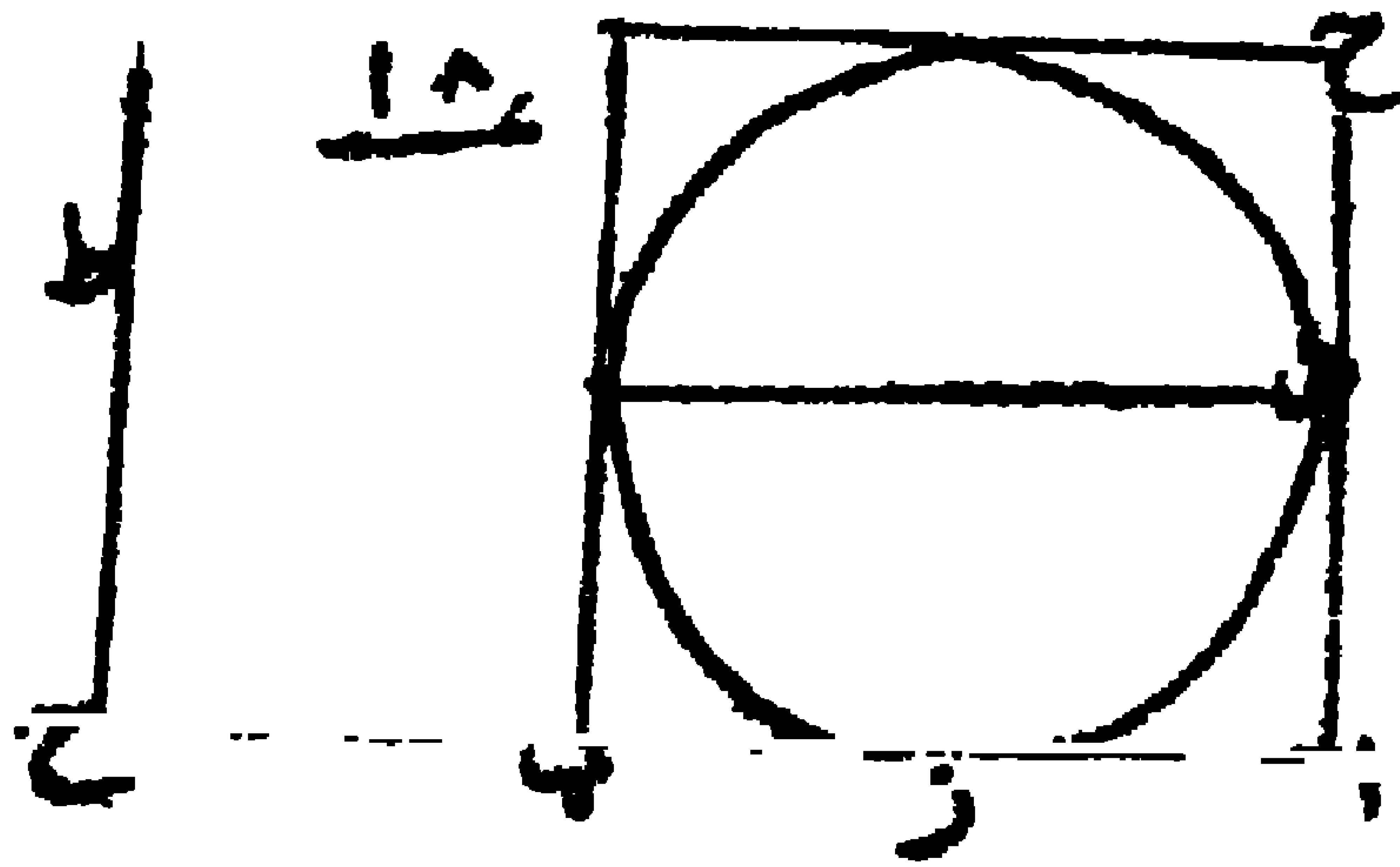


في جرمي النيرين ص ٢

ع١٤



فيجي المنيرين ص٢٠
نمرة الشكل (١٨) التي ادرجت في ص٢١ غلط


ح
ط
ب
ز
ا

ليكن ــ ا ب ــ خطا معلوما وليعمل عليه مربع ــ ب ج ــ فهو معلوم وفيه دائرة ــ د ه ــ فهى معلومة لكون قطرها وهو ــ د ه ــ المساوى ــ لا ب معلوما ولان الدائرة جزء معلوم من كل معلوم هوالمربع يكون لها اليها نسبة فليكن كنسبة ــ ب ا ــ الى ــ ب ز ــ ونخرج ــ ب ح ــ وسطا فيما بينهما فى النسبة لتكون نسبة ــ ا ب ــ الى ــ ب ح ــ كنسبة ــ ب ح ــ الى ــ ب ز ونعمل على ــ ب ح ــ مربع ــ ب ط ــ فتكون نسبة ــ ا ب ــ الى ــ ب ز ــ اعنى نسبة مربع ــ ب ج ــ الى دائرة ــ د ه ــ كنسبة مربع ــ ب ج ــ الى مربع ب ط ــ فنسبة مربع ــ ب ج ــ الى دائرة ــ د ه ــ والى مربع ــ ب ط ــ واحدة فدائرة ــ د ه ــ مساوية لمربع ــ ب ط ــ فاذا وجدنا ما طلبنا (١).

وليس هذا مما يوجب كل هذا الخبر للتقدمين ولا للتاخرين فيه (٢).

تم الكتاب بعونه تعالى

---

(١) الشكل الثامن عشر ــ ١٨ ــ (٢) كذا.

كتاب الكرة والاسطوانة

لارشميدس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ ھ

بسم الله الرحمن الرحيم

رب انعمت فزد

اقول

بعد تحميد الله وتمجيده والصلاة على محمد وآله المصطفين من عبيده انى كنت فى طلب الوقوف على بعض المسائل المذكورة فى كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس زمانا طويلا لكثرة الاحتياج اليه فى المطالب الشريفة الهندسية الى ان وقعت الى النسخة المشهورة من الكتاب التى اصلحها ثابت بن قرة وهى التى سقط عنها بعض المصادرات لقصور فهم ناقله الى العربية عن ادراكه وعجزه بسبب ذلك عن النقل فطالعتها وكان الدفتر سقيما لجهل ناسخه فسددته بقدر الامكان وجهدت فى تحقيق المسائل المذكورة فيه الى ان انتهيت الى المقالة الثانية وعثرت على ما اهمله ارشميدس من المقدمات مع بناء بعض مطالبه عليه فتحيرت فيه وزاد حرصى على تحصيله فظفرت بدفتر عتيق فيه شرح اوطوقيوس للعسقلانى لمشكلات هذا الكتاب الذى نقله اسحق بن حنين الى العربية نقلا على بصيرة وكان فى ذلك الدفتر ايضا متن الكتاب من صدره الى آخر الشكل الرابع عشر من المقالة الاولى ايضا من نقل اسحق وكان ما يذكره اوطوقيوس فى اثناء شرحه من متن الكتاب مطابقا لتلك النسخة فوجدت من ذلك الدفتر ما كنت اطلبه ورأيت ان احرر الكتاب على الترتيب واخلص معانيه وابين مصادراته التى انما تتبين بالاصول الهندسية واورد المقدمات المحتاج اليها فيه

واذكر شرح ما اشكل منه مما اورده الشارح اوطوقيوس او استفدته من سائر كتب اهل هذه الصناعة واميز بين ما هو من متن الكتاب وبين ما ليس منه بالاشارة الى ذلك واثبت اعداد الاشكال على حاشيتها بالروايتين فان اشكال المقالة الاولى فى نسخة ثابت ثمانية واربعون وفى نسخة اسحاق ثلاثة واربعون فعلت ذلك والحقت بآخرها مقالة ارشميدس فى تكسير الدائرة فانها كانت مبنية على بعض المصادرات المذكورة فى هذا الكتاب وسألت الله تعالى التوفيق لاكتساب ما يرضيه انه خير موفق ومعين .

المقالة الاولى

صدر الكتاب

افتتح ارشميدس كتابه بأن قال مخاطبا بواحد من اهل زمانه اسمه ذوسيثاوس سلام عليك قد ارسلت اليك قديما ما اثبت لى بالبرهان وهو ان كل قطعة يحيط بها خط مستقيم وخط منحن من محيط قطع قائم الزاوية يعنى القطع المكافى على ما ذكر اوطوقيوس فى الشرح فهى مثل وثلث مثلث يساوى قاعدته قاعدة القطعة وارتفاعه ارتفاعها واريد الآن ان اذكر البرهان على مسائل ذات قدر قد تقررلى .

وهى ان سطح كل كرة فهو اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها وان سطح كل قطعة كرة مساوية للدائرة التى يساوى نصف قطرها الخط المستقيم الخارج من رأس تلك القطعة الى محيط قاعدتها وان كل اسطوانة تساوى قاعدتها اعظم دائرة تقع فى كرة وارتفاعها قطر تلك الكرة فهى مثل ونصف تلك الكرة وسطحها مع قاعدتها ايضا مثل ونصف سطح تلك الكرة .

وهذه اعراض اولية بالطبع لهذه الاشكال لكنها مما جهله من تقدمنا من المهندسين ولست اخاف من ان يضاف ذلك الى ما وجده غيرى من اهل هذا العلم ويقاس به على ان الفرق بينهما ليس بيسير فقد وجد اوذكسس فى المجسمات ان كل شكل نارى فانه يساوى ثلث منشور يكونان على قاعدة واحدة

وبارتفاع واحد وفى بعض النسخ ان كل مخروط مستدير فانه يساوى ثلث اسطوانة مستديرة يكون حالها ذلك فان ذلك وان كان ايضا بالطبع لهذين الشكلين كان مما جهله جميع من تقدمه من المهندسين مع نبالة قدر كثير منهم وقد كنت احب ان لو استخرج مثل هذا وتون فى الاحياء فقد كان يمكن له ان يمر ذلك ويقول فيه بقدر استحقاقه .

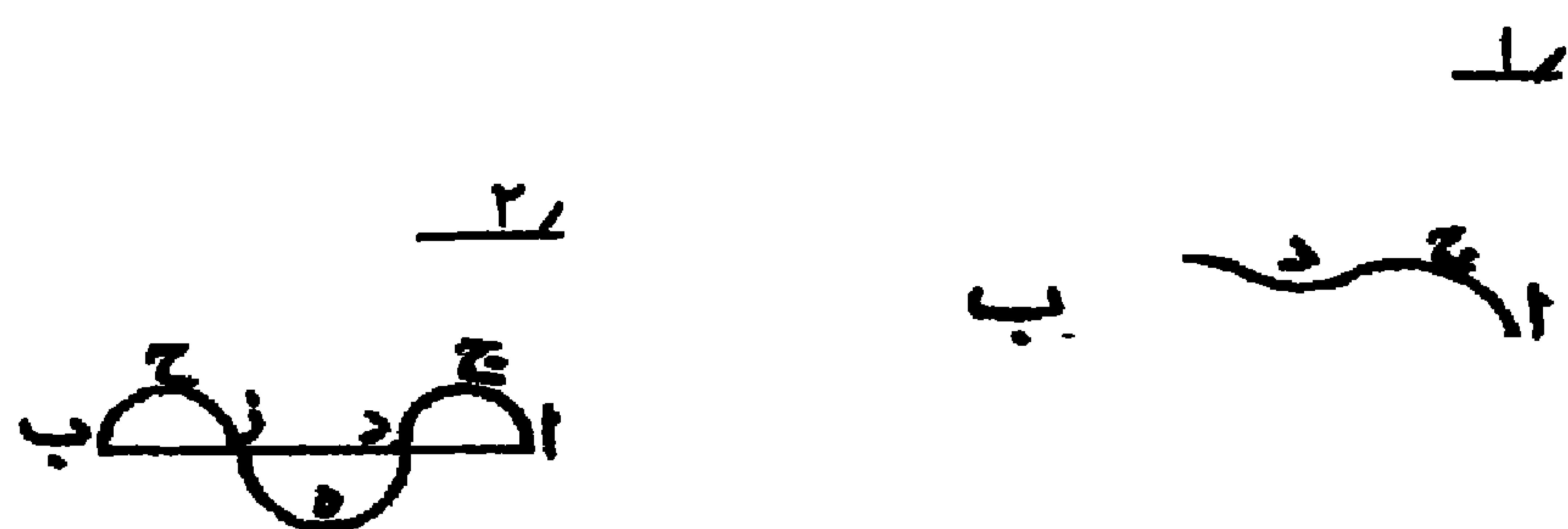
اقول اظن ان هذا الشخص هو الذى سيذكره فى صدر المقالة الثانية

قال ثم انى لما وجدت قبولها التى يتألف لى صحيحا اظهرته وانفذته اليك فليمتحنه من يقوى على ذلك من المتبحرين فى التعاليم وابتدأت بالقضايا الواجب قبولها التى يتألف البرهان منها والسلام عليك .

الحدود

قال الخطوط المحدبة المتناهية الكائنة فى سطح هى التى اذا وصل من اطرافها بخطوط مستقيمة كانت اما ان يقع باسرها فى جانب واحد من الخطوط المستقيمة واما ان لايقع فيها شئ فى الجانب الآخر منها .

اقول الخط المحدب هو كل ما ليس بمستقيم على الاطلاق سواء كان مؤلفا من خطوط مستقيمة متصلة على زوايا اوكان قوسا من دائرة او منحنيا مما يحيط باحدى القطوع الثلاثة اومركبا بعضه مستقيم وبعضه غير مستقيم اوملتويا فى الجهات اوغير ذلك مما يمكن وجوده فان الخط المحدب اعم من جميع ذلك وانما قيده بالتناهى ليمكن ان يوصل بين طرفيه بخط مستقيم يتحد طرفاه بطرفيه وقيده بالكون فى سطح ليتحدد له جانبان فان الخطوط الملتوية التى لاتقع فى سطح واحد يكون له جوانب غير متعددة بحسب اعتبار وقوع اجزائها فى السطوح المختلفة ثم ان المحدب الموصوف لا يمكن ان ينطبق على المستقيم الذى يكون اطرافها متحدة بل اما ان يقع بالاسر فى احد جانبى المستقيم اويقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه منطبقا عليه اويقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه فى الجانب الآخر اويقع بعضه فى احد جانبيه وبعضه فى الجانب الآخر وبعضه



الكرة والاسطوانة ص٥

منطبقا عليه وارشميدس خصص المحدب الموصوف اصطلاحا بالذى لا يقع اجزاؤه فى الجانبين معا بل اما ان يقع بالاسر فى احد الجانبين او يقع بعضه فيه وبعضه منطبق على المستقيم فيصدق عليه انه لا يقع شئ منه فى الجانب الآخر قال واسمى كل خط محدب تقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اى نقطتين يمكن ان يفرضا عليه اما كلها فى احد جانبيه واما بعضها فى احد جانبيه والبعض الآخر منطبقا عليه ولا يقع شئ منها فى الجانب الآخر بالخط العميق الى ذلك الجانب .

اقول اذا كان للخط المحدب حدبة واحدة او حدبات كثيرة كلها الى جانب واحد منه فهو عميق الى ذلك الجانب اما الذى يكون بعض حدباته الى جانب منه والبعض الآخر الى الجانب الآخر فلا يكون كذلك والعميق الى جانب اخص من المحدب بحسب الاصطلاح المذكور وذلك ان كل عميق الى جانب فهو محدب بذلك الاصطلاح والخط الذى له حدبات الى الجانبين ولم يقطع شئ من حدباته الخط المستقيم الواصل بين طرفيه يكون محدبا بحسب الاصطلاح ولا يكون عميقا اما اذا قطعه شئ من حدباته فلا يكون عميقا ولا محدبا ، مثال المحدب الذى لا يكون عميقا الى جانب خط ـ ا ج ـ د ه ب ـ الواصل بين طرفيه خط ـ ا ب ـ المستقيم على هذه الصورة (١) ومثال الذى لا يكون عميقا ولا محدبا خط ـ ا ج د ه ز ح ب ـ الواصل بين طرفيه خط ـ ا ب ـ وقد قطعه الاول على نقطتى ـ د ز ـ على هذه الصورة (٢) وكذلك ايضا السطوح المحدبة هى التى ليست فى سطح مستو لكن اطرافها فى سطح مستو وهى اما ان يكون بالاسر فى احد جانبى ذلك السطح المستوى واما ان لا يكون شئ منها فى الجانب الآخر واسمى كل سطح محدب تقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اى نقطتين يمكن ان يفرضا عليه اما كلها فى احد جانبيه واما بعضها فى جانب واحد والبعض الآخر منطبقا عليه ولا يقع شئ منها فى الجانب الآخر بالسطح العميق الى ذلك

---

(١) الشكل الاول ـ ١ ـ (٢) الشكل الثانى ـ ٢

الجانب .

واقول وتسهل تصور هذين الحدين مما مر فى الخطوط ـ قال واذا قطع مخروط كرة وكان رأسه على مركزها فانى اسمى الشكل الذى يحيط به سطح المخروط وما يحوزه سطح المخروط من سطح الكرة بالقطاع المجسم واذا كان مخروطان مستديران على قاعدة واحدة وكان رأساهما عن جانبى سطح القاعدة ومحوراهما متصلين على الاستقامة فانى اسمى الشكل المركب منهما رميسا(١) مجسما يعنى معينا مجسما .

القضايا التى يجب الاقرار بها

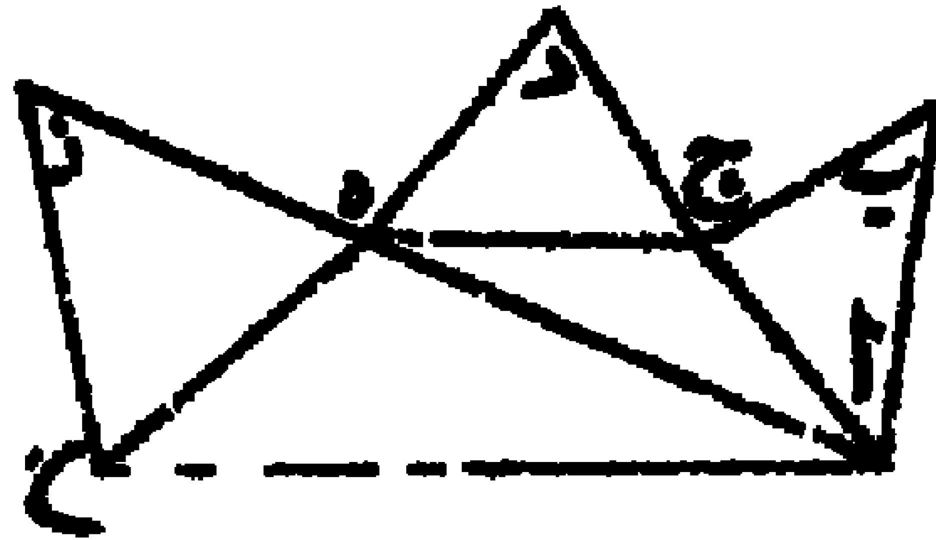
يعنى المصادرات

قال الخطوط المتحدة النهايات فاقصرها المستقيم والتى هى منها عميقة الى جانب واحد ويكون لا محالة بعضها مع الخط المستقيم الواصل بالطرفين محيطا بالبعض الآخر احاطة اما بالاسر واما بشىء من الأجزاء وذلك اذا كان الباقى بشىء من الأجزاء مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط منها اقصر من المحيط .

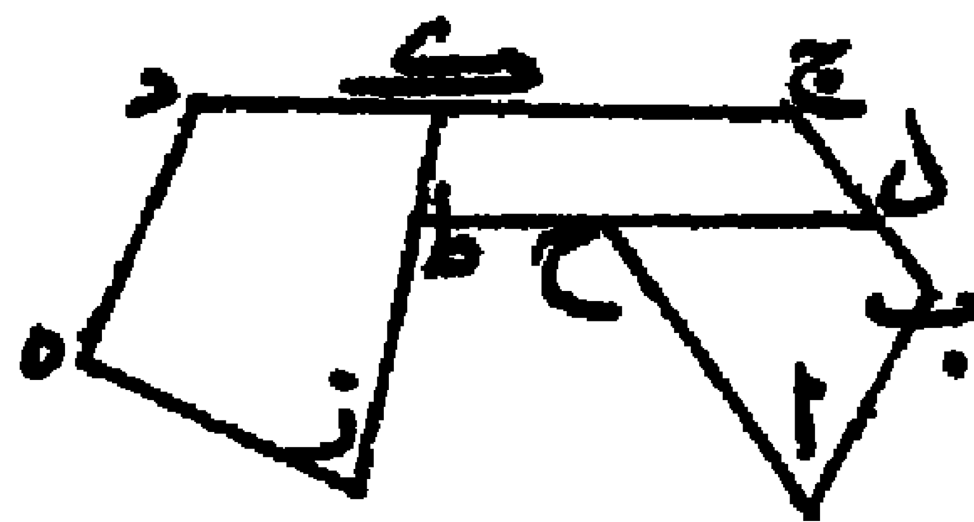
اقول هذه المصادرة محتاجة الى بيان وذلك لأن اوضح جزئياتها وابسطها هو ما بين بالبرهان فى الشكل العشرين والحادى والعشرين من المقالة الاولى من كتاب الاسطقسات وليس من حق المصادرات ان تبين فى العلوم التى تصدر بها لكن لما كان بيان هذه المصادرة هندسيا ولم يكن بتمامه مذكورا فى شىء من الكتب المشهورة كما ينبغى وجب ان يسار الى ذلك كيلا يكون ما فى الكتاب مبنيا على حكم غير واضح .

فاقول ان كانت الخطوط المحدبة والعميقة المذكورة هاهنا مؤلفة من الخطوط المستقيمة الكثيرة فالحكم يتضح بأدنى بيان اما فى المحدبة والمستقيمة

(١) كذا وبهامش صف ـ ج ـ رهيس يونانيست ومراد ازان معين است .







فأن يوصل بين كل حدين متباينين من كل خطين يتصلان على حد مشترك فى المحدب بخط مستقيم وتبين انه اقصر منهما وهكذا الى ان ينتهى الى الخط المستقيم فيتضح انه اقصر من الكل مثاله ليكن ـ ا ب ج د ه ز ح ـ محدبا مؤلفا من خطوط مستقيمة هى خطوط ـ ا ب ـ ب ج ـ ج د ـ د ه ـ ه ز ـ ز ح ـ والواصل بين طرفيه ـ ا ح ـ المستقيم فنصل ـ ا ج ـ وتبين انه اقصر من ـ ا ب ـ ب ج ـ وكذلك ـ ج ه ـ ه ح ـ فيكون جميع ـ ا ج ـ ه ح ـ اقصر من المحدب الاول ونصل ـ ا ه ـ وتبين انه اقصر من ـ ا ج ـ ج ه ـ فيكون ـ ا ه ح ـ اقصر من ـ ا ج ه ح ـ و ـ ا ح ـ اقصر من ـ ا ه ح ـ فاذا ـ ا ح ـ اقصر كثيرا من المحدب الاول (١) وكذلك ان كان البعض محدبا والبعض مشتركا كما اذا كان المحدب ـ ا ب ج د ه ز ـ والمستقيم ـ ا ز ـ والمشترك ـ ج د ـ فى الوسط وكذلك ان كان فى احد الطرفين (٢) واما فى الخطوط العميقة فبأن يخرج كل واحد من اضلاع العميق الداخل الى الخارج فتحدث خطوط عميقة اخرى وتبين انها اقصر من الخارج واحدا بعد واحدا الى ان ينتهى الى الداخل فتبين انه اقصر من الكل فيكون اقصر كثيرا من الخارج ـ مثاله ليكن ـ ا ب ج د ه ز ـ العميق الخارج و ـ ا ح ط ز ـ العميق الداخل ويخرج ـ ز ط ـ الى ـ ك ـ فيكون ـ ز ك ـ المستقيم اقصر من محدب ـ ز ه د ك ـ وجميع عميق ـ ز ك ج ب ا ـ اقصر من العميق الخارج وايضا يخرج ـ ط ح ـ الى ـ ل ـ فيكون ـ ط ل ـ المستقيم اقصر من محدب ـ ط ك ج ل ـ وجميع عميق ـ ز ط ل ب ا ـ اقصر من عميق ـ ز ك ج ب ا ـ وايضا ـ ا ح ـ المستقيم اقصر من محدب ـ ا ب ل ح ـ فعميق ـ ز ط ح ا ـ الداخل اقصر من عميق ـ ز ط ل ب ا ـ فاذا هو اقصر كثيرا من العميق الخارج (٣) وعلى هذا القياس .

(١) الشكل الثالث ـ ٣ (٢) الشكل الرابع ـ ٤ (٣) الشكل الخامس ـ ٥ .

واعلم ان الحكم غير واجب مع اختلال كل واحد من الشرطين المذكورين اعنى اتحاد الطرفين وكون المحدبين عميقين الى جانب فليكن لبيان الاول ـ اب ـ ب ج ـ محيطين بزاوية منفرجة ولتعلم على خط ـ ب ج ـ نقطة ـ د ـ كيف وقعت ونفصل ـ دا ـ ونفصل من ـ د ا ـ الاطول ـ د ه مثل ـ ب ا ـ الاقصر وننصف ـ ه ا ـ على ـ ز ـ ونصل ـ ز ج اج ـ فج ا ـ اقصر من ـ ج ز ز ا ـ اعنى ـ ج ز ـ ز ه ـ ونزيد عليهما ـ ه د ـ اب ـ المتساويين فيكون جميع ـ ج اب ـ اقصر من جميع ـ ج ز د ـ لكن ـ ج اب و ـ ج ز د ـ عميقان الى جانب قد صار المحيط بهما اقصر من المحاط به وانما كان ذلك لتباين طرفى ـ ب د (١) .

وليكن لبيان الثانى ـ اب ج د ه ز ـ و ـ ا ح ب ج ط د ه ك ز ـ محدبين متحدتى الاطراف والمحيط منهما اعنى الاول اقصر من المحاط وانما كان ذلك كذلك لانهما ليسا عميقين الى جانب واحد فهذا ما اردنا بيانه فى المؤلفة من الخطوط المستقيمة .

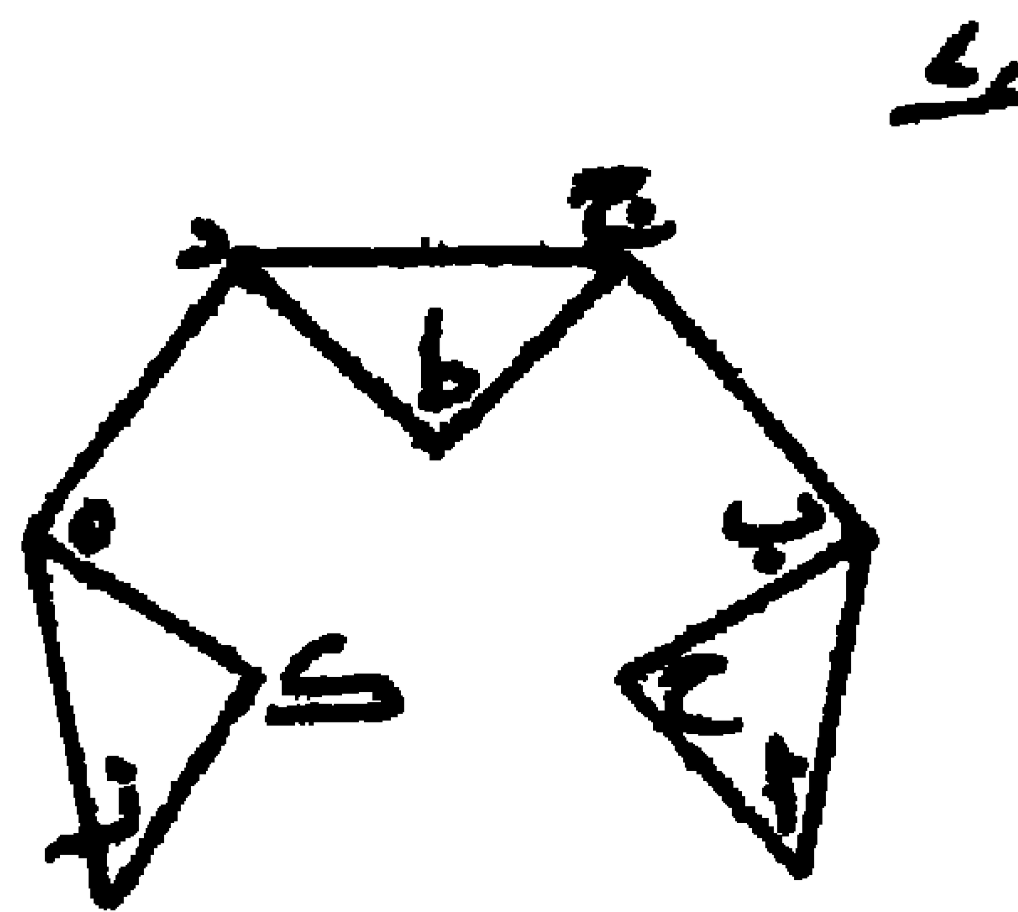
اما اذا كان المحدب غير مؤلف الخطوط المستقيمة بل كان اما قوسا من دائرة او قطعة من محيط قطع ما او منحنيا غير ذلك فنقول فيه اولا من المشهور ان الطول والقصر فى الخطوط بل العظم والصغر والمساواة فى جميع المقادير انما يتحقق بتطبيق احد مقدارين متجانسين على الآخر اما فى الذهن واما فى الخارج حتى اذا لم يفضل احدهما على الآخر فى جهة من الجهات تحقق المساواة بينهما واذا فضل احدهما تحقق العظم للفاضل والصغر للمفضول من حيث هما كذلك (٢) فان كان هذا هكذا فمن الواجب ان يبحث عن الخطوط المستقيمة والمستديرة هل يمكن ان يتطابقا ام لا حتى لو امكن لأمكن الحكم على احدهما بالطول والقصر والمساواة عند قياسه الى الآخر والا فلا وكذلك فى السطوح .

قال قوم بامتناع تطابقهما فان ذلك يستدعى اما زوال الاستقامة من

(١) الشكل السادس ـ ٦ (٢) الشكل السابع ـ ٧ .

 المستقيم


ا
ب
د
ج


د
ج
ط
ه
ب
ك
ح
ز
ا

المستقيم وطريان الانحناء عليه اوبالعكس فى المستدير وكلاهما محال وذلك لأن الاستقامة والانحناء ليسا من العوارض الزائلة للخطوط بل هما فصلان اوما هو بمنزلة الفصول فلذلك حكم الفيلسوف بكون الخط المستقيم نوعا مخالفا للخطوط المنحنية وكل واحد من المنحنيات المخالفة نوعا مخالفا للباقية واشخاص كل نوع انما يكون مما يمكن ان يتطابق بعضها على بعض .

وقال قوم آخر انا نعلم ان احد التطبيقين ليس بما هية للمساواة ولا للعظم ولا للصغر ولا ايضا بمقوم لتلك الماهيات فان المقدارين يمكن ان يتساويا او يتفاوتا فى نفس الامر من غير أن ينطبق احدهما على الآخر او يتوهم تطبيقهما وان كان من شأنهما امكان تطبيق احدهما على الآخر فان كان ولابد فلعل التطبيق اوامكانه طريق الى معرفة المساواة اوالتفاوت ولايجب من انعدام الطريق الى معرفة الشيء انعدام الشيء فى نفسه ثم ان كان لامكان التطبيق مدخل فى تحقق ماهية المساواة اوالتفاوت لكان الحكم بامتناعه بين المستقيم والمستدير مما يحتاج الى برهان .

ونحن نقول المستقيم يمكن ان ينطبق على المستدير اوالمنحنى من غير زوال الاستقامة عنه اوطريان الانحناء عليه وذلك بأن تحرك محيط دائرة على خط مستقيم يماسه بأن يدار عليه الى ان يعود الى مبدئها فيكون المبدؤ والمنتهى من الخط المستقيم نقطتان بينهما خط مستقيم ومن المستدير نقطة واحدة ويكون ذلك الخط المستقيم مساويا لمحيط المستدير اذلايوجد فيما بين المبدأ والمنتهى من المستقيم نقطة الا وقد ماس بها نقطة من المستدير الا ان هذا التطبيق لايكون قار الذات ولادفعة واحدة بل انما يحصل منه شيء بعد شيء ويتم فى زمان هى زمان الحركة وليس من شرط التطبيق ان يحصل دفعة اويكون تطبيق جميع اجزاء المتطابقين معا فى زمان واحد ــ قالوا وبهذا الوجه يمكن فى السطوح ايضا تطبيق سطح الاسطوانة والمخروط المستديرين على بسيط مستو لامكان التماس بينهما على خط مستقيم فيكون ما بين الخطين من البسيط اللذين عليهما يماسان فى

مبدء الحركة ومنتهاها مساويا لسطح الاسطوانة او المخروط واما فى الكرة فلا يمكن ان ينطبق سطحها الا علـى مقعر كرة مساوية لها وقد يمكن ان يماس مقعر اسطوانة اومخروط مستديرين بدائرة ولـكن اذا امكن ان يسـاوى خط مستدير خطا مستقيما (١) اوسطح اسطوانى اومخروط مستدير سطحا مستويا امكن ايضا ان يساوى سطـح كرة سطحا آخرغيره مما لا ينطبق عليه فان المساواة قد ثبتت فى كثير من المقادير التى لا يمكن تطبيق بعضها على بعض لا فى الخارج ولا فى التصور مثلا كما قد ثبت بالبرهان ان الدائرة التى يساوى نصف قطرها وترزاوية قائمة يساوى مجموع الدائرتين اللتين يساوى نصفا قطريهما الضلعين المحيطين بها .

وبالجملة فهذا بحث طويل خارج عما نحن فيه انما يجب على الفيلسوف ان يحققه ويكفينا فى هذا الموضع ان نتساهل ونفرض بدل الخط المنحنى خطا مؤلفا من خطوط كثيرة صغار جدا فى اقصى غاية ما يمكن ان يكون من الصغر يتألف عند زوايا متقاربة جدا فى غاية ما يمكن ان يكون من التقارب بحيث لا تتمايز الاضـلاع ولا الزوايا فى الحس بل يكون كأنه ذلك الخط المنحنى بعينه اذ لا يكون بينهما تميز حسى اصلا ويصح الحكم بالتحقيق من غير خلاف عـلى ذلك الخط عند قياسه الى خط آخر مستقيم بكونه اطول او اقصر منـه او مساويا له واذا حكمنا على ما يكون فى الحس غير متمايز عن المنحنى المفروض بكونه مساويا اومتفاوتا لغيره كان الحكم فى الحس عليه نفسه .

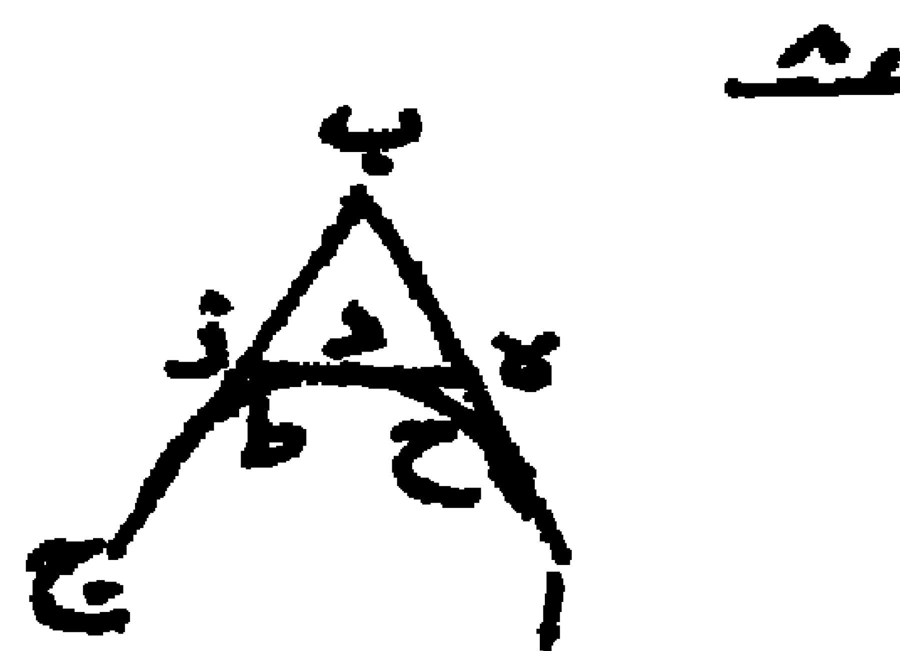
واما العقل فيوشك ان يندرج من ذلك الى الحكم على المنحنى ايضا لوكان من شأنه ان يصح ذلك الحكم عليه فى نفس الامر وقس على ذلك الحكم فى السطوح واذا اكتفينا بذلك فلنرجع الى ما كنا فيه .

ونقول اما بيان كون الخط المستقيم الواصل بين طرفى قوس اقصر منه فبأن ننصف القوس ونصل وتريها ونبين ان الوتر الاول اقصر منهما وننصف

---

(١) صف ق ـ مستديرا اوسطح اسطوانى مستدير .

كل


ب
ز
د
ه
ط
ح
ج
ا

كل واحد من النصفين ونصل اوتارهما ونبين ان الوترين اقصر منهما وهلم جرا بنصف الاجزاء مرة بعد اخرى مرات لايحصى عددها كثرة الى ان يحصل خط محدب مؤلف من اوتارصغار كما وصفنا بحيث لا يتمايز فى الحس عن القوس الاولى فيظهر الحكم بكون الوتر الاول اقصر منه ويكاد ان يحصل فى العقل حكم يقينى بكون الوتر اقصر من قوسه على تقدير ان يصح الحكم عليه بالقصر عند قياسه اليها وكذلك البيان فى سائر الخطوط المنحنية بفرض نقط غير محصورة عليها واخراج الخطوط المستقيمة منها تارة بعد اخرى وفى بيان ان اقرب العميقين المنحنين فى جانب واحد من الخط المستقيم الواصل بين اطرافهما المتحدة اقصر من ابعدهما ايضا وكذلك فى العميق المنحنى والعميق المؤلف من الخطوط المستقيمة لكن العميق المنحنى اذا كان محاطا بالمستقيمى وجب ان نخرج بدل الاوتار خطوطا مماسة للمنحنى مثلا ليكن العميق ـ ا ب ج ـ المستقيمى محيطا بعميق ـ ا د ج ـ القوسى ولنفرض ـ د ـ على قوس ـ ا د ج ـ اما على منتصفها او على موضع آخر يقرب منه كيف اتفق ولنخرج من نقطة ـ د ـ خط ـ ه د ز ـ المماس للقوس الى ان يصل الى نقطتى ـ ه ز ـ من خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ(١) ثم لنفرض نقطتى ـ ح ط ـ على قوسى ـ ا د ـ د ج ـ كما فرضنا اولا ونخرج منهما خطين مماسين لهما واصلين بين المستقيمين وهكذا مرة بعد اخرى الى ان يحصل عميق مؤلف من خطوط صغار مستقيمة تشبه قوس ـ ا د ج ـ فى الحس ونبين انه اقصر من عميق ـ ا ب ج ـ فيكاد ان يحكم العقل بكون القوس اقصر منه ايضا لو امكن الحكم عليها بذلك واخراج الخطوط المماسة من النقط فى الدوائر والقطوع ممكن كما ذكره اوقليدس وابلونيوس فى اصولهما واما فى سائر المنحنيات فلانحتاج الى تحقيق بل يكفى فيها التقريب اذ كان الموصل الى الحكم العقلى هو المشابهة الحسية الحاصلة من التقريب فى ذلك .

قال وكذلك ايضا فان البسيطات المتحدة النهايات التى تكون عميقة

---

(١) الشكل الثامن ـ ٨ .

الى جانب واحد تكون غير متساوية والمحيط منها بغيرها احاطة اما بالاسر و اما بالبعض اذا كان البعض الآخر مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط به منها اصغر من المحيط .

اقول ولنبين هذا الحكم فى السطوح بمثل ما بينا فى الخطوط ونبدأ بالعميقات المؤلفة من السطوح المستوية فنقول اولا ان السطح الواصل بين اطراف العميقات المؤلفة من السطوح المستوية اصغر منها (١) .

ولنقدم لبيان ذلك مقدمة هى هذه .

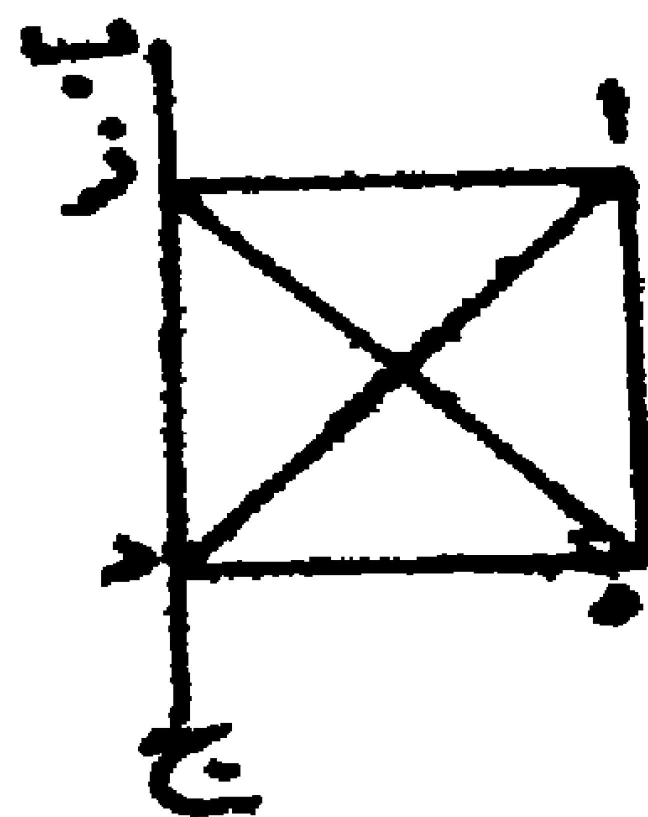
لتكن ــ ا ــ نقطة فى السمك و ــ ب ج ــ خطا فى السطح ونخرج منها عمود ــ ا د ــ على ــ ب ج ــ وعمود ــ ا ه ــ على السطح ونصل ــ ج د ــ ونقول انه عمود ايضا على ــ ب ج ــ .

برهانه نعلم على خط ــ ب ج ــ نقطة ــ ز ــ كيف وقعت ونصل ا ز ــ ز ه ــ فمربع ــ ا ز ــ يساوى مربعى ــ ا ه ــ ه ز ــ لكون زاوية ــ ا ه ز ــ قائمة ويساوى ايضا مربعى ــ ا د ــ د ز ــ لكون زاوية ــ ا د ز ــ ايضا قائمة لكن مربع ــ ا د ــ منهايساوى مربعى ــ ا ه ــ ه د ــ لكون زاوية ــ ا ه د ــ ايضا قائمة فمربعا ــ ا ه ــ ه ز ــ يساوى مربعات ــ ا ه ــ ه د ــ د ز ــ ونلقى مربع ــ ا ه ــ المشترك يبقى مربع ــ ه ز ــ مساويا لمربعى ــ ه د ــ د ز ــ فاذا زاوية ــ ه د ز ــ قائمة و ــ ه د ــ عمود على ــ ب ز ــ ثم ليكن العميق مؤلفا من مثلثات ــ ا ب ج ــ ا ج د ــ ا د ه ــ ا ه ب ــ والسطح الواصل بين اطرافه سطح ــ ب ج ــ د ه ــ حتى تكون سطوح العميق مرتفعة منه الى نقطة ــ ا ــ ولنخرج من ــ ا ــ اعمدة ــ ا ز ــ اح ــ ا ط ــ ا ك ــ على اضلاع السطح وعمود ــ ا ل ــ على السطح نفسه ونصل ــ ل ز ــ ل ح ــ ل ط ــ ل ك فظاهر ان ــ ل ز ــ اقصر من ــ ا ز ــ الذى عليه وعلى ــ ا ل ــ وكذلك ــ ل ح ــ من ــ ا ح ــ و ــ ل ط ــ من ــ ا ط ــ و ــ ل ك ــ من ــ ا ك ــ وجميع السطوح الكائنة من اعمدة ــ ل ز ــ ل ح ــ ل ط ــ ل ك ــ فى انصاف اضلاع

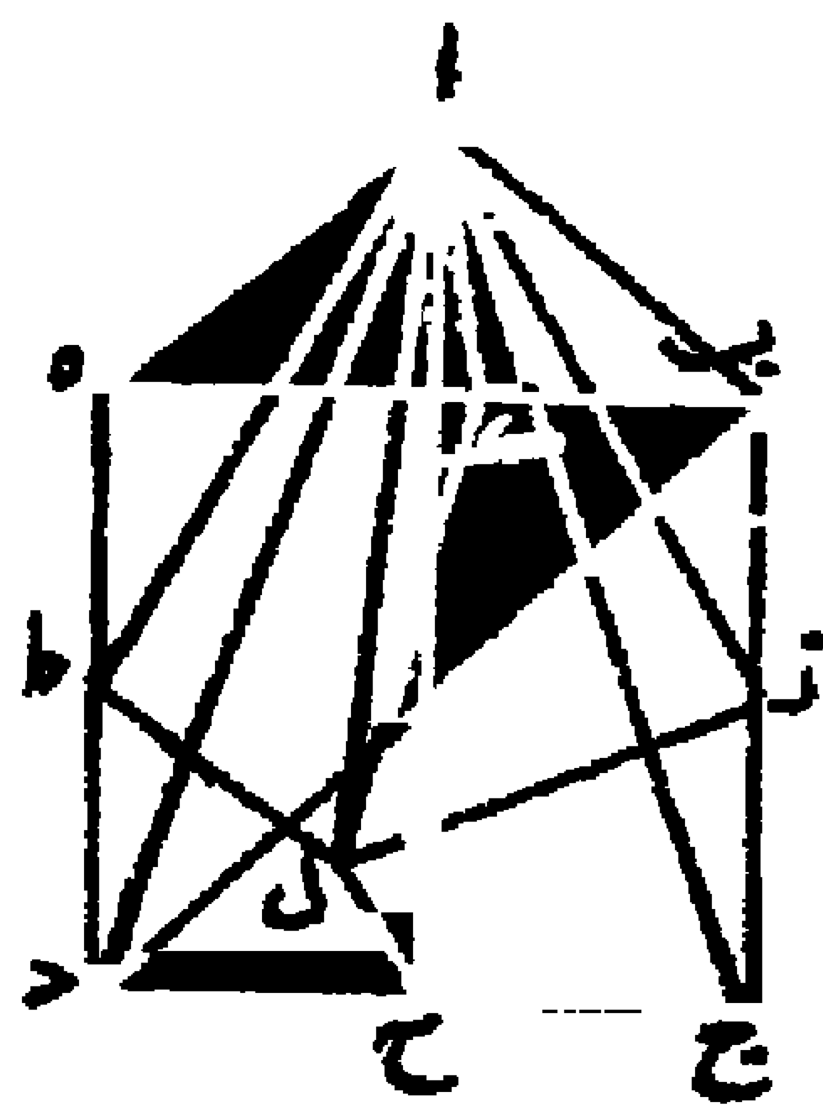
---

(١) الشكل التاسع ــ ٩ .

ط



عـ ١٥



الكرة والاسطوانة ص ١٣

ب ج ـ ج د ـ د ه ـ ه ب ـ المساوى لسطح ـ ب ج د ه ـ اصغر من جميع السطوح الكائنة من اعمدة ـ ا ز ـ ا ح ـ ا ط ـ ا ك ـ فى انصاف الاضلاع المذكورة المساوى لجميع مثلثات ـ ا ب ج ـ ا ج د ـ ا د ه ـ ا ه ب ـ اعنى العميق المذكور وذلك ما اردناه (١) .

فان جعلنا العميق المذكور مؤلفا من مثلثات ـ ا ج د ـ ا د ه ـ ا ه ب ومن سطح ـ ب ج ـ د ه ـ فى هذا الشكل بعينه والسطح الواصل بين اطرافه مثلث ـ ا ب ج ـ قسمنا ـ ب ج ـ د ه ـ بخط ـ ب د ـ لمثلثى ـ ب ج د ـ ب ه د ـ وبينا ان مثلث ـ ا ب ج ـ اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ـ ه ا ب ـ ه ب د ـ ه ا د ـ المرتفع من مثلث ـ ا ب د ـ الى نقطـة ـ د ـ فاذا مثلث ـ ا ب ج ـ من المثلثات المذكورة اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ه ا ب ـ ه ب د ـ ه ا د ـ المرتفع من مثلث ـ ا ب د ـ الى نقطة ـ ه ـ فاذا مثلث ـ ا ب ج ـ اصغر كثيرا من العميق المذكور اولا وهكذا ان كانت السطوح منقسمة الى مثلثات فوق اثنين فان كان العميق مؤلفا من سطوح كثيرة مختلفة كالعميق المؤلف من سطوح ـ ا ب ك ل ـ ب ج ط ك ـ ح د ح ط ـ د ه ن ح ـ ه ز م ن ـ ز ا ل م ـ ك ل م ن ـ ك ط ح ن ـ الثمانية والسطح المار بأطرافه سطح ـ ا ب ج د ه ز ـ وصلنا بين احدى الزوايا التى لا تكون على السطح المار اى زاوية كانت وبين سائر الزوايا بخطوط ولتكن تلك الزاوية نقطة ـ ح ـ ونصل خطوط ـ ح ج ـ ح ب ـ ح ا ح ز ـ ح ه ـ ح ك ـ ح ل ـ ح م ـ الثمانية فينقسم الجسم الذى يحيط به العميق والسطح الى اجسام بعدة السطوح المقابلة لنقطة ـ ح ـ وهى سطوح ـ ب ج ط ك ـ ا ب ك ل ـ ز ا ل م ـ ه ز م ن ـ ك ل م ن ـ ا ب ج د ـ الستة يرتفع كل واحد من تلك الاجسام من احدى تلك السطوح الى نقطة ـ ح ـ ثم نبين بمثل ما مر ان سطح ـ ا ب ج د ه ز ـ اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ـ ح ب ج ـ ح ا ب ـ ح ز ا ـ ح ه ز ـ ح د ه ـ ح ج د ـ

---

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ ـ

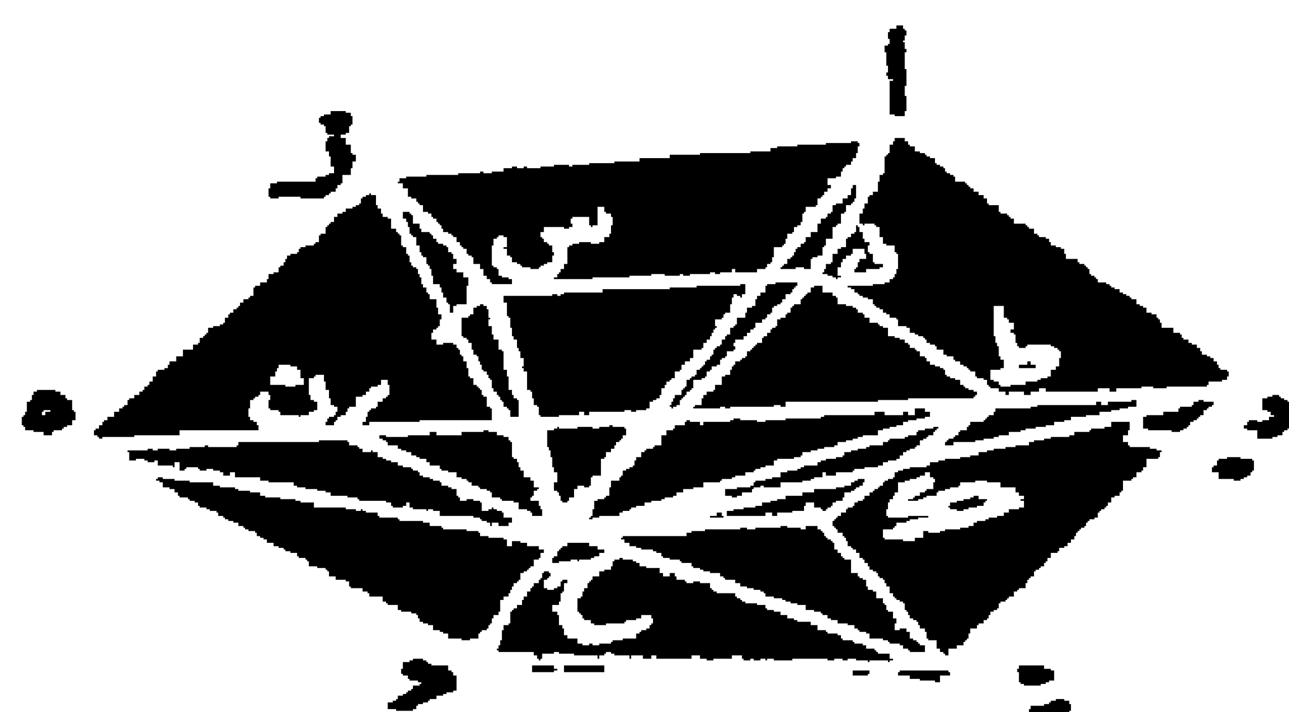
الستة التي هي يرتفع من ذلك السطح الى نقطة ــ ح ــ وان مثلث ــ ح ب ج ــ منها اصغر من العميق المؤلف من سطح ــ ب ج ط ك ــ ومثلثات ح ك ب ــ ح ط ك ــ ح ج ط ــ الثلاثة وان مثلث ــ ح ا ب ــ اصغر من العميق المؤلف من سطح ــ ا ب ك ل ــ ومن مثلثات ــ ح ا ل ــ ح ك ل ــ ح ب ك ــ وان مثلث ــ ح ز ا ــ اصغر من العميق المؤلف من سطح ــ ز ا ل م ــ ومثلثات ــ ح م ز ــ ح ل م ــ ح ا ل ــ وان مثلث ــ ح ه ز ــ اصغر من العميق المؤلف من سطح ــ ه ز م ن ــ ومثلثات ــ ح ن ه ــ ح م ن ــ ح ز م ــ فاذا يكون السطح المذكورا عنى سطح ــ ا ب ج د ه ز ــ اصغر كثيرا من العميق المذكور اولا وعلى قياس ذلك في سائر ما يمكن من العميقات مؤلفة من السطوح المستوية واما في العميقات التي يحيط بعضها ببعض فينبغي ان يخرج على قياس ما مر في الخطوط العميقة التي يحيط بعضها ببعض احد سطوح العميق المحاط به في الجهات الى ان يلقى العميق المحيط ثم يخرج سطحا آخر مما يليه وهكذا الى ان يتم اخراج جميع السطوح التي يتألف منها العميق المحاط به ثم نبدأ بالاخير فيتبين ان العميق المحاط به اصغر منه مع ما تقرره السطح الاخير من المحيط وان ذلك ايضا اصغر منه مع ما تقرره السطح الذي اخرج قبله(١) وهكذا الى ان ينتهي الى العميق المحيط فتبين ان المحاط به الاول اصغر كثيرا منه .

مثاله ليكن العميق المحيط مؤلفا من سطوح ــ ا ب ز ه ــ ب د ط ز ــ د ج ح ط ــ ج ا ه ح ــ ه ح ط ز ــ الخمسة والمحاط به مؤلفا من مثلثات ــ ا ك ب ــ ب ك د ــ د ك ج ــ ح ك ا ــ الاربعة والسطح المار بأطرافه المتحدة سطح ــ ا ب د ج ــ ويخرج سطح مثلث ــ د ك ج ــ اولا في الجهات الى ان ينتهي الى العميق المحيط فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ــ ج ا ه ح ــ خط ــ ج ل ــ والذي بينه وبين سطح ــ ه ح ط ز ــ خط ــ ل م ــ الذي بينه وبين سطح ــ ب د ط ز ــ خط ــ م د ــ

(١) الشكل الحادي عشر ــ ١١ ــ .

فينفصل

١١



فينفصل بهذا السطح من الجسم الذى يحيط به العميق المحيط والسطح الواصل بأطرافها منشور يحيط به سطوح ـ د ج ح ط ـ ل ح ط م ـ ج ل م د ـ الثلاثة ومثلثا ـ ج ل ح ـ د م ط ـ ونسميه المنفصل الاول ويبقى مجسم تحيط به سطوح ـ ج ل م د ـ ه ل م ز ـ ا ه ز ب ـ ا ج د ب ـ ا ج ل ه ـ ب د م ز ـ الستة ونسميه الجسم الثانى ثم نخرج بعده سطح مثلث ـ ج ك ا ـ فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ـ ج ل د م ـ اعنى المخرج اولا خط ـ ج ك س ـ والذى بينه وبين الثانى من سطح ـ ه ح ط ز ـ خط ـ س ن ـ والذى بينه وبين سطح ـ ا ب ز ه ـ خط ـ ن ا ـ فينفصل به من الجسم الثانى جسم يحيط به سطوح ـ ا ج س ن ـ ل س ن ه ـ ا ج ل ه ـ الثلاثة ومثلثا ـ ج س ل ـ ا ن ه ـ ونسميه المنفصل الثانى ويبقى منه مجسم يحيط به سطوح ـ ج س م د ـ ن ز م س ـ ا ب ز ن ـ د م ز ب ـ ا ج س ن ـ ا ج د ب ـ الستة ونسميه الجسم الثالث ثم نخرج بعده سطح مثلث ـ ا ك ب ـ فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ـ ا ج س ن ـ اعنى المخرج ثانيا خط ـ ا ك ـ وبينه وبين سطح ج ل م د ـ المخرج اولا خط ـ ك ع ـ والذى بينه وبين سطح ـ ب د ط ز خط ـ ب ع ـ فينفصل به من الجسم الثالث جسم يحيط به سطوح ـ ا ب ع ك ـ س م ع ك ـ ن ز م س ـ ا ب ز ن ـ ب ع م ز ـ ا ك س ن ـ الستة ونسميه المنفصل الثالث ويبقى من الجسم الثالث مجسم يحيط به ـ د ع ك ج ـ ب ع ك ا ـ ا ب د ج ـ الثلاثة ومثلثا ـ ج ك ا ـ ب ع د ـ ونسميه الجسم الرابع وينفصل منه بسطح مثلث ـ ب ك د ـ الباقى من مثلثات العميق المحاط به الاربعة مخروط يحيط به مثلثات ـ ب ك د ـ ب ع د ـ ب ك ع ـ د ك ع ـ الاربعة ونسميه المنفصل الرابع ويبقى مجسم يحيط به العميق المحاط به والسطح الواصل بالاطراف .

ثم نقول لما كان سطح مثلث ـ ب ك د ـ من العميق المحاط بـه اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الرابع وهى مثلثات ـ ب ع د ـ

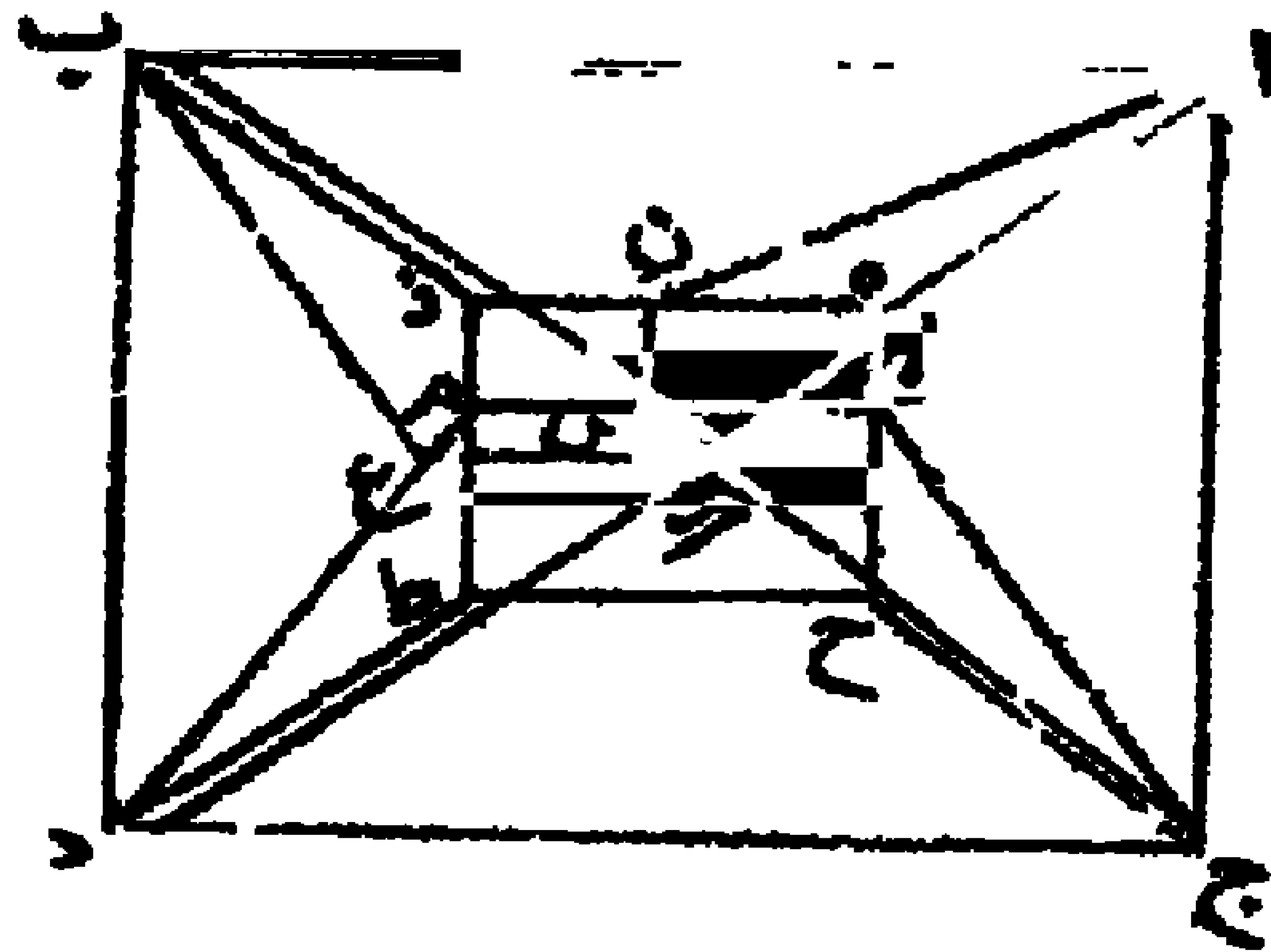
ب ك ع ــ د ك ع ــ وجب العميق المحاط به اصغر كثيرا من عميق يتألف من سطوح الجسم الرابع سوى السطح المار بالأطراف وهى سطحا ــ د ع ك ج ــ ب ع ك ا ــ ومثلثا ــ ج ك ا ــ ب ع د ــ ونسميه العميق الثانى وايضا لما كان سطح ــ ب ع ك ا ــ من العميق الثانى اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الثالث وهى سطوح ــ س م ع ك ــ ن زم س ــ ا ب ز ن ــ ب ع م ز ــ ا ك س ن ــ الخمسة وجب ان يكون العميق الثانى اصغر من عميق يتألف من سطوح الجسم الثالث سوى السطح المار بالاطراف وهى سطوح ــ ج س م د ــ ن ز م س ــ ا ب ز ن ــ د م ز ب ــ ا ج س ن ــ الخمسة ونسميه العميق الثالث وايضا لما كان سطح ــ ا ج س ن ــ من العميق الثالث اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الثانى وهى سطحا ــ ل س ن ه ــ ا ج ل ه ــ و مثلثا ــ ج س ل ــ ا ن ه ــ كان العميق الثالث اصغر من عميق يتألف من سطوح الجسم الثانى سوى السطح المار بالاطراف وهى سطوح ــ ج ل م د ــ ه ل م ز ــ ا ب ز ه ــ ا ج ل م ــ د م ز ب ــ الخمسة ونسميه العميق الرابع وايضا لما كان سطح ــ ج ل م د ــ منه اصغر من عميق يتألف من باقى سطوح المنفصل الاول وهى سطحا ــ د ج ح ط ــ ل ح ط م ــ ومثلثا ــ ج ل ح ــ د م ط ــ وجب ان يكون العميق الرابع اصغر من عميق يتألف من سطوح ــ ا ب ز ه ــ ب د ط ز ــ ج ا ه ح ــ د ج ح ط ــ ه ح ط ز ــ الخمسة وهو العميق المحيط فاذا العميق المحاط به الذى هو اصغر من العميق الثانى الذى هو اصغر من العميق الثالث الذى هو اصغر من العميق الرابع الذى هو اصغر من العميق المحيط اصغر كثيرا من العميق المحيط وذلك ما اردناه (١) .

وينبغى ان يقاس على هذا المثال ما عداه من هذا النوع فلنقتصر عليه لئلا يطول الكلام اما اذا لم يكن العميق مؤلفا من سطوح مستوية بل كان اما سطحا مستديرا او محدبا فكان مؤلفا من سطوح بعضها مستدير او محدب

(١) الشكل الثانى عشر ــ ١٢ .

كان

ش١٤



الكرة والاسطوانة ص١٦

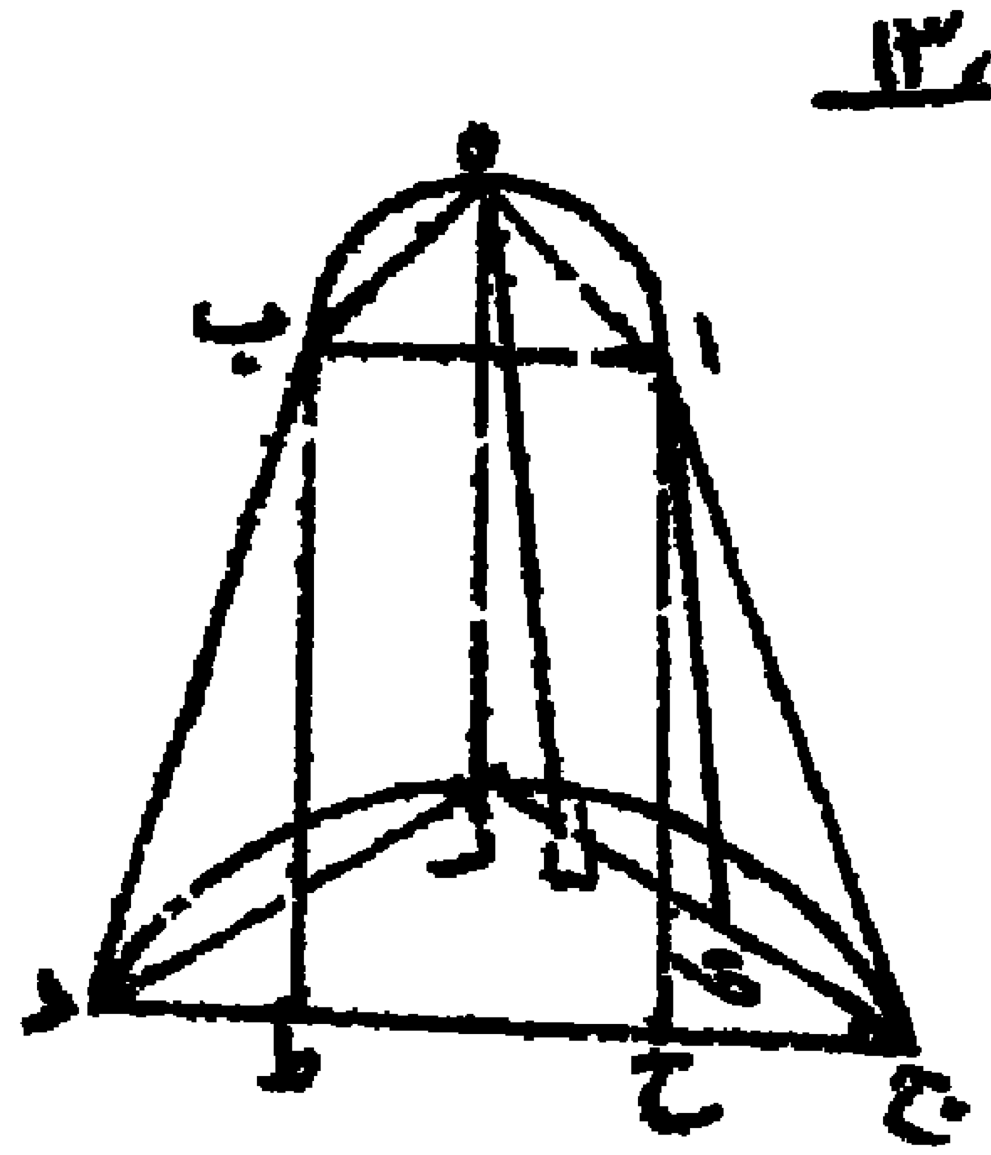
كان البيان فيما لا يكون مستويا قريبا مما مر فى الخطوط المستديرة والمنحنية والسطوح المستديرة تكون إما سطوح الاسطوانات او المخروطات اوسطوح الاكر اوما يتألف منها اما سطح الاسطوانة المستديرة فنفرض عليه دائرة هى اما دائرة قاعدة الاسطوانة اودائرة موازية لها ويجزئ محيط تلك الدائرة باجزاء صغار فى غاية ماامكن من الصغر بحيث اذا وصلنا بينها حدث شكل مضلع مؤلف من خطوط مستقيمة لا يفرق الحس بينه و بين محيط تلك الدائرة ونخرج خطوطا من نقط الزوايا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيقع لامحالة على سطح الاسطوانة جميعا وينتهى الى دائرتى الرأس والقاعدة اوالى غير نهاية ان كانت الاسطوانة كذلك ويكون لامحالة كل متوازيين متجاوزين منها فى سطح مستو ويحدث من الجميع سطح اسطوانى مضلع مؤلف من تلك السطوح المستوية بحيث لا يفرق الحس بينه وبين السطح الاسطوانى المستدير الذى كان كلامنا فيه ثم ننصف القسى الصغار من المحيط ونستأنف التدبير فيحدث مضلع آخر اعظم من الاول لكون تلك السطوح من جهة تساوى ارتفاعاتها على نسب الخطوط التى جعلت اطرافها منشأ اضلاع تلك السطوح وهكذا مرة بعد اخرى ماامكن و تبين فى المضلع الذى ينتهى اليه مانريد بيانه فى المستدير من كون السطح المستوى الواصل بين اطرافه اوالعميق الواقع فى داخله اصغر منه وكونه اصغر من العميق المحيط به على قياس ما مهدناه ويقع من ذلك ومن العلم بأنا لو نصفنا كل واحد من الاقسام مرة بعد اخرى الى ما لا نهاية له وعملنا العمل المذكور لكان الحكم كما ذكرنا حكم يقينى فى العقل بثبوت الحكم المطلوب فى السطح المستدير الاسطوانى لو امكن .

واما سطح المخروط المستدير القائم فالبيان والعمل فيه كذلك بعينه الا ان الخطوط المرسومة على نقط الزوايا نصل بينها وبين رأس المخروط فتحدث مخروطات مضلعة ويكون المحيط منها اعظم من المحاط به لكون الاعمدة الواقعة من رأس المخروط على قواعد مثلثات المضلع المحيط التى هى

ابعد من مركز قاعدة المخروط اطول من الاعمدة الواقعة من رأس المخروط على قواعد مثلثات المحاط به التي هي اقرب الى مركز قاعدة المخروط وقواعد مثلثات المضلع المحيط جميعا ايضا اطول من قواعد مثلثات المضلع المحاط به واما سطح الكرة فيتجزأ محيط اى دائرة عظمية اتفقت عليه بالاجزاء الصغار المذكورة ونصل الاوتار ونرسم دوائر عظاما تمر بنقط الزوايا وبقطبي الدائرة العظمية ونقسمها ايضا بالاجزاء المساوية لتلك الاجزاء الصغار ونصل بينها ليحدث في داخل الكرة شكل مضلع كثير القواعد قواعدها سطوح مستوية لها اضلاع اربعة او ثلاثة كما ذكرا قليدس في المقالة الثانية عشر من كتاب الاسطقسات فتكون المثلثات المجتمعة منها عند كل قطب محيط بمخروط مضلع رأسه القطب وكل صف من الصفوف التي تليها المشتملة على قواعد ذوات اربعة اضلاع متجاوزة حول المحور على الترتيب محيطا بقطعة من مخروط مضلع لأن اضلاعها المشتركة اذا اخرجت اجتمعت على نقطة من المحور خارج الكرة ويكون الصف الاوسط بين القطبين ان كان عدد اجزاء نصف الدائرة العظمية فردا محيطا باسطوانة مضلعة لأن اضلاعها المشتركة توازى المحور ثم ننصف كل واحدة من القسى الصغار المذكورة مرة بعد اخرى لا الى نهاية ونرسم كل مرة دوائر عظاما اخرى تمر بالنقط المنصفة من الدائرة العظيمة الاولى وبقطبيها ونصل الاوتار ونتم الاشكال فتحدث مجسمات كثيرة كل واحد منها كثيرة قواعد في تلك الكرة ويكون بعضها محيطا بالبعض وكل محيط اعظم من الذى يحيط به لكون كل اربع قواعد من المحيط يقع بازاء قاعدة واحدة من المحاط به اعظم جميعا منها .

وليكن لبيان ذلك ـ ا ب ج د ـ احدى قواعد المحاط به ـ وا ب ـ اقصر من ـ ج د ـ هما متوازيان و ـ ا ج ـ ب د ـ متساويان فان اضلاع كل قاعدة ذات اربعة اضلاع من قطع المخروطات المضلعة حول المحور يكون هكذا ونخرج على ـ ا ب ـ ج د ـ من القسى الموازية للعظيمة ونصفها على

ه ز



الكرة والاسطوانة ص١٩

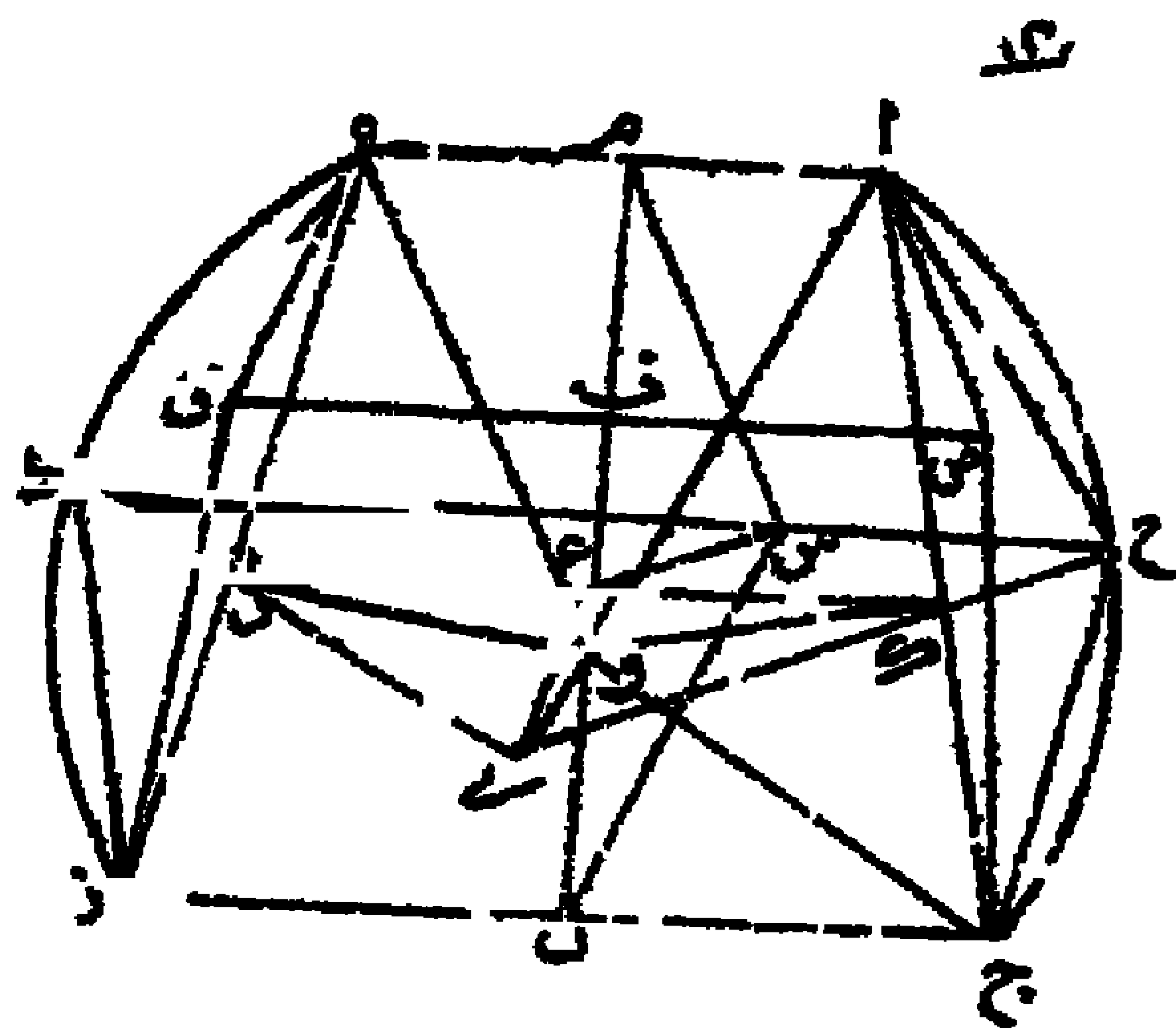
ه ز – فنصل ه ز – ا ه – ه ب – ج ز – ز د – .

ونقول ان سطحى – ا ز – ب ز – معا اعظم من سطح – ا د ونخرج من – ا ب – عمودى – ا ح – ب ط – على – ج د – ومن – ا ه عمودى – ا ك – ه ل – على – ج ز – فمثلثا – ا ه ب – ج زد – المتساوى الساقين متشابهان لتوازى اضلاعهما النظائر ونسبة – ج ز – الى – ا ه – اعنى ك ل – كنسبة – ج د – الى – ا ب – اعنى – ح ط – وبالتفصيل نسبة – ج ك – ل ز – معا الى – ك ل – كنسبة – ج ح – ط د – معا الى – ح ط ولتنصيف المقدمين نسبة – ج ك – الى – ك ل – كنسبة – ج ح – الى ح ط – وبالابدال – نسبة – ج ك – الى – ج ح – كنسبة – ك ل – الى ح ط – و – ك ل – اصغر من – ح ط – لأن – ا ه – اصغر من – ا ب – فج ك – اصغر من – ج ح – ومربعه اصغر من مربعه واذا نقصناهما من مربع ا ج – بقى مربع – ا ك – اعظم من مربع – ه ح – ط ك – اطول من – ا ح وجميع – ا ه – ه ب – اطول من – ا ب – وجميع – ج ز – زد – اطول من ج د – معمود – ا ك – فى نصف – ا ه – ه ب – ج ز – زد – جميعا التى هى مجموع سطحى – ا ز – ز ب – اعظم من عمود – ا ح – فى نصف – ا ب – ج د – جميعا التى هى سطح – ا د (١) واما ان كانت اضلاع مثلثى – ا ه ب – ج زد – النظائر متساوية وذلك عند كون القواعد من الاسطوانة المضلعة المحيط بالمحور كانت الأعمدة متساوية وسطحا – ا ز – زب – اعظم من سطح – ا د – لكون – ج ز – ز د – معا اطول من – ج د – ونعيد سطح – ا ج ز ه وننصف القوسين اللتين على – ا ج – ه ز – على نقطتى – ح – ط – ونصل ح ط – ا ح – ح ج – ه ط – ط ز – فتحدث قاعدتا – ا ح – ه ط – ح ج – ز ط – من الاربعة التى يكون بازاء قاعدة – ا ج د ب – وتكون اضلاع – ا ه ح ج – ه ز ط ز – متساوية واضلاع – ا ه – ح ط – ج ز متوازية – و – ا ح – اقصر من – ح ط – و – ح ط – اقصر من – ج ز

(١) الشكل الثالث عشر – ١٣

اذا كانت القواعد من قطع المخروطات المضلعة ويخرج من مركز الكرة وليكن ـ ى ـ الى نقطتى ـ ح ط ـ خطين فينصفان وترى ـ ا ج ـ ه ز ـ على ك ل ـ ونخرج منه ايضا عمود ـ ى و ـ على سطح ـ ا ج ز ه ـ ونصل ـ ا و ـ ج و ـ ه و ـ ز و ـ فتكون متساوية لأن مربع كل واحد منها مع مربع ى و ـ يساوى مربع نصف قطر الكرة الواصل بين ـ ى ـ واحدى نقط ا ج ز ه ـ وتكون زاويتا ـ ج و ا ـ ز و ه ـ متساويتين لتساوى قاعدتى ج ا ـ ز ه ـ وزاوية ـ ج و ز ـ اعظم من زاوية ـ ا و ه ـ لكون قاعدة ج ز ـ اطول من قاعدة ـ ا ه ـ ونصل ـ ك و ـ ل و ـ فلا يكون خطا مستقيما لأن زوايا ـ ك و ا ـ ا و ه ـ ه و ل ـ جميعا اصغر من قائمتين ونصل ك ل ـ فيكون موازيا ـ لا ه ـ ج ز ـ واقصر من ـ ح ط ـ لكونهما متوازيين بين خطى ـ ى ح ـ ى ط ـ المتساويين ونخرج من ـ و ـ عمود و ن ـ على ـ ج د ـ ونخرجه الى ـ م ـ فيكون عمودا على ـ ا ه ـ لتوازى ا ه ـ ج و ـ وننصف ـ ك ل ـ على ـ ع ـ لكون ـ ا ه ـ ج ز ـ منصفين على ـ م ن ـ ننصف ـ ح ط ـ على ـ س ـ ونصل ـ ن س ـ س م ـ ونصل ى س ـ فيمر ـ بع ـ لكونهما فى سطح مثلث ـ ح ى ط ـ على منتصفى ـ ك ل ـ ح ط ـ المتوازيين فتكون فى مثلث ـ ى و ع ـ القائم الزاوية زاوية ى ع و ـ حادة فتكون زاوية ـ س ع ن ـ الباقية الى قائمتين منفرجة ويكون ـ س ن ـ فى مثلث ـ س ن ع ـ اطول من ـ ع ن ـ ونفصل من ن م ـ ن ف ـ مثل ـ ن س ـ ونخرج ـ ف ص ق ـ موازيا ـ لج ز ـ ونجعل ف ص ـ مثل ـ س ح ـ و ـ ف ق ـ مثل ـ س ط ـ وتقع نقطتا ـ ص ق ـ خارج ضلعى ـ ا ج ـ ه ز (١) لأن ـ ح ط ـ اطول من ـ ك ل و ـ ك ل ـ من ـ ا ه ـ ونصل ـ ج ص ـ ز ق ـ فيكون سطح ـ ى ص ج ز ق مساويا لقاعدة ـ ح ج ز ط ـ لتساوى عموديهما ورأسيهما وقاعدتيهما ولكون م س ـ س ن ـ اطول من ـ م ن ـ وكون ـ س ن ـ مساويا ـ لف ن ـ يكون

(١) الشكل الرابع عشر ـ ١٤


ه
ا
ح
ز
ل
ج

م س ـ اطول من ـ م ف ـ فاذا وصلنا ـ اص ـ ه ق ـ كانت قاعدة ـ ا ح ط ه ـ اعظم من سطح ـ اص ـ ق ه ـ المتساويى الرأسين والقاعدتين لكون عمود ـ م س ـ اطول من عمود ـ م ف ـ فاذا جميع قاعدتى ـ ا ح ط ه ـ ح ج ز ط ـ اعظم من سطحى ـ ا ج ز ه ـ وان كانت قاعدة ـ ا ج ز ه ـ من اضلاع الاسطوانة تساوت خطوط ـ ا ه ـ ح ط ـ ج ز ـ المتوازية ووقع عمود ـ ى و ـ على نقطة ـ ع ـ وتكون زاويتا ـ م ع س ـ ن ع س ـ قائمتين وعمود ـ م س ـ اطول من عمود ـ م ع ـ وعمود س ن ـ اطول من عمود ـ ع ن ـ ونصف ـ ا ه ـ ح ط ـ اطول من نصف ـ اه ـ ك ل ـ ونصف ـ ح ط ـ ج ز ـ اطول من نصف ـ ك ل ـ ج ز ـ فتكون لذلك قاعدتا ـ ا ط ـ ح ز ـ اعظم من سطحى ـ ا ل ـ ك ز ـ اعنى من قاعدة ـ ا ز ـ .

وبمثل ذلك تبين ان القاعدتين الباقيتين الواقعتين على سطح ـ ه ز د ب من الشكل المتقدم معا اعظم من سطح ـ ه ز د ب ـ وبينا ان سطحى ـ ا ج ز ه ـ ه ز د ب ـ معا اعظم من قاعدة ـ ا ج ـ د ب ـ فاذا مجموع القواعد الاربع اعظم كثيرا من قاعدة ـ ا ج د ب ـ وبمثل ذلك تبين ان مجموع القواعد الاربع التى تقع بازاء القاعدة التى يكون مثلثا يكون ايضا اعظم منه فاذا السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحيط اعظم من السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحاط به واذا دبرنا هذا التدبير مرة بعد اخرى امكن لنا ان نثبت الحكم المطلوب بالبيان المناسب على سطح الكرة ان امكن او على مالا يفرق الحس بينه وبين سطح الكرة وان رسم فى الكرة اشكال غيرما ذكرنا على وجه يمكن ان نبين المطلوب بما لم يختلف البيان .

وارشميدس يعمل فى الكرة بعد عمل الشكل المذكور فى الدائرة العظيمة من الكرة باثبات قطر يصل بين زاويتين متقابلتين من زواياه وادارة الدائرة مع الشكل حواه مجسما فى الكرة مؤلفا من مخروطين مستديرين وقطع

من مخروطات مستديرة كما سيأتي بيانه وهو صالح ايضا لبيان ما نحن فيه الا انه ينبغي ان نبين اولا ان السطحين المخروطين المستديرين اللذين نرسمهما ضلعا – ا ح – ح ج – في مثل الشكل الاخير بادارة الكرة على محورها المذكور اعظم من السطح المستدير المخروطي اوالاسطواني الذي يرسمه – ا ج – بان ننصف القسي التي على الاضلاع المتوازية وحدها دون المتساوية مرة بعد اخرى ونصل الاوتار ونبين بالشكل المتقدم ان السطحين اللذين يحدثان على الاضلاع المساوية لضلعي – ا ح – ح ج – يكونان ابدا اعظم من الذي يحدث على الاضلاع المساوية لضلع – ا ج – الى ان يحصل الحكم اليقيني بذلك على القياس المتقدم ثم نبين بتنصيف القسي التي على الاضلاع المساوية لضلعي – ا ح – ح ج – واخراج الاوتار وادارة الكرة لتحدث سطوح مخروطية مرة بعد اخرى ان سطح الكرة اعظم من السطوح المخروطية المفروضة اولا وسنحتاج الى ذلك ايضا في الكتاب .

واما اذا اردنا ان نبين كون احد هذه السطوح المستديرة اصغر من سطح عميق يحيط به فينبغي ان نعمل لسطح الاسطوانة على نقط الاجزاء من دائرتها خطوطا مماسة للدائرة متلاقية ليحدث على الدائرة شكل مضلع ونخرج من زواياه خطوطا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيحدث على سطح الاسطوانة سطح اسطوانة مضلعة محيطة بالاسطوانة المستديرة ثم نخرج من مركز الدائرة الى نقط زوايا الشكل المرسوم على الدائرة خطوطا من نقط تقاطع تلك الخطوط ومحيط الدائرة خطوطا اخرى مماسة للدائرة الى ان يلاقي اضلاع الشكل ومن نقط الملاقاة خطوطا موازية لسهم الاسطوانة لتحدث اسطوانة مضلعة ثانية داخل المضلعة الاولى وخارج المستديرة ويكون السطح المحيط بالمضلع الثاني اصغر من السطح المحيط بالمضلع الاول لمثل مامر وهكذا مرة بعد اخرى الى مالا نهاية له وهكذا في المخروط وسيأتي في الكتاب عمل بعض هذه الاشكال التي اشرنا اليها والطريق الى معرفة مقاديرها لاغراض

يتبين

يتبين هناك ونحن لما احتجنا فى بيان هذه المصادرات اليها قدمنا ذكرها وان كان فيه تكرار ومخالفة للسياقة التى اختارها ارشميدس على ما سيجئ بيانه .

واما فى الكرة فاذا قسمنا الدائرة العظيمة بالاقسام الصغار والدوائر العظام المارة بها بقطبى تلك الدائرة ايضا بتلك الاقسام اخرجنا سطوحا متلاقية تماس الكرة على تلك النقط وطريق ذلك ان نوصل بين مركز الكرة بين كل نقطة منها بخط مستقيم و نخرج من طرفه الخارج عمودا ان عليه غير متصلين على استقامة كيف وقعا فالسطح الذى يكون العمود ان فيه يكون لامحالة مماسا للكرة ويحدث من تلاقى تلك السطوح شكل مضلع محيط بالكرة ثم نخرج من مركز الكرة الى كل واحدة من زوايا ذلك الشكل خطا مستقيما ومن النقطة التى تقاطع عليها ذلك الخط سطح الكرة سطحا مماسا للكرة فيحدث من تلاقى تلك السطوح شكل مضلع آخر على الكرة وفى المضلع الاول ويكون سطحه المحيط به اصغر من سطح الشكل المضلع المحيط به وهكذا مرة بعد اخرى لاالى نهاية الى ان تبين المطلوب بذلك على الرسم المتقدم واذا احاطت سطوح مخروطية بكرة بينا بمثل ماتقدم انها اعظم من سطح الكرة ايضا وهكذا فى سائر السطوح المحدبة التى لا تكون اسطوانية ومخروطية وكرية فلانطول الكلام بتكرار التدبير والقول فى واحد واحد منها واذا ثبت الحكم بهذه الوجوه فى سطوح الاسطوانات والمخروطات والاكر وغيرها كان فى اجزائها الواقعة فى العميقات المؤلفة منها ومن غيرها بحسبها واضحا فهذه غاية ماقدرت عليه فى ايضاح هذه المصادرات ونعود الى الكتاب .

قال للمقادير المختلفة من الخطوط او السطوح او الاجسام التى تكون لبعضها نسبة الى البعض فان فصل الاعظم منها على الاصغر يمكن ان يزيد عليه بالتضعيفات المتوازية مرة اخرى .

اقول وهذا الحكم بين وقد ذكر اوقليدس فى صدر المقالة الخامسة من كتاب الاسطقسات ان المقادير التى لبعضها نسبة الى البعض هى التى يمكن ان

يفصل بعضها بالتضعيف على بعض وبنى الشكل الاول من المقالة العاشرة على صيرورة اصغر مقدارين متجانسين بالتضعيف اعظم من اعظمها فهذا تمام الكلام فيما صدر الكتاب به وانا اوردها هنا ما احتاج اليه فى تلخيص العبارات وبيان المسائل مما يتكرر كثيرا ويكون فى حكمه لتوقف عند الاستعمال عليه ويكون شرط الايجاز مرعيا

فاقول اذا اطلقت اسم الخط والسطح فانما اعنى بهما المستقيم والمستوى وانتدى ما عداها بالصفة المخالفة للاستقامة والاستواء كالخط المنحنى وسطح الكرة مثلا واذا اطلقت المخروط والاسطوانة فانما اعنى بهما المستديرين والمخروط المستدير قد يسمى مخروط الاسطوانة والذى يكون سهمه عمودا
١ على سطح قاعدته فقد يقال له المتساوى الساقين والمستاوى الاسوق والمتساوى الاضلاع والمتساوى الاقطار والقائم الزاوية والقائم وانا اسميه المخروط القائم والاسطوانة المستديرة التى يكون محورها عمودا على قاعدتها يقال له المتساوى الاقطار والقائم الزاوية والقائمة وانا اسميها بالاسطوانة القائمة واسمى المخروط المضلع الذى تكون قاعدته مستقيمة الاضلاع ورأسه نقطة بالنارى
١ والاسطوانة المضلعة التى تكون قاعدتاها شكلان مستقيما الاضلاع متساويان متشابهان بالمنشور .

واقول (ا) ايضا اذا كانت اربعة مقادير نسبة الاول وليكن ـ ا ـ الى الثانى وليكن ـ ب ـ اعظم من نسبة الثالث وليكن ـ ج ـ الى الرابع وليكن ـ د

اقول إنا اذا عكسنا كانت نسبة ـ ب ـ الى ـ ا ـ اصغر من نسبة د ـ الى ـ ج ـ وبيان ذلك بالاضعاف ظاهر .

(ب) واذا بدلنا كانت نسبة ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة ـ ب ـ الى ـ د ولتكن نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب اعظم من نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ فا ـ اعظم من ـ ه ـ ونسبة ـ ه ـ الى ـ ج بالابدال كنسبة ـ ب ـ الى ـ د ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبة ـ ه

ش ١٥

ا ب
ه
ج د

الكرة والاسطوانة ص ٢٥

الى ـ ج ـ اعنى من نسبة ـ ب ـ الى ـ د (١) .

(ج) واذا ركبنا كانت نسبة جميع ـ ا ب ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة جميع ـ ج د ـ الى ـ د ـ وذلك لأن نسبـة جميع ـ ه ب ـ الى ـ ب ـ كنسبة جميع ـ ج د ـ الى ـ د ـ و ـ ا ـ اعظم من ـ ه ـ فجميع ـ ا ب ـ اعظم من جميع ـ ه ب ـ و نسبة جميع ـ ا ب ـ الى ـ ب ـ اعظـم من نسبة جميع ـ ه ب ـ الى ـ ب ـ اعنى من نسبة جميع ـ ج د ـ الى ـ د .

(د) وايضا ـ ا ـ فى ـ د ـ اعظم من ـ ج ـ فى ـ ب ـ وذلك لأنا نجعل نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فه ـ فى ـ د ـ مثل ـ ج ـ فى ـ ب ـ و ـ ا ـ فى ـ د ـ اعظم من ـ ه ـ فى ـ د ـ اعنى من ـ ج ـ فى ـ ب .

(ه) وبالعكس اعنى اذا كان ـ ا ـ فى ـ د ـ اعظم من ـ ج ـ فى ـ ب كانت نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ وليكن ـ ه ـ فى ـ د ـ كج ـ فى ـ ب ـ فا ـ اعظم من ـ ه ـ ونسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ كنسبة ج ـ الى ـ د ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة ـ ج ـ الى ـ د .

(و) وايضا اذا كانت نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اصغر من نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ وكان ـ ا ـ اعظم من ـ ج ـ كان ـ ب ـ اعظم من ـ د ـ ولتكن نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فتكون نسبة ـ ا ـ الى ـ ب اصغر من نسبة ـ ه ـ الى ـ ب ـ فه ـ اعظم من ـ ا ـ فهو اعظم كثيرا من ـ ج فب ـ اعظم من ـ د

(ز) ولتكن نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعظم من نسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ز ـ فاذا فصلنا كانت نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ اعظم من نسبة د ز ـ الى ـ ز ه ـ ولتكن نسبة ـ ح ب ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ه ز ـ واذا فصلنا كانت نسبة ـ ح ج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ه

(١) الشكل الخامس عشر ـ ١٥ .

و ـ اج ـ اعظم من ـ ح ج ـ فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ اعظم من نسبة ح ج ـ الى ـ ج ب ـ اعنى من نسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ه .

(ح) وايضا اذا كانت نسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ز ه ـ كانت نسبة مربع ـ ا ب ـ الى سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ب ـ كنسبة مربع د ه ـ الى سطح ـ د ز ـ فى ـ ز ه ـ لان نسبة مربع ـ اج ـ الى سطح اج ـ فى ـ ج ب ـ كنسبة مربع ـ د ز ـ الى سطح ـ د ز ـ فى مربع ـ ز ه ونسبة مربع ـ ب ج ـ الى السطح ـ الاول كنسبة مربع ـ ز ه ـ الى السطح الثانى فنسبة مربعى ـ ا ج ـ ج ب ـ الى السطح الاول كنسبة مربعى د ز ـ ز ه ـ الى السطح الثانى واذا ركبنا مرتين صارت نسبة مربعى ـ ا ج ـ ج ب ـ مع ضعف السطح الاول اعنى مربع ـ ا ب ـ الى السطح الاول كنسبة مربعى ـ د ز ـ ز ه ـ مع ضعف السطح الثانى اعنى مربع ـ د ه ـ الى السطح الثانى (١) .

(ط) وايضا ـ ا ب ـ نصف على ـ ج ـ وقسم على د ـ وعلى ـ ه ـ و ـ د ـ اقرب الى ـ ج ـ من ـ ه ـ فسطح ـ ا د ـ فى ـ د ب ـ اصغر من مربع ـ ا ج ـ لأن الفضل بينهما مربع ـ د ج ـ وسطح ـ ا د ـ فى ـ د ب اصغر من سطح ـ ا ه ـ فى ـ ه ب ـ لأن الفضل بينهما هو فضل مربع ـ ب ج ـ على مربع ـ د ج ـ (٢) .

(ى) وايضا خط ـ ا ب ـ فضل منه ـ ب ج ـ وزيد فيه ـ ب د ـ فنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعظم من نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ج ـ وذلك لأن نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ اعظم من نسبته ـ الى ـ ج د ـ واذا ركبنا كانت نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعظم من نسبة ـ ا د ـ الى ـ د ج ـ وايضا نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا ـ اصغر من نسبة ـ ج د ـ الى ـ د ا ـ لمثل ذلك (٣) .

---

(١) الشكل السادس عشر ـ ١٦ (٢) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ (٣) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ

ش ١٦

ا ح ج ب

د ز ه

ش ١٧

ا ه د ب ب

ش ١٨

ا ج ب د

١٩

ج
ب ط ا
ح د ك
ه ز

الكرة والاسطوانة ص٢٧

(يا) وايضا نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اعظم من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ اقول فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ مثناة بالتكرير اعظم من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ مثناة بالتكرير وليكن ـ ا ـ ب ـ ج ـ متوالية فى النسبة وكذلك ـ د ـ ه ـ ز ـ ولتكن نسبة ـ ا ـ الى ـ ح ـ كنسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ فنسبة ـ ا ـ الى ـ ب اعظم من نسبته الى ـ ح ـ فب ـ اصغر من ـ ح ـ ولتكن نسبة ـ ب ـ الى ـ ط كنسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ فنسبة ـ ب ـ الى ـ ج ـ اعظم من نسبته الى ـ ط فج ـ اصغر من ـ ط ـ ولتكن نسبة ـ ب ـ الى ـ ط ـ كنسبة ـ ح ـ الى ـ ك حتى تصير ـ ا ـ ح ـ ك ـ متوالية على نسبة ـ د ـ ه ـ ز ـ و ـ ب ـ اصغر من ـ ح ـ فط ـ اصغر من ـ ك ـ فج ـ اصغر كثيرا من ـ ك ـ ونسبة ـ ا ـ الى ـ ج ـ التى هى نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ مثناة اعظم من نسبة ـ ا ـ الى ـ ك ـ الى هى بالمساواة كنسبة ـ د ـ الى ـ ز ـ التى هى نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ مثناة وكذلك ان كانت نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ اصغر من نسبة ـ د ـ الى ـ ه ـ كانتا بعد التثنية كذلك(١) فهذا ما اردت تقديمه مما هو بمثابة الاصول المحتاج الى بعضها فى تقرير بعض المواضع التى نحتاج الى بيان من هذا الكتاب وسيأتى باقى ما نحتاج اليه مما هو بمنزلة الجزئيات فى المواضع المخصوصة بها بعد الشكل الذى نحتاج فى بيانه اليه وخالفت بين الاشكال التى هى من متن الكتاب وبين ماليس فيه ليتمايز فى بادى النظر .

واشتغل من ها هنا بتقرير متن الكتاب

الاشكال

قال وبعد تقديم ماوجب تقديمه نقول اذا رسم فى دائرة الشكل كثير الزوايا فمحيطه اصغر من محيطها وذلك لأن كل ضلع منه اصغر من القوس الى هو وترها فجميع الاضلاع اصغر من جميع المحيط .

(ا) واذا رسم على دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اعظم من محيطها

(١) الشكل التاسع عشر ـه ا ـ

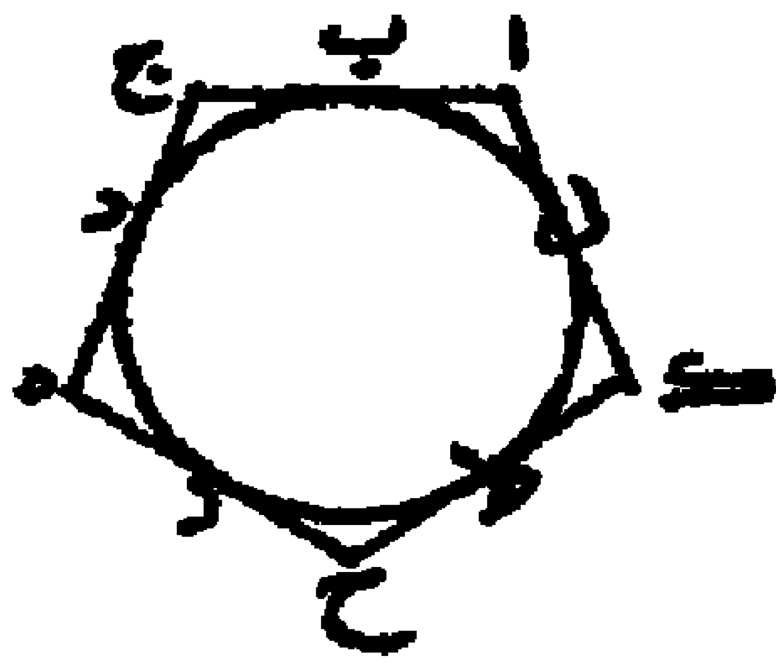
فلتكن الدائرة ـ ب د ز ط ل ـ والشكل شكل ـ ا ج ه ح ك ـ وذلك لأن محدب ـ ب ا ل ـ اعظم من قوس ـ ب ل ـ اذ هما خطان عميقان متحدا الطرفين فى جانب واحد وكذلك ـ ل ك ط ـ اعظم من قوس ـ ل ط ـ و ط ح ز ـ من قوس ـ ط ز ـ و ـ ز ه د ـ من قوس ـ ز د ـ و ـ د ج ب ـ من قوس ـ د ب ـ فمحيط الشكل اعظم من محيط الدائرة وذلك ما اردناه (١) .

(ب) لنا ان نجد خطين تكون نسبة اطولها الى اقصرهما اصغر من نسبة اعظم اى مقدارين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران (٢) ـ ا ب ـ واصغرهما ـ د ونفصل من ـ ا ب ـ ب ج ـ مساويا ـ لد ـ ونأخذ ـ لا ج ـ اضعافا يكون اعظم من ـ د ـ وهو ـ ا ط ـ وليكن ـ ز ه ـ خطا ما ونقسمه باجزاء عدتها عدة ما فى ـ ا ط ـ من ـ ا ج ـ ونجعل ـ ه ح ـ كاحد تلك الاجزاء فنسبة ه ح ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ج د ـ الى ـ ا ط ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ط الذى هو اعظم من ـ د ـ اصغر من نسبته الى ـ ب ج ـ المساوى ـ لد ـ فنسبة ح ه ـ الى ـ ه ز ـ اصغر من نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ وبالتركيب نسبة ح ز ـ الى ـ ز ه ـ اصغر من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ اعنى ـ د ـ فاذا وجدنا خطى ـ ح ز ـ ز ه ـ كما وصفناه (٣) ـ

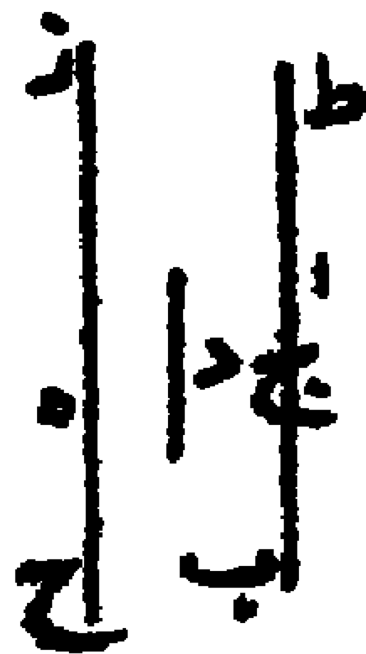
(ج) لنا ان نرسم فى دائرة وعليها شكلين كثيرى الزوايا متشابهين تكون نسبة ضلع الشكل الذى عليها الى ضلع الشكل الذى فيها اصغر من نسبة اعظم اى مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران ـ ا ب ـ و ـ ا ـ اعظمهما والدائرة دائرة ـ ج د ه ز ـ ولتكن نسبة خط ـ ط ـ الاطول الى خط ـ ك ل ـ الاقصر اصغر من نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ فان ذلك ممكن لما مر فى الشكل المتقدم ونخرج من نقطة ـ ل ـ عمود ـ ل م ـ على خط ـ ك ل ـ ونصل ك م ـ مساويا لخط ـ ط ـ وذلك ممكن لكون ـ ط ـ اطول من ـ ك ل

(١) الشكل العشرون ـ ٢ (٢) د ـ اعظم المقدارين (٣) الشكل الحادى والعشرون ٢١ ونخرج

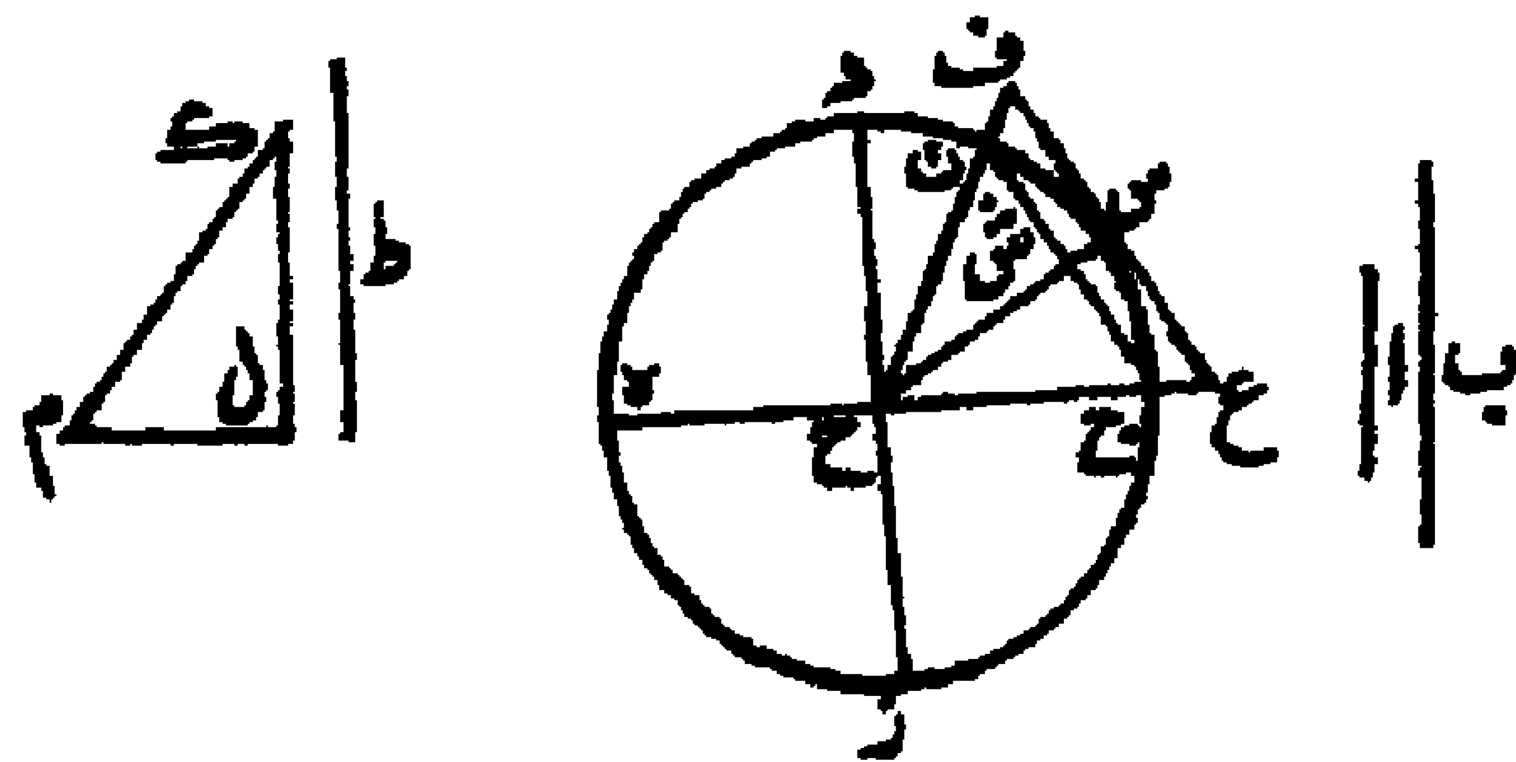
ش ٢٠



ش ٢١



٢٢



الكرة والاسطوانة ص٢٩

ونخرج فى الدائرة قطرى ـ ج ه ـ د ز ـ متقاطعين على زوايا قائمة وننصف زاوية ـ د ح ج ـ مرة بعد اخرى الى ان ينتهى الى زاوية اصغر من ضعف زاوية ـ ك ـ ولتكن هى زاوية ـ ن ح ج ـ ونصل ـ ن ج ـ فهو ضلع الشكل الذى فى الدائرة وننصف زاوية ـ ن ح ج ـ بخط ـ ح س ـ ونخرج من نقطة ـ س ـ خطا يماس الدائرة وهو خط ـ س ع ف ـ ونخرج خطى ـ ح ن ـ ح ج ـ الى نقطتى ـ ف ـ ع ـ فيكون خط ـ ف ع ـ ضلع الشكل الذى على الدائرة والشكلان يكونان متشابهين وكلاهما متساويى الاضلاع ولأن زاوية ـ ن ح ج ـ اصغر من ضعف زاوية ـ ك ـ ونصفها اصغر منها وزاويتا ـ ل ـ ش ـ قائمتان تكون نسبة ـ م ك ـ الى ـ ك ل اعظم من نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ش ـ و ـ ج ح ـ مساو لخط ـ ح س فنسبة ـ ح س ـ الى ـ ح ش ـ اعنى نسبة ـ ح ع ـ الى ـ ح ج ـ بل نسبة ع ف ـ الى ـ ج ن ـ اصغر من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ك ل ـ اعنى نسبة ـ ط الى ـ ك ل ـ التى هى اصغر من نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ فاذا نسبة ـ ع ف ضلع الشكل الذى على الدائرة الى ـ ج ن ـ ضلع الشكل الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة ـ ا ـ الى ـ ب ـ وذلك ما اردناه (١).

اقول اما الوجه الاول فى ان نصل ـ ك م ـ مساويا لخط ـ ط ـ بان نخرج ـ ك ل ـ ونجعل ـ ك س ـ مساويا ـ لط ـ ونرسم على ـ ك ـ ببعد ـ ك س ـ دائرة ـ س م ـ ونخرج عمود ـ ل م ـ الى ان يلقى المحيط على ـ م ـ ونصل ك م ـ واما بيان ان كون نصف زاوية ـ ن ح ج ـ اصغر من زاوية ـ ك وزاويتى ـ ل ش ـ قائمتين يوجب ان تكون نسبة ـ م ك ـ الى ـ ك ل اعظم من نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ش ـ فبأن نعمل على نقطة ـ ك ـ من خط ك ل ـ زاوية مثل نصف زاوية ـ ن ح ج ـ اعنى مثل زاوية ـ ج ح ش وهى زاوية ـ ل ك ق ـ ونخرج خط ـ ك ق ـ الى ق ـ فتكون نسبة ـ ك ق ـ الى ـ ك ل ـ كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ش ـ لتشابه مثلثى ـ ق ك ل

(١) الشكل الثانى والعشرون ـ ٢٢

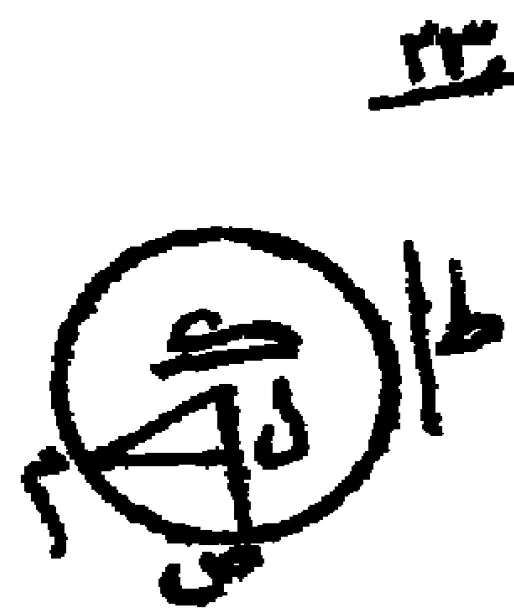
ج ح ش - ونسبة - م ك - الذى هو اطول من - ق ك - الى - ك ل تكون اعظم من نسبة - ق ك - الى - ك ل - اعنى من نسبة - ج ح - الى ح ش (١) .

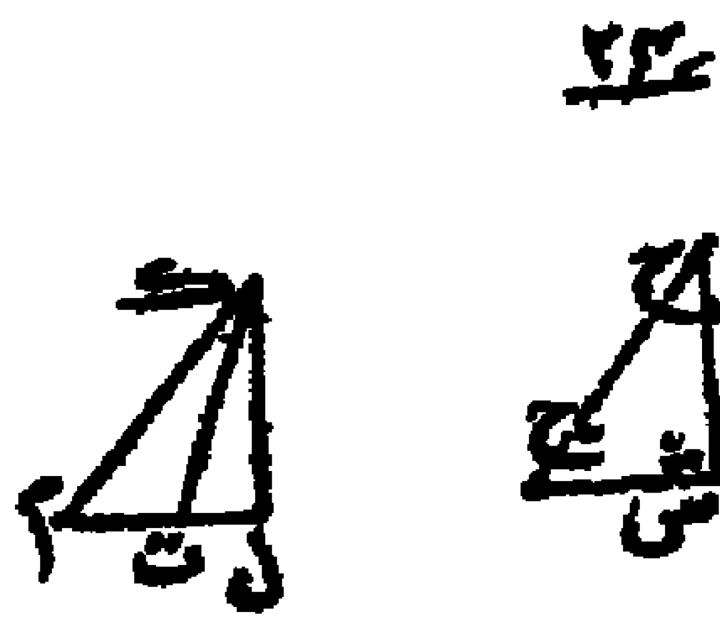
(د) قال لنا ان نرسم فى قطاع دائرة وعليه شكلين متشابهين كثيرى الاضلاع اضلاع كل واحد منهما متساوية الا الضلعين اللذين يخرجان من مركز الدائرة وتكون نسبة ضلع الشكل الذى عليه الى ضلع الشكل الذى فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران - ه ز - و - ه - اعظمهما وليكن القطاع قطاع - ا د ب - من دائرة - ا ب ج التى مركزها - د - ولتكن نسبة خط - ح - الاطول الى - خط - ط ك الاقصر اصغر من نسبة - ه - الى - ز - كما مر ونخرج من - ك - عمود - ك ل - على - ط ك - ونصل - ل ط - مساويا - لح - وننصف زاوية - ا د ب مرة بعد اخرى الى ان تبقى زاوية - ا د م - اصغر من ضعف زاوية - ط ونصل - ا م - فهو ضلع الشكل الذى فى القطاع وننصف زاوية - ا د م - بخط د ن - ونخرجه الى - ن - ومن - ن - خط - س ن ع - مماسا للدائرة ومنهما الى نقطتى س ع - فس ع - ضلع الشكل الذى على القطاع وتبين بمثل ما مر ان نسبة - س ع - الى - ا م - اصغر من نسبة - ه - الى - ز - وذلك ما اردناه (٢)

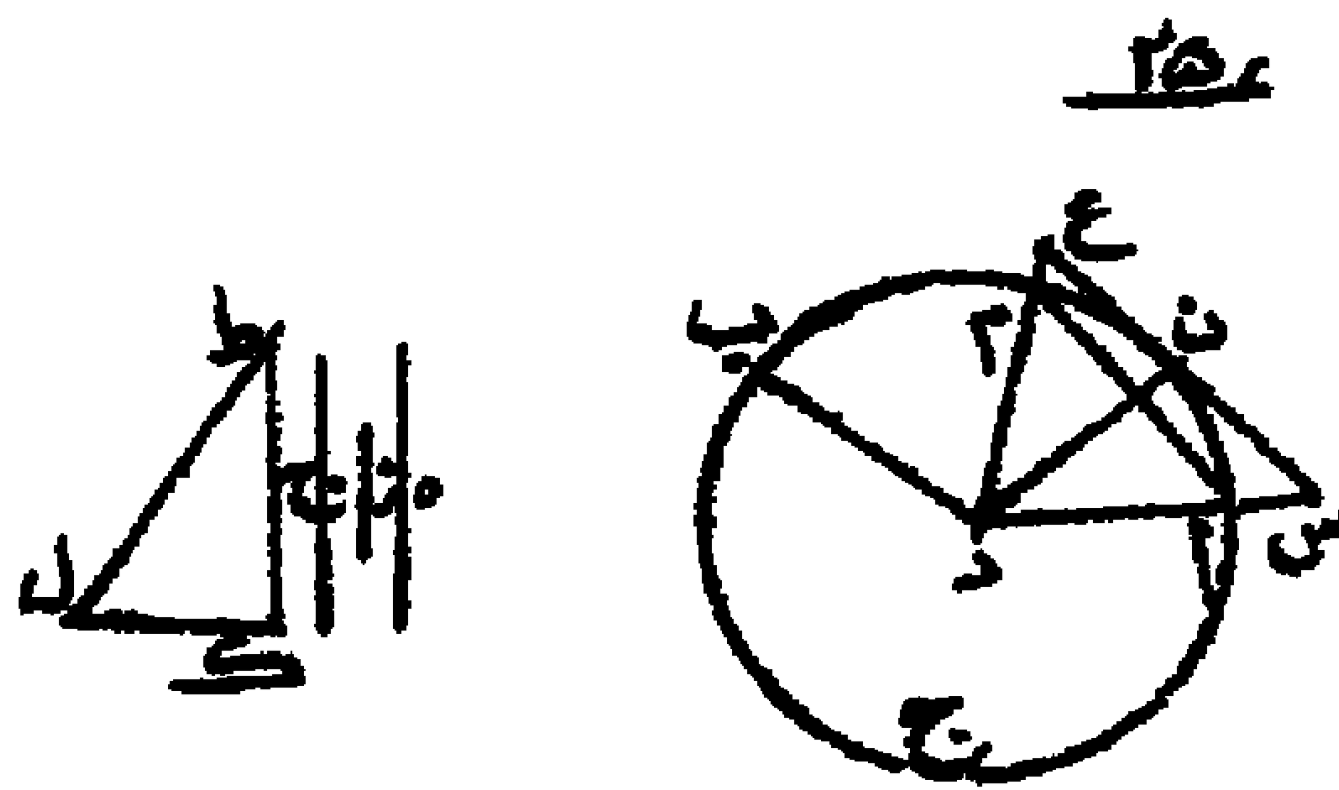
(ه) لنا ان نرسم فى دائرة وعليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين تكون نسبة المرسوم عليها الى المرسوم فيها اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فلتكن الدائرة دائرة - ا - ولتكن نسبة خط - ج - الاطول الى خط - د - الاقصر اصغر من نسبة مقدار - ه - الاعظم الى مقدار - ز - الاصغر كما مر فى الشكل الثانى ونستخرج بين خطى - ج - د - خط - ح - مناسبا لهما على الولاء فيكون - ج - اعظم ايضا من - ح - ونرسم الدائرة وعليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين تكون نسبة ضلع المرسوم عليها الى

---

(١) الشكل الثالث والعشرون -٢٣- والرابع والعشرون -٢٤ (٢) الشكل الخامس والعشرون -٢٥







٢٦



الكرة والاسطوانة ص ٣١

ضلع المرسوم فيها اصغر من نسبة ـ ج ـ الى ـ ح ـ كما مر فى الشكل الثالث فتكون نسبة الضلع الى الضلع مثناة اعنى نسبة الشكل الى الشكل ايضا اصغر من نسبة ـ ج ـ الى ـ ح ـ مثناة اعنى من نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ التى هى اصغر من نسبة ـ ه ـ الى ـ ز ـ فاذا نسبة الشكل الى الشكل اصغر من نسبة ـ ه الى ـ ز ـ كثيرا وذلك ما اردناه (١) .

وانا ايضا ان نرسم فى قطاع دائرة وعليه شكلين كثيرى الزوايا متشابهين تكون نسبة الذى عليه الى الذى فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما والعمل والبيان ظاهر مما مر .

وقد يمكن لنا على ماتبين فى كتاب الاسطقسات ان نرسم فى اى دائرة او قطاع كان شكلا كثير الزوايا متساوى الاضلاع وفى القطع الباقية شكلا آخر كذلك وهكذا مرة بعد اخرى الى ان تبقى من الدائرة او القطاع قطع هى اصغر من اى سطح فرض .

(و) اذا فرضت دائرة وسطح وقطاع و سطح فلنا ان نرسم على الدائرة او القطاع شكلا كثير الزوايا تكون القطع الفاضلة على الدائرة او القطاع من ذلك الشكل اصغر من السطح المفروض ولنبين فى الدائرة فان ذلك يغنى عن البيان فى القطاع فلنفرض دائرة ـ ا ـ وسطح ـ ب ـ وليكن معا اعظم مقدارين والدائرة وحدها اصغرهما ونرسم عليها وفيها شكلين متشابهين كثيرى الزوايا تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة وحدها كما تبين فى الشكل المتقدم فلان الدائرة اعظم من الشكل الذى فيها تكون نسبة الشكل الذى على الدائرة الى الدائرة اصغر من نسبته الى الشكل الذى فيها وكانت نسبة الشكل الذى على الدائرة الى الشكل الذى فيها اصغر من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة وحدها فنسبة الشكل الذى على الدائرة الى الدائرة اصغر كثيرا من نسبة السطح والدائرة معا الى الدائرة فاذا الشكل الذى على الدائرة اصغر من السطح والدائرة معا ويبقى بعد اسقاط

---

(١) الشكل السادس والعشرون ـ ٢٦ ـ .

المشترك اعنى الدائرة القطع التى تفضل من الشكل عليها اصغر من السطح المفروض وذلك ما اردناه(١) .

وان اردنا فصلنا لتبقى نسبة القطع المذكورة الى الدائرة اصغر من نسبة السطح اليها ويتبين المطلوب وقس القطاع عليه .

(ز) اذا رسم فى مخروط قائم نارى متساوى اضلاع القاعدة كان السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته مساويا لمثلث تساوى قاعدته محيط قاعدة النارى وارتفاعه العمود الواقع من رأس المخروط على احد اضلاع قاعدة النارى وليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ والنارى المرسوم فيه هو الذى قاعدته مثلث ـ ا ب ج ـ المتساوى الاضلاع فلان المثلثات المحيطة بالنارى متساوية الساقين وقواعدها التى هى اضلاع ـ ا ب ـ ب ج ـ ج ا ـ متساوية تكون الاعمدة متساوية والمثلث الذى يساوى قاعدته مجموع القواعد وارتفاعه ارتفاع احدها مساويا لها جميعا (٢) .

(ح) وعلى جهة اخرى نعيد الشكل ونجعل ـ د ـ رأس المخروط فيكون د ا ـ د ب ـ د ج ـ الاضلاع المتساوية و ـ د ك ـ د ل ـ د م ـ الاعمدة المتساوية ونعمل مثلث ـ ه ز ح ـ على ان تكون قاعدة ـ ه ز ـ منه مساوية لجميع ـ ا ب ـ ب ج ـ ج ا ـ وعمود ـ ح ط ـ مساويا لاحد تلك الاعمدة فيكون سطح العمود فى ـ ا ب ـ وفى ـ ب ج ـ وفى ـ ج ا ـ فرادى اعنى ضعف مثلثات ـ د ا ب ـ د ج ب ـ د ج ا ـ مساويا لسطح العمود فى ـ ا ب ـ ب ج ـ ج ا ـ مجموعا بل فى ـ ه ز ـ اعنى ضعف مثلث ـ ح ه ز ـ فاذا المثلثات المذكورة مساوية لمثلث ـ ح ه ز ـ وذلك ما اردناه (٣) .

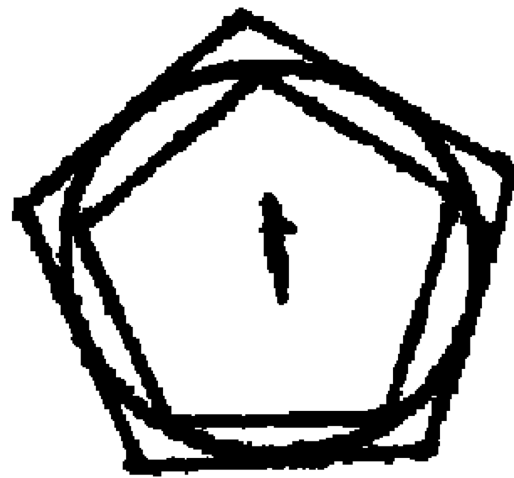
اقول وجعل ثابت هذا شكلا آخر وفى نسخة اسحق هو والذى تقدم شكل واحد .

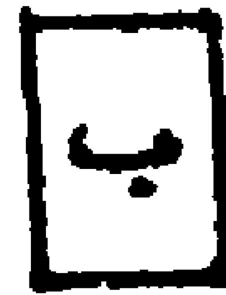
---

(١) الشكل السابع والعشرون ٢٧ (٢) الشكل الثامن والعشرون ـ ٢٨ ـ

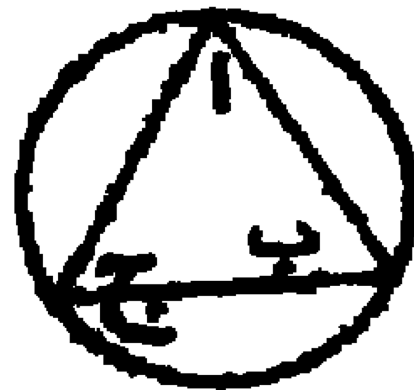
(٣) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩ ـ

ع٢٧

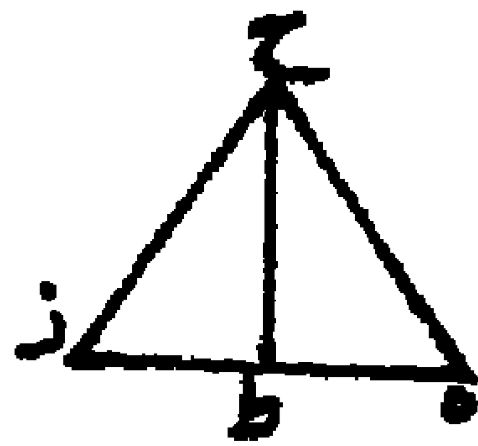




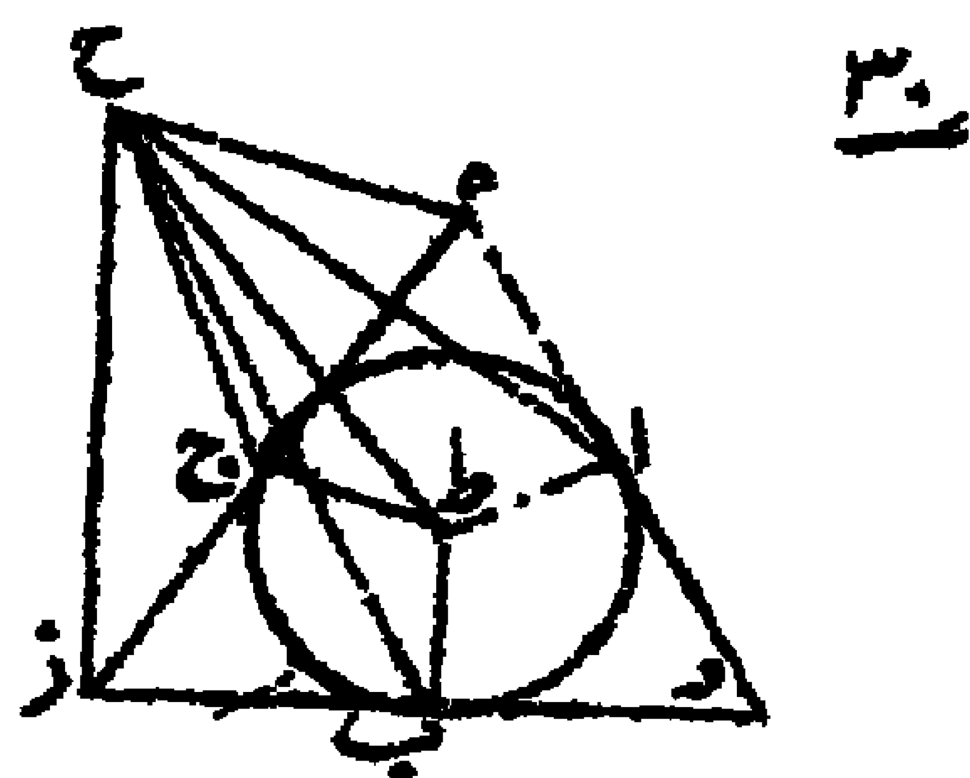
ع٢٨



ع٢٩






٣٠
ح
م
ا
ط
ج
ز
ب
د

(ط) اذا رسم على مخروط قائم نارى قاعدته مثلث كان السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته مساويا لمثلث قاعدته مساوية لمحيط المثلث الذى هو القاعدة وارتفاعه مساو لضلع المخروط وليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة ـ ا ب ج والنارى هو الذى قاعدته مثلث ـ د ه ز ـ ورأسها ـ ح ـ ومركز دائرة القاعدة ـ ط ـ نخرج منه خطوط ـ ط ا ـ ط ب ـ ط ج ـ الى نقط المماس فتكون أعمدة على اضلاع المثلث ونصل ـ ح ا ـ ح ب ـ ح ج ـ فيكون ايضا اعمدة عليها كما سيجئ ومتساوية لكون المخروط متساوى الاسوق وهى ارتفاع مثلثات ـ ح د ه ـ ح ه ز ـ ح د ز ـ فاذا المثلثات تساوى مثلثا تكون قاعدته مساوية لمحيط مثلث ـ د ه ز ـ وارتفاعه لأحد خطوط ـ ح ا ـ ح ب ح ج ـ اعنى ضلع المخروط وذلك ما اردناه (١) .

اقول انما كانت خطوط ـ ح ا ـ ح ب ـ ح ج ـ اعمدة على اضلاع مثلث ـ د ه ز ـ لأن محور ـ ح ط ـ عمود على سطح القاعدة وسطح مثلث ح ط ا ـ المار به قائم على سطح القاعدة على زوايا قائمة ـ و ـ ط ا ـ فصلها المشترك و ـ ه ا ـ عمود واقع فى احد السطحين اعنى فى سطح القاعدة وقائم على فصلهما المشترك فيكون لا محالة عمودا على السطح الآخر اعنى على سطح مثلث ـ ح ط ا وكان خط ـ ح ا ـ فى ذلك السطح ملاقيا للعمود ـ فه ا ـ عمود عليه فاذا ـ ح ا عمود على ضلع ـ د ه ـ وكذلك البيان فى كون ـ ح ب ـ ح ج ـ عمودين على الضلعين الباقيين .

واعلم ان قاعدة النارى المحيطة بالدائرة اذا كانت سطحا مستقيم الاضلاع غير المثلث كان الحكم ايضا كذلك وسنحتاج الى ذلك فيما يجى ولا نحتاج فى هذا الشكل الى شرط تساوى اضلاع القاعدة بخلاف الشكل المتقدم .

(ى) اذا رسم فى اسطوانة قائمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدتيه مساويا لسطح متوازى الاضلاع قائم الزوايا تكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتى المنشور وارتفاعه مساويا

( ) الشكل الثلاثون ـ ٣٠ .

اضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة المستديرة هى التى قاعدتاها ـ ا ب ج د ـ ه ز ح ط ـ والمنشور المرسوم فيها هو الذى قاعدتاه سطحا ـ ا ب ج د ـ ه ز ح ط ـ وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح ـ م س ـ متوازى الاضلاع قائم الزوايا ـ م ن ـ منه مساو ـ لب ز ـ و ـ ن س ـ لمحيط سطح ـ ه ز ـ ح ط ـ جميعا فلأن ـ ب ز ـ ف ـ ه ز ـ وف ـ ز ح ـ وف ـ ح ط ـ وف ـ ه ط ـ هى سطوح ـ ب ه ـ ب ح ـ ج ط ـ ا ط ـ و ـ ب ز ـ مساو ـ لم ن وجميع ـ ه ز ـ ز ح ـ ح ط ـ ط ه ـ مساو ـ لن س ـ فالسطوح جميعا مساوية لسطح ـ م س ـ وذلك ما اردناه (١).

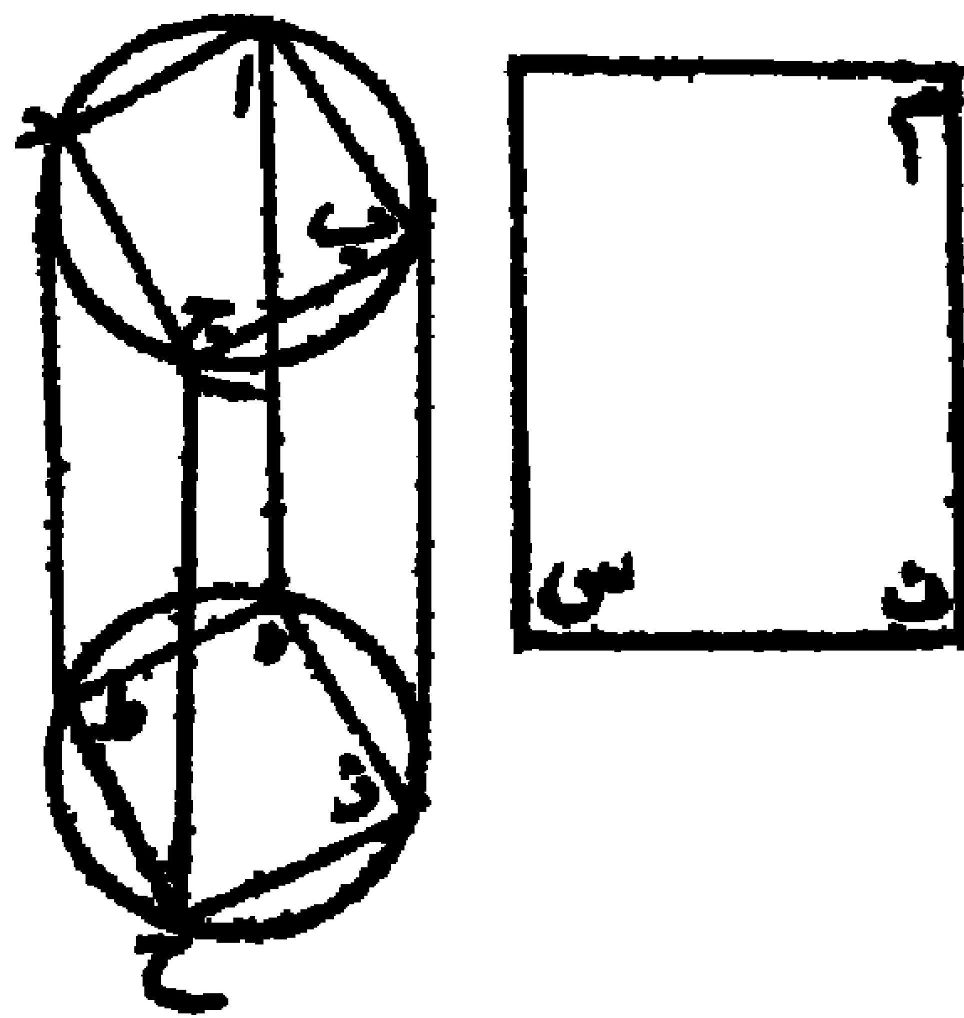
(يا) اذا رسم على اسطوانة قائمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدته مساويا لسطح متوازى الاضلاع قائم الزوايا تكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتى المنشور وارتفاعه مساويا لضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة هى التى قاعدتاها ـ ا ب ج د ـ ه ز ح ط والمنشور المحيط بها هو الذى قاعدتاه سطحا ـ ك ل م ن ـ س ع ف ق ـ وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح ـ ز ط ـ متساويا الاضلاع قائم الزوايا ز ش ـ منه مساو ـ لع ل ـ و ـ ش ت ـ مساو لمحيط ـ ك م ـ جميعا فلأن ـ ع ل ـ ف ـ ك ل ـ وف ـ ل م ـ وف ـ م ن ـ وف ـ ن ك ـ هى سطوح ـ ك ع ـ ل ف ـ ن ف ـ ك ق ـ و ـ ز ش ـ مساو ـ لع ل ـ وش ت ـ مساو لخطوط ـ ك ل ـ ل م ـ م ن ـ ن ك ـ جميعا فسطح ـ ز ت ـ مساو للسطوح المذكورة جميعا وذلك ما اردناه (٢).

(يب) اذا كان مخروط قائم واخرج فى دائرة قاعدته وتر ووصل بين طرفيه وبين رأس المخروط بخطين مستقيمين فحدث مثلث منه ومن الوتر فان سطح ذلك المثلث يكون اصغر من السطح المستدير الذى وقع بين الخطين من المخروط فليكن مخروط قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه ـ د ـ ونصل فيها وتر ـ ا ج ـ كيف كان وخطى ـ ا د ـ ج د ـ ونقول ان مثلث ـ ا د ج

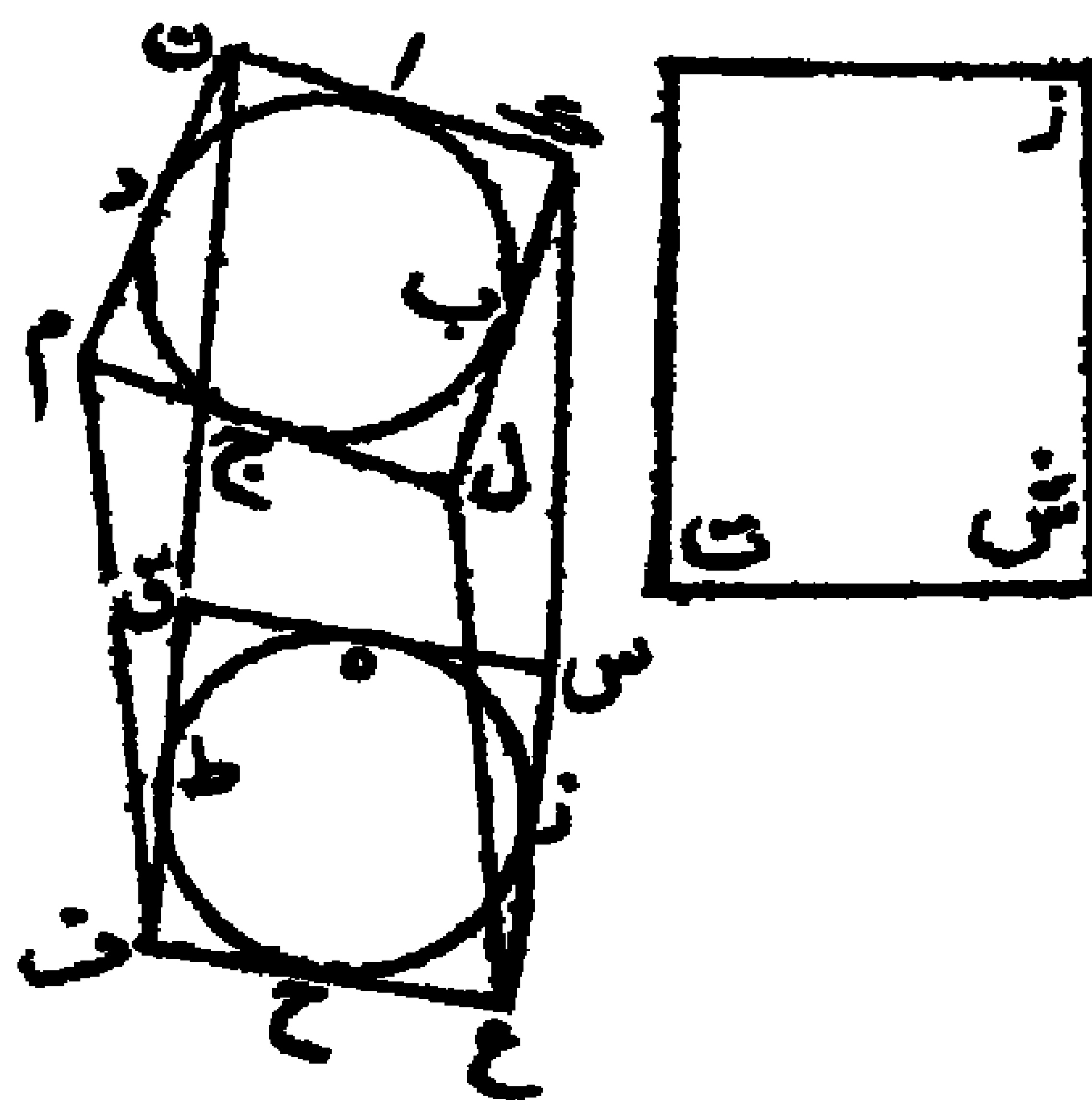
---

(١) الشكل الحادى والثلاثون ـ ٣١ (٢) الشكل الثانى والثلاثون ـ ٣٢ اصغر

٣١



٣٢



اصغر من السطح المستدير الذى وقع بين ــ ا د ــ ج د ــ من المخروط وانصف قوسى ــ ا ب ج ــ على ــ ب ــ ونصل ــ ا ب ــ ج ب ــ د ب ــ فيكون مثلثا ا ب د ــ ج ب د ــ اعظم من مثلث ــ ا ج د ــ كما سأبينه وليكن سطح ــ ط ــ مساويا لزيادة مثلثى ــ ا ب د ــ ب ج د ــ على مثلث ــ ا ج د ــ وسطح ط يكون اما اصغر من قطعتى ــ ا ب ب ج ــ من الدائرة واما ليس بأصغر منهما فليكن اولا ليس بأصغر منهما ولأن العميق المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ــ ا د ــ د ب ــ من المخروط ومن قطعة ــ ا ب ــ من الدائرة اعظم من سطح مثلث ــ ا د ب ــ المار بأطرافه وكذلك العميق المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ــ ب د ــ د ج ــ وقطعة ــ ب ج ــ اعظم من مثلث ــ ب د ج ــ فجميع السطح المستدير الواقع بين ــ ا د ــ د ج ــ مع قطعتى ــ ا ب ــ ب ج ــ اعظم من جميع مثلثى ــ ا د ب ــ ب د ج ــ وكان سطح ــ ط ــ ليس بأصغر من قطعتى ــ ا ب ــ ب ج ــ فالسطح المستدير الواقع بين ــ ا د ــ د ج ــ مع سطح ــ ط ــ اعظم من مثلثى ــ ا د ب ــ ب د ج ــ اعنى من مثلث ــ ا د ج ــ مع سطح ــ ط ــ ويلقى سطح ــ ط ــ المشترك تبقى السطح المستدير الواقع بين ــ ا د ــ د ج ــ من المخروط اعظم من مثلث ــ ا د ج ثم ليكن سطح ــ ط ــ اصغر من قطعتى ــ ا ب ــ ب ج ــ وننصف قوسى ــ ا ب ــ ب ج ــ ونصل الأوتار ونفصل من كل قطعة اكثر من نصفها وننصف الانصاف ونصل اوتارها مرة بعد اخرى الى ان يبقى قطع اقل من سطح ــ ط ــ ولتكن تلك القطع قطع ــ ا ه ــ ه ب ــ ب ز ــ ز ج ونخرج خطوط ــ د ه ــ د ز ــ فالسطح المستدير الذى بين ــ ا د ــ د ه ــ مع قطعة ــ ا ه ــ اعظم من مثلث ــ ا ه د ــ والذى بين ــ د ه ــ د ب ــ مع قطعة ــ ب ه ــ اعظم من مثلث ه د ب ــ فالمستدير الذى بين ــ ا د ــ د ب ــ مع قطعتى ــ ا ه ــ ه ب ــ اعظم من مثلثى ــ ا د ه ــ ه د ب ــ الذين هما اعظم من مثلث ــ ا د ب ــ كما مر .

وبمثل ذلك تبين ان المستدير الذى بين ــ ب د ــ د ج ــ مع قطعتى

ب ز ـ ز ج ـ اعظم من مثلث ـ ب د ج ـ فجميع السطح المستدير الذى بين ـ ا د ـ د ج ـ مع جميع القطع المذكورة بل مع سطح ـ ط ـ الذى هو اعظم منهما اعظم من مثلثى ـ ا ب د ـ ب د ج ـ اعنى من مثلث ـ ا ج د مع سطح ـ ط ـ و يبقى بعد اسقاط سطح ـ ط ـ المشترك جميع المستدير الذى بين ـ ا د ـ د ج ـ اعظم من مثلث ـ ا د ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول اما قوله فيكون مثلثا ـ ا ب د ـ ب ج د ـ اعظم من مثلث ا ج د ـ فذلك لأن العمود الذى يقع من مركز الدائرة على ـ ا ب ـ الاقصر يكون اطول من العمود الذى يقع منه على ـ ا ج ـ الاطول وارتفاع مثلث د ا ب ـ اعنى العمود الواقع من ـ د ـ على ـ ا ب ـ الذى يقوى على العمود الاول الاطول وعلى المحور اطول من ارتفاع مثلثى ـ د ا ج ـ اعنى العمود الواقع من ـ د ـ على ـ ا ج ـ الذى يقوى على العمود الثانى الاقصر وعلى المحور وارتفاع مثلثى ـ د ب ج ـ د ا ب ـ متساويان لتساوى اضلاعهما النظائر .

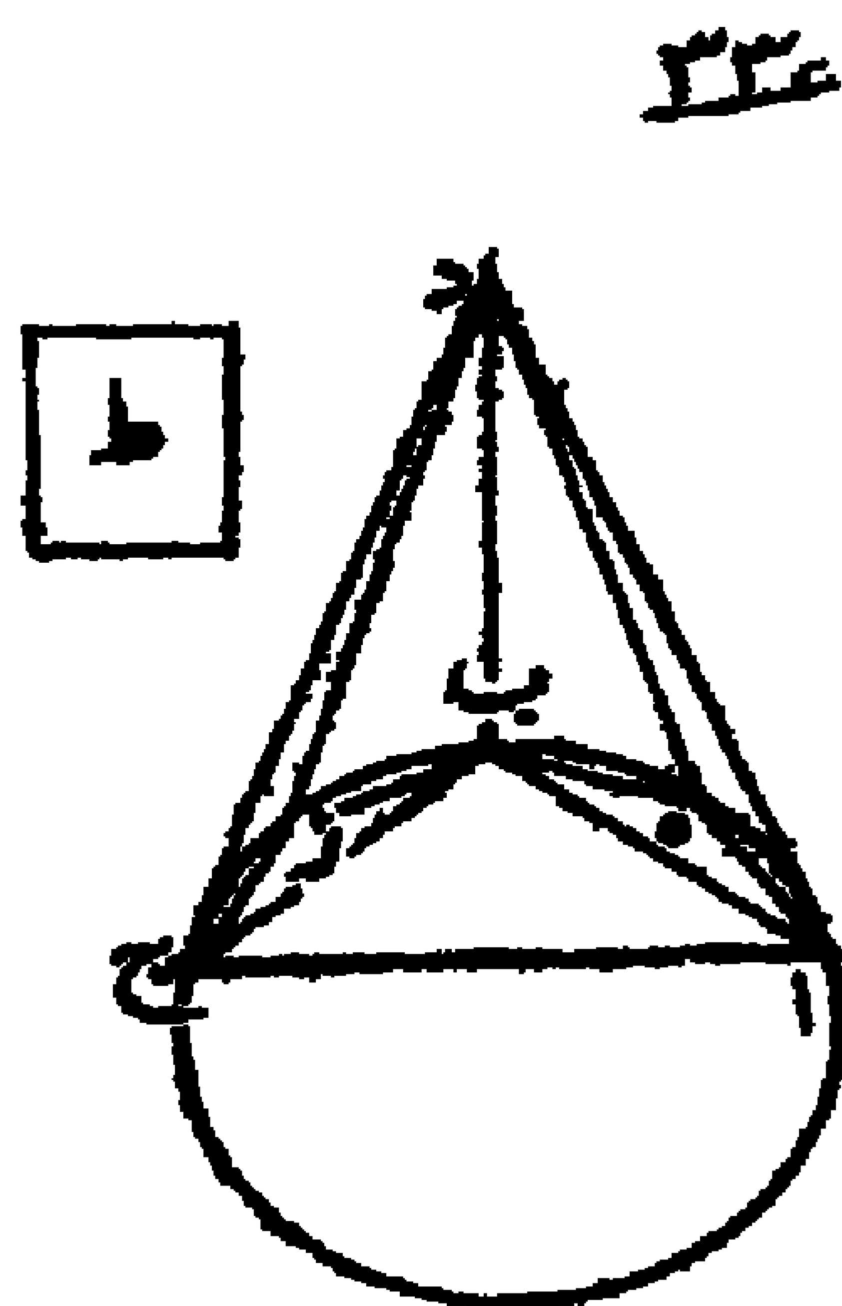
وايضا جميع ـ ا ب ـ ب ج ـ اطول من ـ ا ج ـ فاذا السطح الحاصل من احد ارتفاعى مثلثى ـ ط ا ب ـ د ج ب ـ فى نصف قاعدتيهما اعنى المثلثين جميعا اعظم كثيرا من السطح الحاصل من ارتفاع مثلث ـ د ا ج ـ فى نصف قاعدته اعنى مثلث ـ د ا ج .

والى هذا اشرت فى اثناء شرح المصادرات عند ذكر المخروطات المضلعة بأن سطح المحيط منها يكون اعظم من سطح المحاط به لكون الأعمدة والقواعد فى المحيط اطول منهما فى المحاط به .

واما قوله ونصف قوسى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونصل الاوتار فنفصل من كل قطعة اكثر من نصفها فذلك لأنا اذا اخرجنا عمودين من طرفى القوس المنصفة ووصلنا بينهما بخط يماس الدائرة على منتصف القوس وتوازى الوتر حدث متوازى اضلاع يكون المثلث الحادث من وتر القوس ووترى نصفيها مساويا

(١) الشكل الثالث والثلاثون ـ ٣٣

ع٣٣



الكرة والاسطوانة ص٣٦

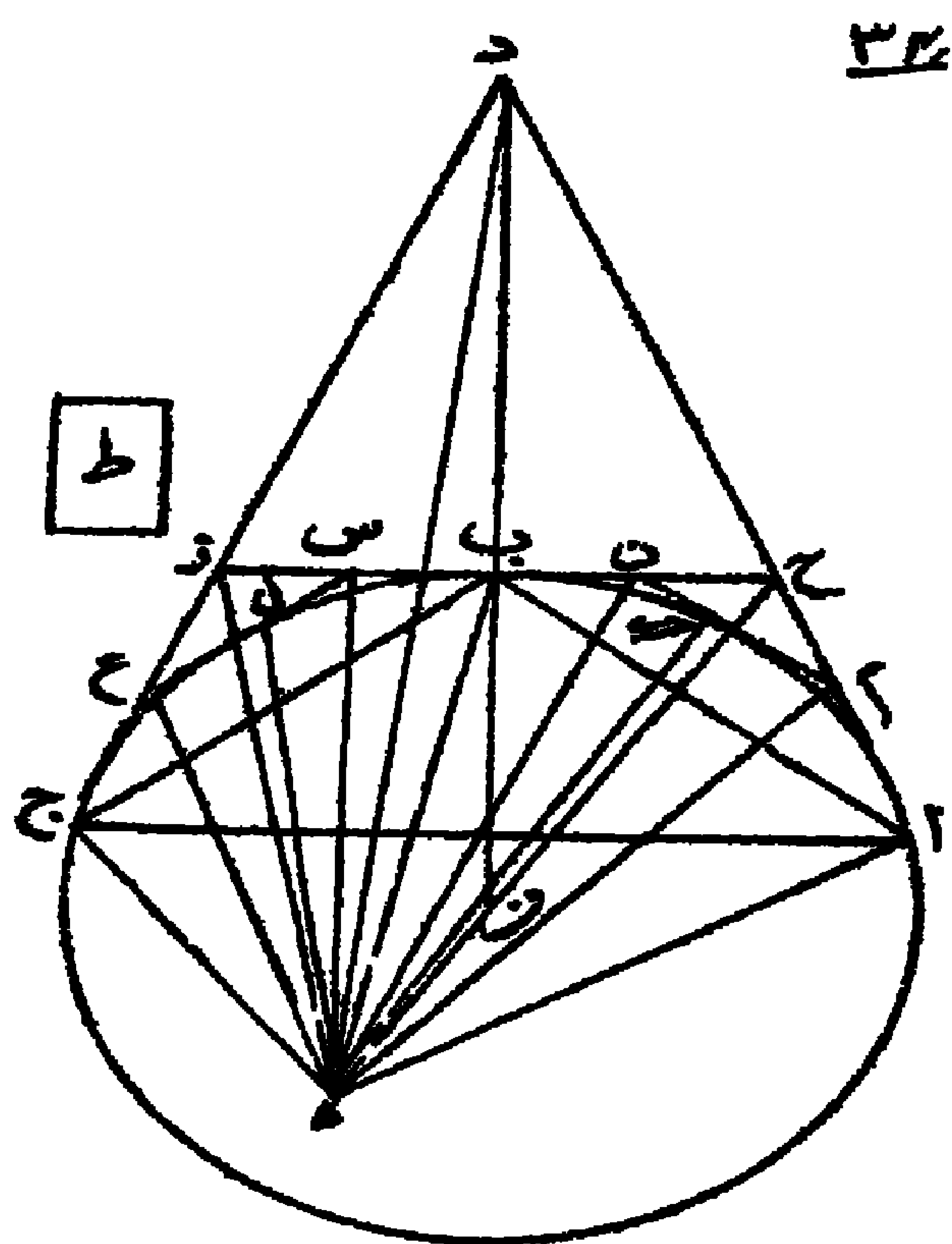
لنصفه وتقع القطعتان الحادثتان فى النصف الآخر مع فضلتين على القطعة الاولى فاذا المثلث الحادث قد فصل من القطعة الاولى اعظم من نصفها وقد مر مثل ذلك فى كتاب الاسطقسات لأقليدس ويكون البيان هذا بعينه .

واعلم ان هذه الاشكال التسعة اعنى من الشكل السابع الى الخامس عشر هى مما تقدم ذكرها مجملا فى اثناء ما اوردته من شرح المصادرات وذلك انى لما وجدت بعض المصادرات كالحكم بان كل سطح عميق فهو اعظم من السطح المستوى المار باطرافه اومن العميق الذى يقع فى داخله غير بين بنفسه اذ لم يكن من القضايا المتعارفة ولا مما يوجد بيانه فى غير علم الهندسة اردت ان ابينها فاحتجت الى ان ابين اولا ما نحتاج فى بيانه اليه وكانت القضايا المثبتة فى الاشكال الخمسة الاولى من جملة ذلك فاشرت الى بيانها مجملا واما الاربعة الاخيرة فقد بينت ايضا مع المصادرات من غير بناء عليها وارشميدس لما وضع تلك المصادرات على انها بينة مقبولة واحتاج فيما قصده مما سنورده الى القضايا المثبتة فى هذه الاشكال اوردها هاهنا واستعمل بعض تلك المصادرات فى بيانها كما استعمل الحكم المذكور فى هذا الشكل فوقع فيما ذكرته تكرار فى المتن ومخالفة للسياقة التى اختارها ارشميدس على ماذكرت هناك ووعدت بيانه فليعلم ان ذلك للضرورة المذكورة ونعود الى الكتاب .

(يج) اذا كان مخروط قائم واخرج فى سطح دائرة قاعدته خطان مماسان لتلك الدائرة ومتلاقيان على نقطة ووصل بين نقطة التماس والتلاقى وبين رأس المخروط بخطوط كان المثلثان اللذان تحيط بهما تلك الخطوط مع الخطين المماسين للدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين المثلثين من المخروط فليكن المخروط هو الذى قاعدته دائرة ـ ا ب ج ـ ورأسه نقطة ـ ه ـ وليكن خطا ـ د ا ـ د ج ـ فى سطح دائرة ـ ا ب ج ـ مماسين لها على نقطتى ـ ا ج ـ ومتلاقيين على نقطة ـ د ـ ونصل ـ ا ه ـ ج ه ـ د ه ـ ونقول ان مثلثى ـ ا د ه ـ د ه ج اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من بسيط المخروط ونصل

وتر ـ ا ج ـ وليكن ـ ح ب ز ـ مماسا للدائرة وموازيا ـ لا ج ـ فنقطة التماس وهي ـ ب ـ تنصف قوس ـ ا ب ج ـ كما سنذكره ونصل ـ ح ه ـ ز ه فخطا ـ ح د ـ د ز ـ اطول من ـ ح ز ـ ونجعل ـ ا ح ز ج ـ مشتركا فيكون خطا ـ ا د ـ د ج ـ جميعا اطول من خطوط ـ ا ح ـ ح ز ـ ز ج وخطوط ـ ه ا ـ ح ب ـ ح ج ـ وخطوط ـ ه ا ـ ه ب ـ ه ج ـ متساوية لأنها اضلاع المخروط القائم وهي اعمدة على الخطوط المماسة للدائرة كما مر في الشكل التاسع فسطح احد اضلاع المخروط في خطي ـ ا د ـ د ج ـ اعني ضعف مثلثي ـ ا ه د ـ د ه ج ـ اعظم من سطحه في خطوط ـ ا ح ـ ح ز ـ ز د ـ اعني ضعف مثلثات ـ ا ح ه ـ ح ز ه ـ ز ه ج ـ فلتكن زيادة مثلثي ـ ا ه د ـ ـ د ه ج ـ على مثلثات ـ ا ح ه ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ هي سطح ـ ط ـ وهو يكون اما اصغر من جميع القطعتين اللتين تحيط بهما خطوط ـ ا ح ـ ح ز ـ ـ ز ج ـ وقوس ـ ا ب ج ـ اعني الخارجتين عن الدائرة واما ليس باصغر منهما جميعا وليكن اولا ليس باصغر منهما جميعا فالعميق المحيط المؤلف من مثلثات ـ ا ه ح ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ ومن منحرف ـ ا ج ـ ز ح ـ اعظم من العميق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط من قطعة ـ ا ج ـ من الدائرة لكونهما متحدي الاطراف التي هي اضلاع مثلث ـ ا ه ج ـ وفي جانب واحد من سطح ذلك المثلث وتلقى منهما قطعة ا ج ـ المشتركة فتبقى مثلثات ـ ا ه ح ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ مع قطعتي ا ح ـ ب ك ـ ب ز ـ ج ل ـ الخارجين من الدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ وكان سطح ـ ط ـ ليس باصغر من القطعتين المذكورتين فاذا مثلثات ـ ا ح ه ـ ح ه ز ـ ز ه ج ـ مع سطح ـ ط ـ اعني مثلثي ـ ا ه د ـ د ه ج ـ معا اعظم من السطح المستدير الواقع بين ـ ا ه ـ ه ج ـ من المخروط ثم ليكن سطح ـ ط ـ اصغر من القطعتين الخارجتين المذكورتين وننصف قوسي القطعتين على نقطتي ـ ك ل

ونخرج



الكرة والاسطوانة ص٣٩

ونخرج منهما خطين مماسين للدائرة هما ــ م ن ــ س ع ــ فيفصلان من القطعتين اعظم من نصفهما كما سيجئ بيانه وننصف انصاف القسي ايضا ونخرج الخطوط المماسة مرة بعد اخرى الى ان تبقى قطع خارجة من الدائرة يكون مجموعها اصغر من سطح ــ ط ــ ولتكن هى القطع الاربع التى يحيط بها خطا ــ ا م ــ م ك ــ مع قوس ــ ا ك ــ خطا ــ ك ن ــ ن ب ــ مع قوس ــ ك ب ــ وخطا ب س ــ س ل ــ مع قوس ــ ب ل ــ وخطا ــ ل ع ــ ع ج ــ مع ــ قوس ــ ل ج ــ ونصل نقطة الزوايا بنقطة ــ ه ــ فمثلثات ــ ا ح ه ــ ح ه ز ــ ز ه ج ــ الثلاثة اعظم من مثلثات ــ ا م ه ــ م ن ه ــ ن س ه ــ س ع ه ــ ع ه ج ــ الخمسة بمثل ما مر من كون قواعد تلك اطول من قواعد هذه وارتفاعات الجميع التى هى اضلاع المخروط متساوية فالعميق المحيط المؤلف من سطح ــ ج ا م ن س ع ــ و من المثلثات الخمسة المذكورة اعظم من العميق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ــ ا ه ــ ه ج ــ من المخروط ومن قطعة ــ ا ج من الدائرة لاتحاد اطرافهما التى هى مثلث ــ ا ه ج ــ ووقوعهما فى جانب واحد من سطح ذلك المثلث واذا القينا قطعة ــ ا ج ــ المشتركة فتبقى المثلثات الخمسة مع القطع الاربع المذكورتين جميعا اعظم من السطح المستدير الواقع بين ــ ا ه ــ ه ج ــ من المخروط لكن مثلثات ــ ا ه ح ــ ح ز ه ــ ز ج ه اعظم من المثلثات الخمسة المذكورة وسطح ــ ط ــ اعظم من القطع الاربع المذكورة فمثلثات ــ ا ه ح ــ ح ز ه ــ ز ج ه ــ مع سطح ــ ط ــ اعنى مثلثى ا ه د ــ د ه ج ــ معا اعظم كثيرا من السطح المستدير الواقع بين ــ ا ه ــ ه ج من المخروط وذلك ما اردناه (١).

اقول انما تفصل خط ــ م ن ــ من قطعة ــ ا ح ــ ب ك ــ الخارجة مثلثا اعظم من نصفها لأنا اذا اخرجنا من مركز الدائرة وليكن ــ ف ــ الى ح ــ خط ــ ف ح ــ ووصلنا ــ ا ك ــ كان فى مثلث ــ ح ك م ــ القائم الزاوية ــ ح م ــ وتر القائمة اطول من ــ م ك ــ المساوى ــ لم ا ــ فقاعدة

(١) الشكل الرابع الثلاثون ــ ٣٤ .

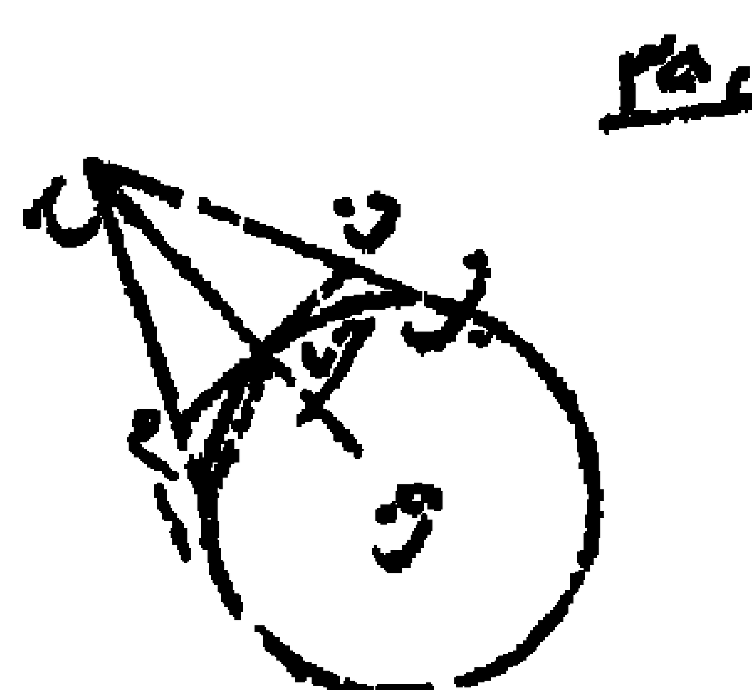
مثلث ـ ح ك م ـ اطول من قاعدة مثلث ـ م ك ا ـ وهما متساويا الارتفاعين فمثلث ـ ح ك م ـ اطول من قاعدة مثلث ـ م ك ا ـ وهما متساويا الارتفاعين فمثلث ـ ح ك م ـ عظم من مثلث ـ م ك ا ـ واعظم كثيرا من قطعة ـ ا م ك ـ الخارجة من الدائرة وبمثل ذلك نبين فى البواقى .

وبوجه آخر ان كان سطح ـ ط ـ اصغر من القطعتين الخارجتين عملنا بمثل ما تقدم فى الشكل السادس على قطاع ـ ج ه ا ـ شكلا كثير الزوايا تكون القطع الفاضلة عليه من الشكل اصغر من سطح ـ ط ـ وستتمم البيان بمثل ما مر(١) .

(يد) اذا اخرج فى سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها كان السطح المستدير الواقع بينهما اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى يحيط به ذانك الخطان مع الخطين الواصلين باطرافهما فلتكن الاسطوانة هى التى احدى قاعدتيها دائرة ـ ا ب ج ـ ونخرج فى سطحها خطين احد طرفيهما نقطتا ـ ا ج ـ وطرفاها الآخران نقطتان تقابلانهما على دائرة للقاعدة الاخرى .

فنقول ان الواقع بينهما من السطح المستدير الاسطوانى اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى يحيط به الخطان المبتدئان من ـ ا ج ـ وخط ا ج ـ وـ خط آخر يقابله ويوازيه فى دائرة القاعدة الاخرى فننصف قوس ا ج ـ على ـ ب ـ ونصل وترى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونرسم على الاسطوانة خطا يبتدئ من ـ ب ـ وينتهى الى مقابلتها موازيا للخطين الاولين فننصف القوس النظيرة لقوس ـ ا ج ـ ايضا ويحدث سطحان متوازيان على ـ ا ب ـ ب ج ـ ارتفاعاها ارتفاع الاسطوانة ويكونان معا اعظم من السطح الذى على ا ج ـ وارتفاعه ايضا ذلك الارتفاع لكون ـ ا ب ـ ب ج ـ معا اطول من ـ ا ج ـ وليكن سطح ـ ح ـ مساويا لزيادة سطحى ـ ا ب ـ ب ج على سطح ـ ا ج ـ ونصف سطح ـ ح ـ يكون اما اصغر من قطعتى ـ ا ه ب ـ ب ز ج ـ معا واما ليس باصغر منهما وليكن اولا ليس باصغر منهما فالعميق

١



الكرة ر ١٦٧ سطر ١ ؛ ص ٢٠

المؤلف من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين اللذين يبتدئان من ـ ا ب ـ و من قطعة ـ ا ه ب ـ و من القطعة المقابلة لها على القاعدة الاخرى اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى على خط ـ ا ب ـ المتحد اطرافه باطراف العميق وايضا العميق المؤلف من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين المبتدئين من ـ ب ج ـ ومن قطعتى ـ ب ز ج ـ والمقابلة لها اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على خط ـ ب ج ـ فمجموع ما يقع بين الخطين المبتدئين من ـ ا ج ـ من السطح المستدير الاسوانى مع قطعتى ـ ا ه ب ـ ب ز ج ـ ومقابلتيهما الاربع اعظم من السطحين المتوازيى الاضلاع اللذين على خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ بل من السطح المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ج ـ مع سطح ـ ح ـ وسطح ـ ح ـ ليس باصغر من القطع الاربع المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين الخطين المستديرين الخارجين من نقطتى ـ ا ج ـ اعظم من السطح المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ج ـ

ثم ليكن نصف سطح ـ ح ـ اصغر من قطعتى ـ ا ه ب ـ ب ز ج فنصف قسى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونصل الاوتار الى ان يبقى قطع من الدائرة اصغر من نصف سطح ـ ح ـ ولتكن هى قطعة ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج ـ ولتحرج على اوتارها سطوح متوازية الاضلاع ارتفاعاتها ارتفاع الاسطوانة .

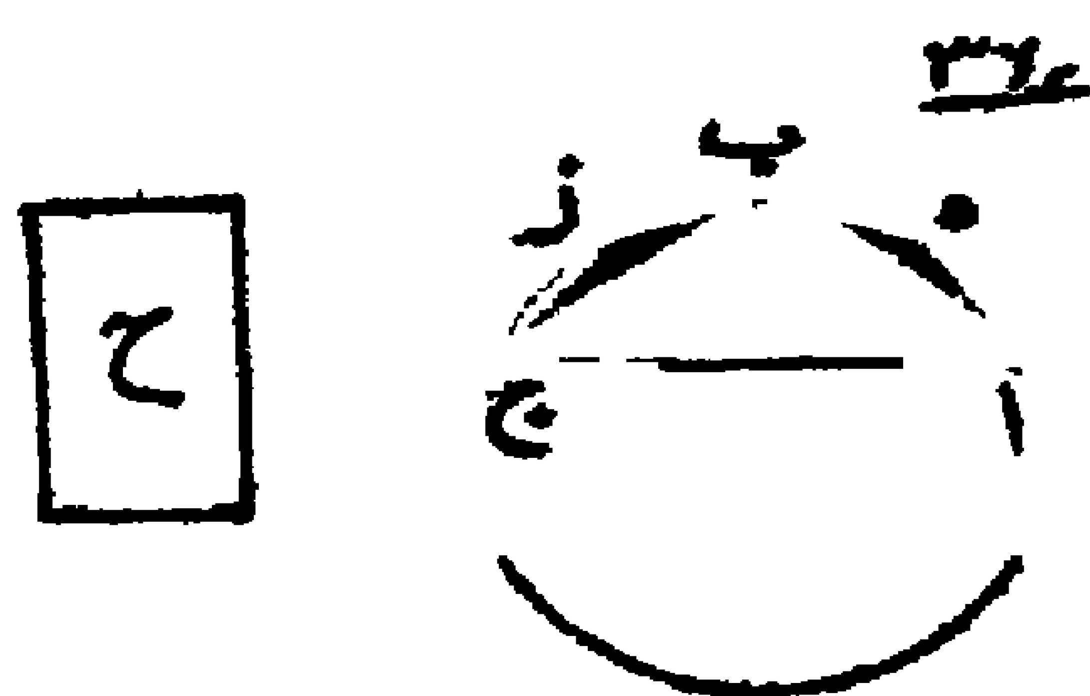
فتبين بمثل ما قلنا ان مجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من نقطتى ـ ا ب ـ مع قطعتى ـ ا ه ـ ه ب ـ والقطعتين المقابلتين لهما اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ب ـ ومجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من نقطتى ـ ب ـ ج ـ مع قطعتى ـ ب ز ـ ـ ز ج ـ ومقابلتيهما اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ب ج ـ فالسطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من ـ ا ج ـ مع قطع ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ز ـ ز ج والقطع المقابلة لها جميعا اعظم من المتوازى الاضلاع الذى على ـ ا ب ـ ب ج

بل من المتوازى الاضلاع الذى على – ا ج – مع سطح – ح – وسطح – ح اعظم من القطع المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطوانى المذكور اعظم من المتوازى الاضلاع المذكورة وذلك ما اردناه (١) .

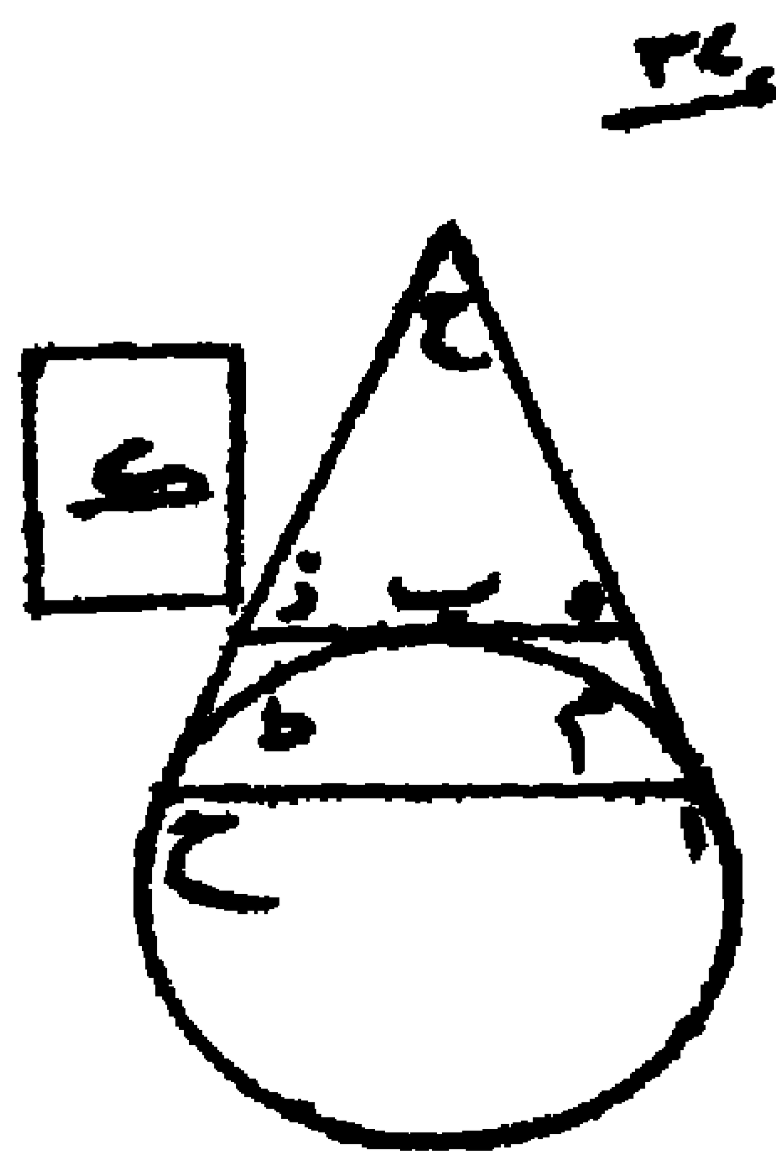
(يه) اذا اخرج فى سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها واخرج من اطرافهما فى سطح دائرتى القاعدتين خطوطا مماسة لهما متلاقية كان السطحان المتوازيا ن الاضلاع اللذان تحيط بهما الخطوط المماسة للدائرة والخطان اللذان فى سطح الاسطوانة اعظم من السطح المستدير الاسطوانى الواقع بين السطحين فلتكن الاسطوانة هى التى قاعدتها دائرة – ا ب ج – وليخرج فى سطح الاسطوانة خطان مبتدئان من – ا ج – منتهيان الى نظيرتيهما من القاعدة الاخرى وفى سطح الدائرة خطا – ا ح – ج ح – المماسان لها على نقطتى – ا ج – المتلاقيان على – ح – وفى سطح الدائرة المقابلة لها نظيراهما ومن – ح – الى نظيرتها خط يوازى اللذين على سطح الاسطوانة .

فنقول ان المتوازى الاضلاع اللذين تحيط بهما الخطوط المبتدئة من نقط – ا ج ح – وخطا – ا ح – ج ح – ونظيراهما اعظم من السطح المستدير الذى على قوس – ا ب ج – ولنخرج – ه ز – مماسا للدائرة على ب – ومن نقطتى – ه ز – خطان موازيان للمحور منتهيان الى سطح القاعدة الاخرى فالسطحان المتوازيا الاضلاع اللذان على – اح – ج ح – اعظم من السطوح المتوازية الاضلاج التى على – ا ه – ه ز – ز ج لكون – اح – ح ج – اطول من جميع – ا ه – ه ز – ز ج – وليكن سطح – ك – مساويا لزيادة ذينك السطحين على هذه السطوح ونصفه يكون اما اعظم من قطعتى ا ه ب م – ب ز ج ط – الخارجتين من الدائرة واما ليس باعظم منهما وليكن اولا اعظم منهما فالعميق المحيط المؤلف من المتوازية الاضلاع التى على خطوط ا ه – ه ز – ز ج – ومن منحرف – ا ج – ز ه – ومن المنحرف المقابل له اعظم من العميق المحاط به – ا ج ز ه – المؤلف من السطح المستدير الذى

(١) الشكل السادس والثلاثون – ٣٦ – .



الكرة والاسطوانة ص ٣٢


٣٤
ع
ك
ز ب ه
ط م
ح ا

على قوس ـ ا ب ج ـ ومن قطعة ـ ا ج ب ـ من الدائرة ومن القطعة المقابلة لها لكونهما متحدة الأطراف التي هي اضلاع المتوازي الاضلاع الذي على ـ ا ج ـ وفي جانب واحد منه واذا التي منهما قطعتا ـ ا ج ب ـ ومقابلتها معا بقي مجموع السطوح الثلاثة التي على ـ ا ه ـ ه ز ـ ز ج ـ والقطع الاربع التي هي قطعتا ـ ا ه ب م ـ ب ز ج ط ـ واللتان تقابلانهما اعظم من السطح المستدير الذي على قوس ـ ا ب ج ـ والسطوح الثلاثة والقطع الاربع جميعا اصغر من السطحين اللذين على ـ ا ح ـ ح ج ـ لانهما اعظم من السطوح الثلاثة بمثل سطح ـ ك ـ الذي هو اعظم من القطع الاربع فاذا السطحان اللذان على ا ح ـ ح ج ـ اعظم من السطح المستدير الذي على قوس ـ ا ب ج ـ .

ثم ليكن نصف سطح ـ ك ـ ليس باعظم من قطعتي ـ ا ه ب م ـ ب ز ج ط ـ ونخرج خطوطا مماسة للدائرة مرة بعد اخرى الى ان تصير القطع الخارجة من الدائرة اصغر من نصف سطح ـ ك ـ .

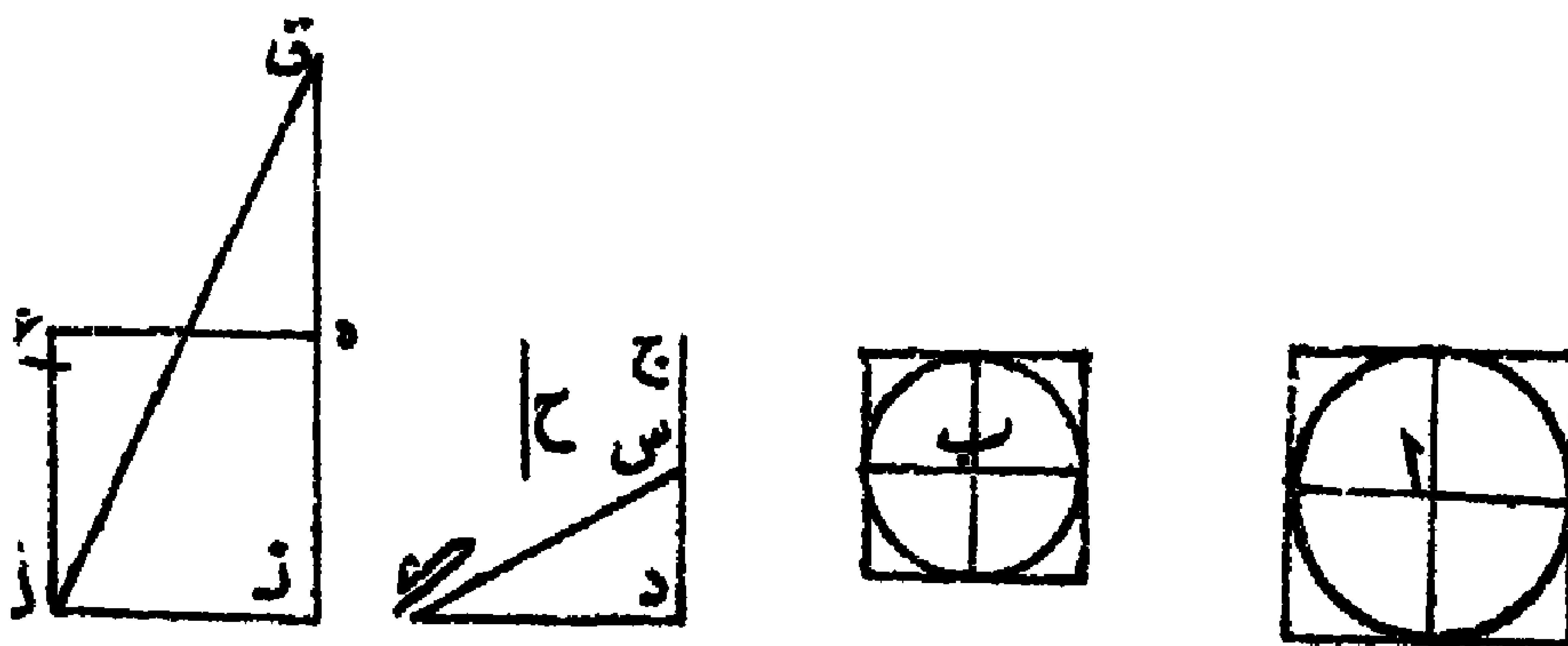
ويتبين من ذلك الحكم بمثل ما تقدم وهنالك استبان انه اذا عمل في مخروط قائم او عليه نارى او عمل في اسطوانة قائمة او عليها منشور كان جميع السطوح المحيطة بالمجسم المحيط سوى القاعدة او القاعدتين اعظم من جميع السطوح المحيط بالمجسم المحاط به سوى القاعدة او القاعدتين (١) .

(يو) كل اسطوانة قائمة فان سطح المحيط بها سوى قاعدتيها مساو للدائرة التي نصف قطرها مناسب لضلع الاسطوانة وقطر قاعدته فيما بينهما فلتكن دائرة ا ـ قاعدة الاسطوانة وليكن خط ـ ج د ـ مساويا لقطر دائرة ـ ا ـ وخط ه ز ـ مساويا لضلع الاسطوانة وخط ـ ح ـ واقعا بين خطي ـ ج د ـ ه ز على نسبة وليكن نصف قطر دائرة ـ ب ـ مساويا لخط ـ ح ـ نقول ان دائرة ب ـ مساوية للسطح المحيط بالاسطوانة سوى قاعدتيها فان لم يكن كذلك فهي اما اعظم واما اصغر منه وليكن اولا اصغر منه فيكون سطح الاسطوانة ودائرة ـ ب ـ مقدارين غير متساويين اعظمهما السطح ونعمل في دائرة ـ ب

(١) الشكل السابع والثلاثون ـ ٣٧ ـ .

وعليها شكلين متساوى الاضلاع تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ــ ب ــ كما مر فى الشكل الخامس ونعمل على دائرة ــ أ ــ شكلا شبيها بالذى على دائرة ــ ب ــ وسا ذكر طريقه ونعمل على الشكل المعمول على دائرة ــ ا ــ منشورا يحيط بالاسطوانة وليكن كل واحد من خطى ــ ك د ــ ز ل ــ مساويا لمحيط الشكل الذى على دائرة ــ ا ــ ننصف ج د ــ على ــ س ــ ونصل ــ س ك ــ فمثلث ــ ك د س ــ مساو للشكل الذى على دائرة ــ أ ــ لان قاعدته مساوية لمحيط ذلك الشكل وارتفاعه مساو لنصف قطر دائرة ــ ا ــ ونتمم سطح ــ ه ز ــ ل ع ــ المتوازى الاضلاع فهو مساو لسطح المنشور الذى على الاسطوانة لان المحيط به ضلع الاسطوانة وخط مساو لمحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك فى الشكل الحادى عشر ونخرج ــ ه ق مساويا ــ له ز ــ ونصل ــ ق ل ــ فمثلث ــ ز ق ل ــ مساو لسطح ــ ه ز ل ع بل لسطح المنشور ونسبة الشكل الذى على دائرة ــ ا ــ الى الشكل الذى على دائرة ــ ب ــ كنسبة نصف قطر دائرة ــ ا ــ وهو خط ــ س د ــ نضيف الى نصف قطر دائرة ــ ب ــ وهو خط ــ ح ــ فى القوة لما سأذكره ونسبة ــ س د ــ الى ــ ح ــ فى القوة كنسبة ــ س د ــ الى ــ ق ز ــ فى الطول لأن نسبة ضعف ــ س د ــ الى ــ ح ــ كنسبة ــ ح ــ الى ــ نصف ــ ق ز ــ ونسبة ــ س د ــ الى ــ ق ز ــ كنسبة مثلث ــ ك س د ــ الى مثلث ــ ل ق ز ــ لأن ارتفاعى د ك ــ ز ل ــ متساويان فنسبة الشكل الذى على دائرة ــ ا ــ اعنى مثلث ــ ك س د ــ الى الشكل الذى على دائرة ــ ب ــ كنسبة مثلث ــ ك س د ــ الى مثلث ل ق ز ــ فمثلث ــ ل ق ز ــ اعنى سطح المنشور مساو للشكل الذى على دائرة ب ــ ولان نسبة الشكل الذى على دائرة ــ ب ــ الى الشكل الذى فيها اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ــ ب ــ تكون نسبة سطح المنشور ايضا الى الشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ــ ب ــ وذلك محال لان سطح المنشور اعظم من سطح الاسطوانة فيلزم ان

٣٨



الكرة والاسطوانة ص٢٥

ان يكون الشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ اعظم منها ثم لتكن دائرة ــ ب ــ اعظم من سطح الاسطوانة ونعمل على دائرة ــ ب ــ وفيها شكلين متشابهين تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة دائرة ــ ب ــ الى سطح الاسطوانة نعمل فى دائرة ــ ا ــ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ــ ب ــ ونعمل على الذى فى دائرة ــ ا ــ منشورا تحيط الاسطوانة به وليكن كل واحد من ــ ك د ــ ز ل مساويا لمحيط الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ فمثلث ــ ك س د ــ اعظم من الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ لأن قاعدته مساوية لمحيط الشكل وارتفاعه الذى هو نصف قطر الدائرة اعظم من العمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل وسطح ه ز ل ع ــ مساو لسطح المنشور الذى فى الاسطوانة لأن المحيط به ضلع الاسطوانة ومحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك فى الشكل العاشر فمثلث ــ ق ل ز ــ مساو لسطح المنشور ونسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ الى الشكل الذى فى دائرة ــ ب كنسبة نصف قطر دائرة ــ ا ــ الى نصف قطر دائرة ــ ب ــ فى القوة بل كنسبة مثلث ــ ك س د ــ الى مثلث ــ ق ل ز ــ فنسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ الى الشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ كنسبة مثلث ــ ك س د ــ الى مثلث ــ ق ل ز ــ واذا بدلنا صارت نسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ الى مثلث ــ ك س د ــ كنسبة الشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ الى مثلث ــ ق ل ز ــ والشكل الذى فى دائرة ــ ا ــ اصغر من مثلث ــ ك س د ــ فالشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ ايضا اصغر من مثلث ــ ق ل ز ــ اعنى من سطح المنشور الذى هو اصغر من سطح الاسطوانة لما مر فى آخر الشكل الخامس عشر فهو اصغر من سطح الاسطوانة وهذا محال لأن نسبة الشكل الذى على دائرة ــ ب ــ الى الذى فيها كانت اصغر من نسبة دائرة ــ ب ــ الى سطح الاسطوانة والشكل الذى على دائرة ــ ب ــ اعظم من دائرة ــ ب ــ فالشكل الذى فى دائرة ــ ب ــ يجب ان يكون اعظم من سطح الاسطوانة واذا لم تكن دائرة ــ ب ــ بأعظم من سطح الاسطوانة ولا بأصغر منه فهى اذا مساوية له وذلك ما اردناه (١) .

---

(١) الشكل الثامن والثلاثون ــ ٣٨

اقول اما طريق ان نعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ فهو أن نعمل فى دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ـ ب ـ على ماتبين فى كتاب الاسطقسات ثم نعمل على دائرة ـ ا ـ شكلاشبيها بالذى فيه فيكون ايضا شبيها بالذى على دائرة ـ ب .

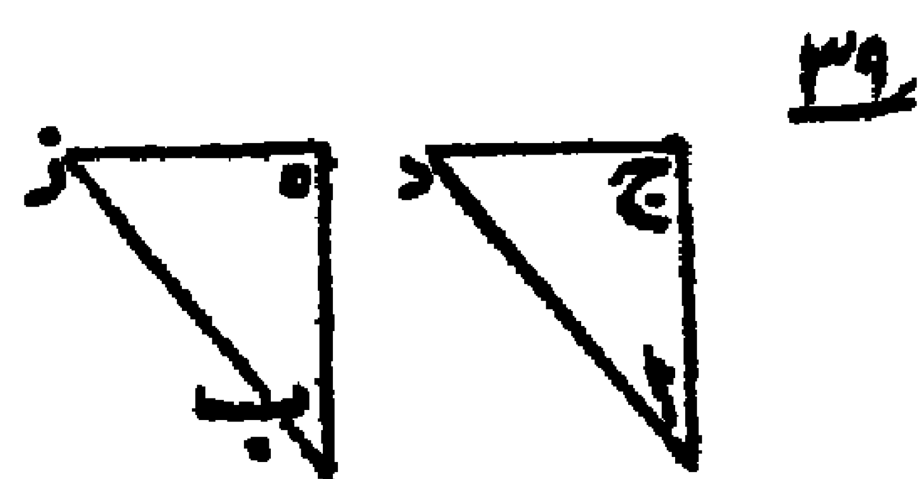
واما بيان ان نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ هى كنسبة نصف قطر الدائرة الى نصف قطر دائرة ـ ب ـ فى القوة فهكذا ليكن ـ ا ب ـ مركزى الدائرتين ـ و ا ج ـ ب ه ـ نصفى قطرها ـ و ج د ه ز ـ نصفى ضلعين متقاطرين من الشكلين الذين عليهما ونصل ـ ا د ـ ب ز ـ فالمثلثان متشابهان لأن زاويتى ـ د ز ـ نصفا زاويتين متساويتين وزاويتى ـ ج ه ـ قائمتان ونسبة ـ ج د ـ الى ـ ه ز ـ بل نسبة الضلع الى الضلع كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ب ه ـ نصف القطر الى نصف القطر فنسبة الشكل الى الشكل التى هى كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كنسبة مربع نصف القطر الى مربع نصف القطر (١) .

(يز) كل مخروط قائم فان سطحه المحيط به سوى قاعدته مساوللدائرة التى نصف قطرها مناسب لضلع ذلك المخروط ولنصف قطر قاعدته فيما بينهما فلتكن قاعدة المخروط دائرة ـ ا ـ ونصف قطرها خط ـ ج ـ وضلع المخروط خط ـ د ـ وخط ـ ه ـ مناسبا لخطى ـ ج ـ د ـ فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ـ ب ـ .

فنقول ان دائرة ـ ب ـ مساوية للسطح المستدير المحيط بالمخروط فان لم يكن كذلك فهى اما اصغر منه واما اعظم وليكن اولا اصغر منه فيكونان مقدارين مختلفين اعظمهما سطح المخروط ونعمل على دائرة ـ ب ـ وفيها شكلين متشابهين كثيرى الزوايا متساوى الاضلاع تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ب ـ كما مر فى الشكل الخامس ونعمل على دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى على دائرة ـ ب ـ وعليه

(١) الشكل التاسع والثلاثون ـ ٩ـ٣ ـ

ناريا



الكرة والاسطوانة ص ٢٧

ناريا يحيط بالمخروط المستدير فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ كنسبة نصف قطر دائرة ـ ا ـ الذى هو ـ ج ـ الى نصف قطر دائرة ـ ب ـ الذى هو ـ ه ـ فى القوة اعنى كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فى الطول ونسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى السطح المحيط بالنارى سوى قاعدته وذلك لأن ـ ج ـ الذى هو نصف ـ قطر دائرة ا ـ فى نصف محيط الشكل الذى ـ على دائرة ـ ا ـ هو الشكل الذى على دائرة ا ـ و ـ د ـ الذى هو ضلع المخروط فيه بعينه هو سطح النار لما تبين فى الشكل التاسع فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى على دائرة ـ ب والى سطح النارى واحدة فالشكل الذى على دائرة ـ ب ـ مساو لسطح النارى ولأن نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ اعنى سطح النارى الى الذى فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ب ـ وكان سطح النارى اعظم من سطح المخروط كما مر فى آخر الشكل الخامس عشر لزم ان يكون الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ اعظم من دائرة ـ ب ـ هذا خلف .

ثم لتكن دائرة ـ ب ـ اعظم من سطح المخروط ونعمل دائرة ب ـ وفيها شكلين متشابهين كما ذكرنا تكون نسبة الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة الدائرة الى سطح المخروط ونرسم فى دائرة ـ ا ـ شكلا شبيها بالذى فى دائرة ـ ب ـ ونقيم على الذى فى دائرة ـ ا ـ شكلا ناريا يحيط به المخروط وتكون نسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ ه ـ فى القوة بل كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فى الطول ونسبة ـ ج ـ اعنى نصف قطر دائرة ـ ا ـ الى ـ د ـ اعنى ضلع المخروط اعظم لما سأذكره من نسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى سطح النارى التى هى كنسبة العمود الواقع من مركز دائرة ـ ا ـ على ضلع الشكل الذى فيها الى العمود الواقع من رأس المخروط عليه ايضا فان العمود الذى من مركز الدائرة فى نصف محيط الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ هو الشكل الذى فى

دائرة ـ ا ـ والعمود الذى من رأس المخروط فيه ايضا بعينه هو سطح النارى على ما مر فى الشكل السابع والثما من فنسبة الشكل الذى فى دائرة ـ ا ـ الى الذى فى دائرة ـ ب ـ اعظم من نسبته الى سطح النارى فسطح النارى اعظم من الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ ونسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى سطح النارى اصغر من نسبته الى الشكل الذى فى دائرة ـ ب ـ وكانت نسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى الذى فيها اصغر من نسبة دائرة ـ ب الى سطح المخروط فنسبة الشكل الذى على دائرة ـ ب ـ الى سطح النارى اصغر كثيرا من نسبة دائرة ـ ب ـ الى سطح المخروط والشكل الذى على دائرة ب ـ اعظم من دائرة ـ ب ـ فسطح النارى يلزم ان يكون اعظم من سطح المخروط هذا خلف لما مر فى آخر الشكل الخامس عشر واذا لم تكن دائرة ـ ب ـ باصغر من سطح المخروط ولا باعظم منه فهى اذا مثله وذلك ما اردناه (١) .

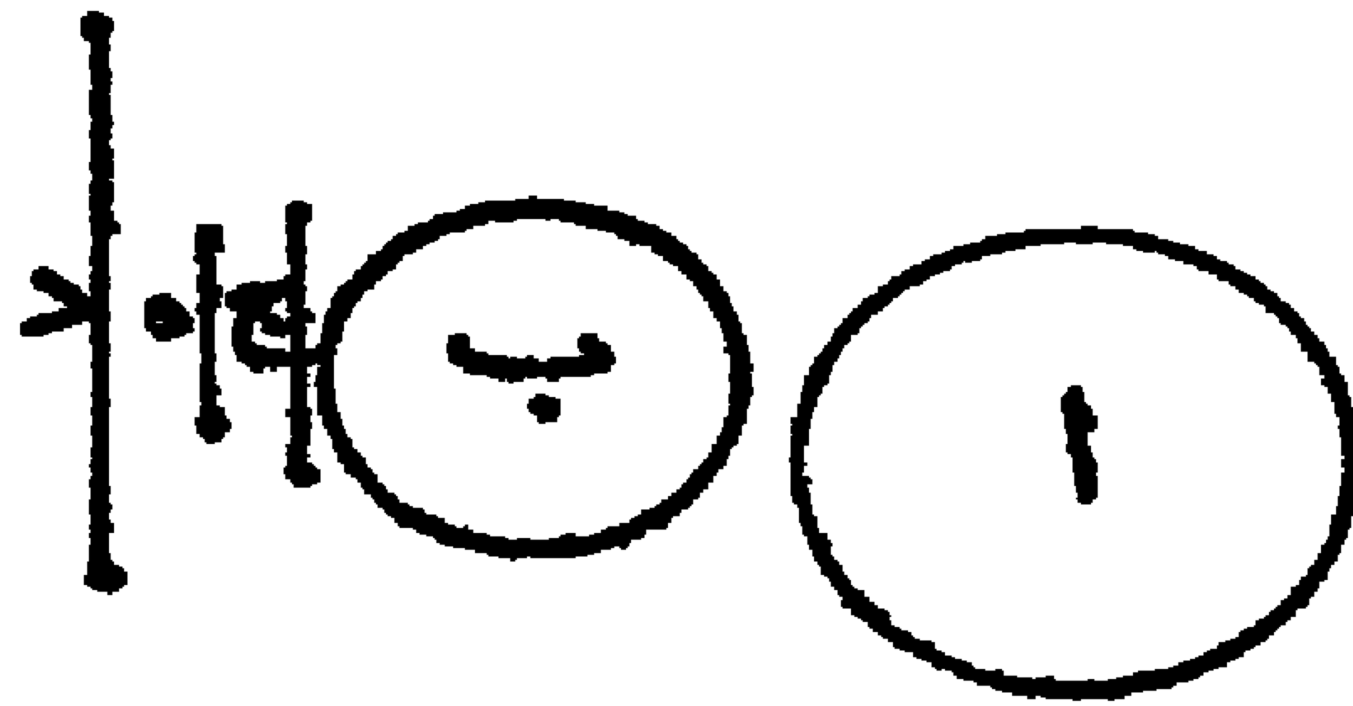
اقول ليمكن لبيان ان نسبته نصف قطر دائرة ـ ا ـ الى ضلع المخروط اعظم من نسبة العمود الواقع من مركز دائرة ـ ا ـ على ضلع الشكل الذى فيها الى العمود الواقع من رأس المخروط عليه ايضا ـ ز ـ مركز دائرة ا ـ و ـ ح ـ رأس المخروط ـ وزط ـ نصف قطر دائرة ـ ا ـ اعنى خط ـ ج و ـ ح ط ـ ضلع المخروط اعنى خط ـ د ـ و ـ زك ـ العمود الواقع من المركز على ضلع الشكل الذى فى الدائرة و ـ ح ك ـ العمود الواقع عليه من رأس المخروط والدعوى ان نسبة ـ زط ـ الى ـ ح ط ـ اعظم من نسبة ـ زك الى ـ ح ك ـ ونخرج ـ ك ل ـ موازيا ـ لط ح ـ فيكون اقصر لا محالة من ـ ح ك ـ وتكون نسبة ـ زك ـ الى ـ ك ل ـ اعنى ـ زط ـ الى ـ ح ط ـ بل نسبة ـ ج ـ الى ـ دَ ـ اعظم من نسبة ـ زك ـ الى ـ ح ك ـ اعنى العمود الخارج من المركز الى العمود الخارج من رأس المخروط (٢) .

(يج) نسبة سطح المخروط القائم الى قاعدته كنسبة ضلعه الى نصف قطر

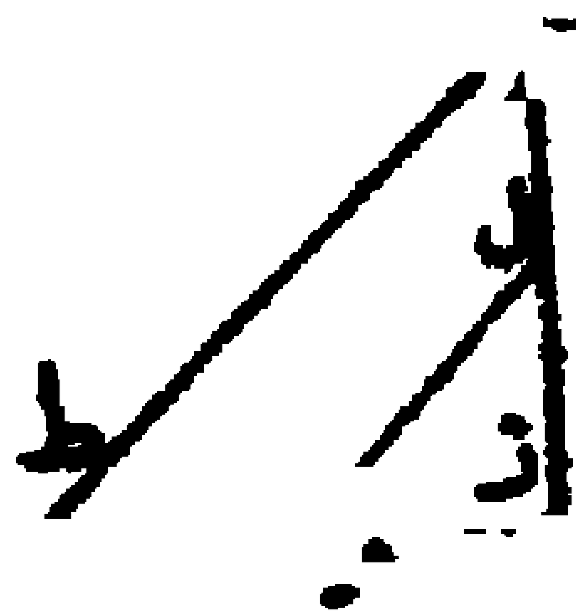
---

(١) الشكل الاربعون ـ ٤٠ (٢) الشكل الحادى والاربعون ـ ٤١ (٦)

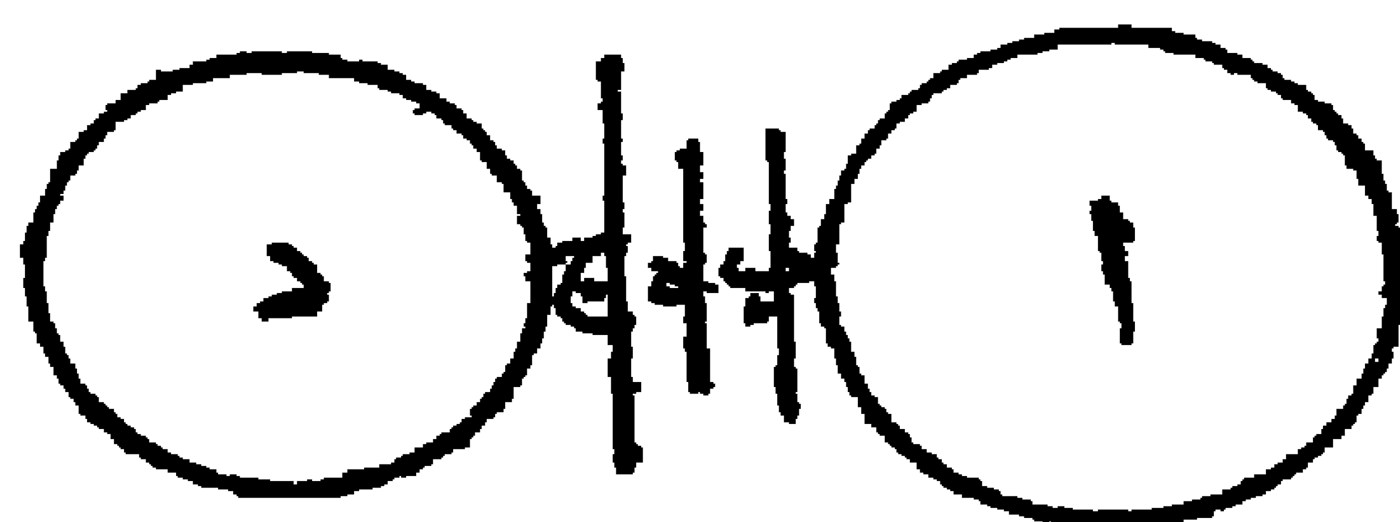
ع ٣٠



ع ٣١



ع ٣٢



د كرة وآه اسطوانة ص ٣٩

قاعدته فلتكن قاعدة المخروط دائرة ـ ا ـ ونصف قطرها ـ ب ـ وضلعه ـ ج
ونقول نسبة سطح المخروط الى دائرة ـ ا ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ ب ـ وليكن
ه ـ مناسبا لخطى ـ ب ـ ج ـ فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ـ د ـ فدائرة
د ـ مساوية لسطح المخروط كما مر فى الشكل المتقدم ونسبة دائرة ـ د ـ الى
دائرة ـ ا ـ كنسبة مربع ـ ه ـ الى مربع ـ ب ـ بل كنسبة ـ ج ـ الى ـ ب ـ
وذلك ما اردناه (١) .

(يط) اذا كان مخروط قائم وقطعة سطح موازلقاعدة قاسطح المستدير الواقع من محيطه بينهما يساوى دائرة يكون نصف قطرها مناسبا لضلع القطعة من المخروط الواقع بينهما والمحيط المساوى لنصفى قطرى الدائرتين المتوازيتين معا فيما بينهما فليكن المخروط هو الذى على سهمه مثلث ـ ا ب ج ـ وسهمه ب ح ـ وليقطعه سطح موازلقاعدته يقطع المثلث على ـ د ـ ه ـ ونرسم دائرة يكون نصف قطرها مناسبا لخط ـ ا د ـ وللخط المساوى لمجموع ـ د ز ا ح فيما بينهما وهى دائرة ـ ط ـ .

فنقول انها مساوية لمابين ـ د ه ا ج ـ من السطح المستدير المخرطى ونرسم دائرة يقوى نصف قطرها على سطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ وهى دائرة ـ ك ـ واخرى تقوى نصف قطرها على سطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ وهى دائرة ـ ل ـ فدائرة ـ ل ـ تساوى سطح مخروط ـ ا ب ج ـ ودائرة ـ ك ـ تساوى سطح مخروط ـ د ب ه ـ مما مر فى الشكل الرابع عشر وسطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ يساوى سطحى ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ و ـ ا د ـ فى مجموع ـ د ز ـ و ـ ا ح ـ لان ـ د ز ـ يوازى ـ ا ح ـ وساذكر بيان ذلك فلان مربع نصف قطر دائرة ـ ل ـ يساوى سطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ح ـ ومربع نصف قطر دائرة ـ ك ـ يساوى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ز ـ ومربع نصف قطر دائرة ـ ط ـ يساوى ـ ا د ـ فى جميع ـ د ز ـ و ـ ا ح ـ يكون مربع نصف قطر دائرة ـ ل ـ مساويا لمربعى نصفى قطرى دائرتى ـ ط ك ـ ونسب

(١) الشكل الثانى و الاربعون ـ ٤٢

الدوائر نسب مربعات اقطارها فدائرة ــ ل ــ تساوى دائرتى ــ ط ــ ك ــ لكن دائرة ــ ل ــ تساوى سطح مخروط ــ ب ا ج ــ ودائرة ــ ك ــ تساوى سطح مخروط ــ د ب ه ــ يبقى مابين السطحين المتوازيين اللذين على د ه ج ا ــ من بسيط المخروط مساويا الدائرة ــ ط ــ وذلك ما اردناه (١) .

اقول كون ــ د ز ــ موازيا لاح يقتضى ان يكون سطح ــ ب ا فى ــ ا ح ــ مساويا لسطحى ــ ب د ــ فى ــ د ز ــ و ــ ا د ــ فى مجموع د ز ــ و ــ ا ح لان ذلك يقتضى ان تكون نسبة ــ ب د ــ الى ــ د ز ــ كنسبة ــ ب ا ــ الى ــ ا ح ــ فب د ــ فى ــ ا ح ــ يساوى ــ ب ا ــ فى ــ د ز ــ اعنى ــ ب د ــ فى ــ دز ــ و ــ ا د ــ فى ــ د ز ــ ونجعل ــ د ا ــ فى ــ ا ح ــ مشتركا فيصير ــ ب ا ــ فى ــ ا ح ــ مساويا ــ لب د ــ فى ــ د ز ــ و ــ ا د ــ فى ــ د ز ــ وفى ــ ا ح ــ جميعا .

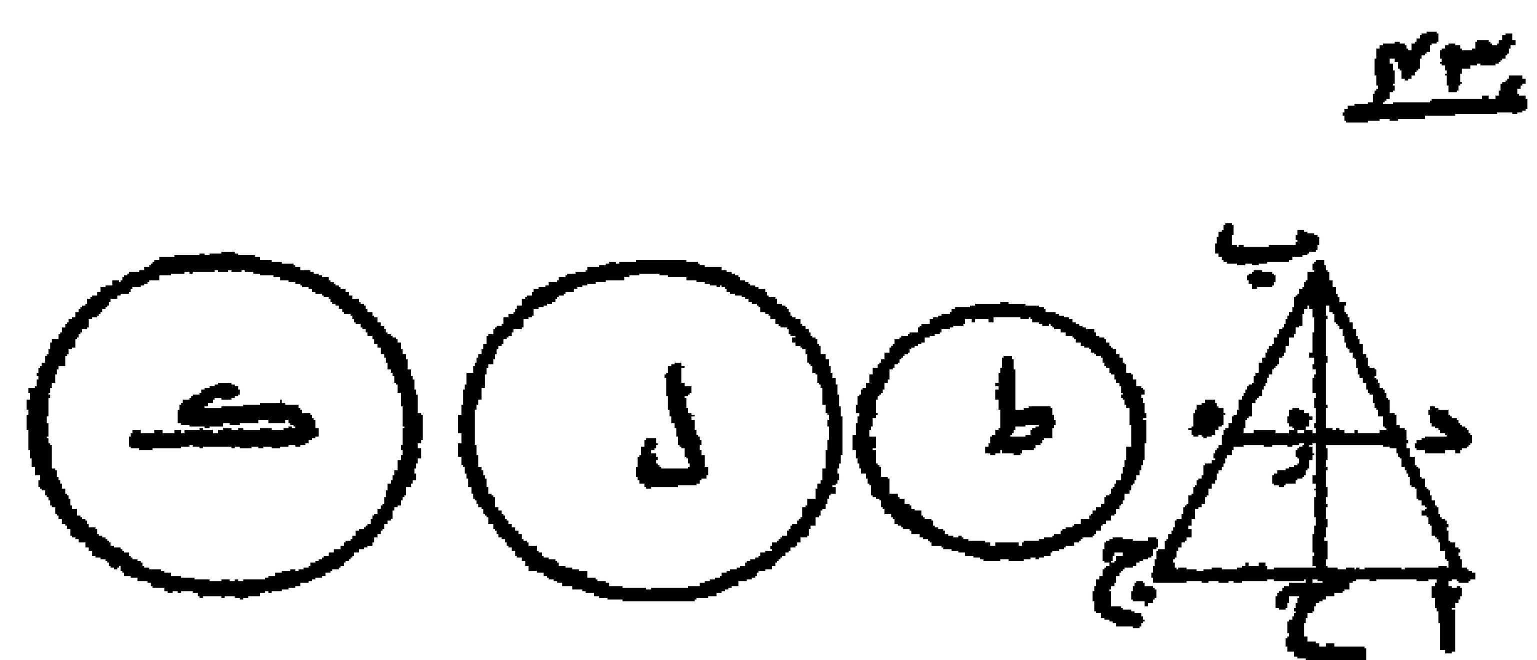
تذكرة

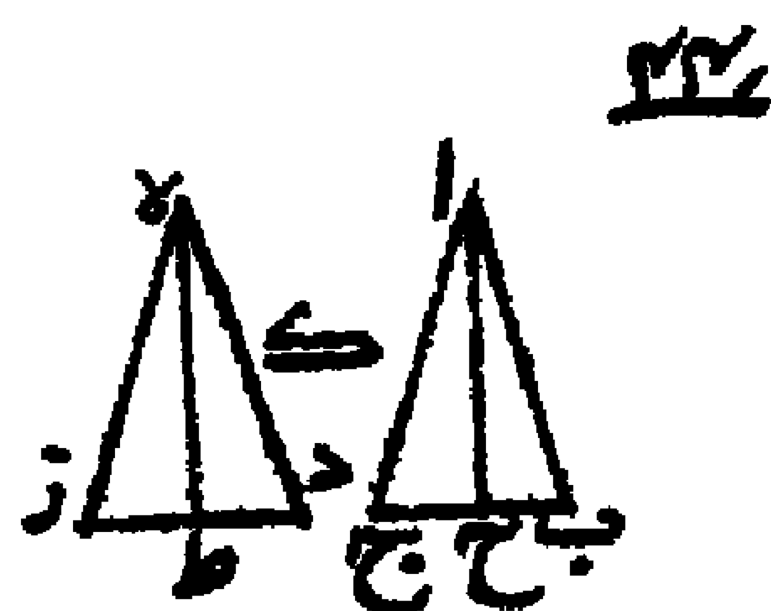
المخروطات القائمة ان تساوت ارتفاعاتها كانت على نسب قواعدها وان تساوت قواعدها كانت على نسب ارتفاعاتها وان كانت متساوية كانت قواعدها متكافئة لارتفاعاتها و ن كانت متشابهة اى كانت اقطار قوعدها على نسب ارتفاعاتها كانت على نسب اقطار القواعد مثلثة بالتكرير والاسطوانة القائمة اذا قطعها سطح موازلقاعدتيها بأسطوانتين كانتا على نسبة سهميهما وسهامهما على نسبة مخروطيهما المستديرين جميع دلك مما بينه القدماء .

(ك) اذا كان مخروطان قائمان وكان سطح احدهما مساويا لقاعدة آخر وارتفاع الآخر مساويا للعمود الواقع من مركز قاعدة الاول على ضلع من اضلاعه فهما متساويان فليكن المخروطان مخروطى ــ ا ب ج ــ ه د ز ــ ولتكن قاعدة ــ ا ب ج ــ مساوية لسطح مخروط ــ د ه ز ــ وارتفاع ــ ا ح ــ مساويا لعمود ــ ط ك ــ الواقع من مركز ــ ط ــ على ضلع ــ د ه ــ تقول فهما متساويان ودلك لان نسبة سطح مخروط ــ د ه ز ــ اعنى قاعدة ــ ا ب ج

(١) الشكل الثالث والاربعون ــ ٤٣ ــ

الى


٢٣
ب
د
ه
ز
ج
ح
ا
ط
ل
ك


٣٤
ا
ه
ك
ز
د
ط
ج
ح
ب

الى قاعدة مخروط ـ د ه ز ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ د ط ـ لما مر فى الشكل الثامن عشر اعنى نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ط ك ـ لكون مثلثى ـ ه د ط ـ ه ط ك ـ متشابهين بل نسبة ـ ه ط ـ الى ـ ا ح ـ المساوى ـ لط ك ـ فنسبة قاعدة مخروط ـ اب ج ـ الى قاعدة مخروط ـ د ه ز ـ كنسبة ـ ه ط ـ ارتفاع مخروط ـ ده ز ـ الى ـ ا ح ـ ارتفاع مخروط ـ ا ب ج ـ على التكافؤ فاذا هما متساويان وذلك ما اردناه (١).

(كا) كل معين مجسم مركب من مخروطين قائمين فانه مساو لمخروط قائم قاعدته مساوية لسطح احد مخروطى المعين وارتفاعه مساو للعمود الواقع من رأس الآخر منهما على ضلع من اضلاع الاول فليكن المعين المذكور معين ـ ا ب د ج ـ وقطر قاعدته ـ ب ج ـ وارتفاعه ـ د ا ـ ولتكن قاعدة مخروط ح ط ك ـ مساوية لسطح مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه وهو ـ ط ل ـ مساو لعمود ـ د ز ـ الخارج من ـ د ـ على ضلع ـ ا ب ـ بعد اخراجه على الاستقامة نقول فمخروط ـ ح ط ك ـ مساو للمعين المذكور وليكن ـ م ن س مخروطا آخر قائما قاعدته مساوية لقاعدة مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه وهو ـ ن ع ـ مساو ـ لا د ـ فلأن نسبة مخروط ـ م ن س ـ الى مخروط ـ ب د ج ـ المتساوى القاعدتين كنسبة ـ ن ع ـ الى ـ د ه ـ ونسبة معين ـ ا ب ـ د ج ـ الى مخروط ـ ب د ج ـ ايضا كنسبة ـ ا د ـ الى ـ د ه ـ اعنى ـ ن ع ـ ايضا الى ـ د ه ـ يكون مخروط ـ م ن س ـ مساويا لمعين ـ ا ب ـ د ج ـ ولأن نسبة سطح مخروط ـ ا ب ج ـ الى قاعدته كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ه ـ لما مر فى الشكل الثامن عشر وهى كنسبة ـ اد ـ الى ـ دز ـ لكون مثلثى ـ اب ه ـ ادز ـ متشابهين اعنى نسبة ـ ن ع ـ المساوى ـ لاد ـ وهو ارتفاع مخروط ـ م ن س ـ الى ـ ط ل ـ المساوى ـ لدز ـ وهو ارتفاع مخروط ـ ح ط ك ـ وايضا نسبة سطح مخروط ـ اب ج ـ الى قاعدته كنسبة قاعدة مخروط ـ ح ط ك ـ الى قاعدة مخروط ـ م ن س ـ

(١) الشكل الرابع والاربعون ـ ٤٤ ـ

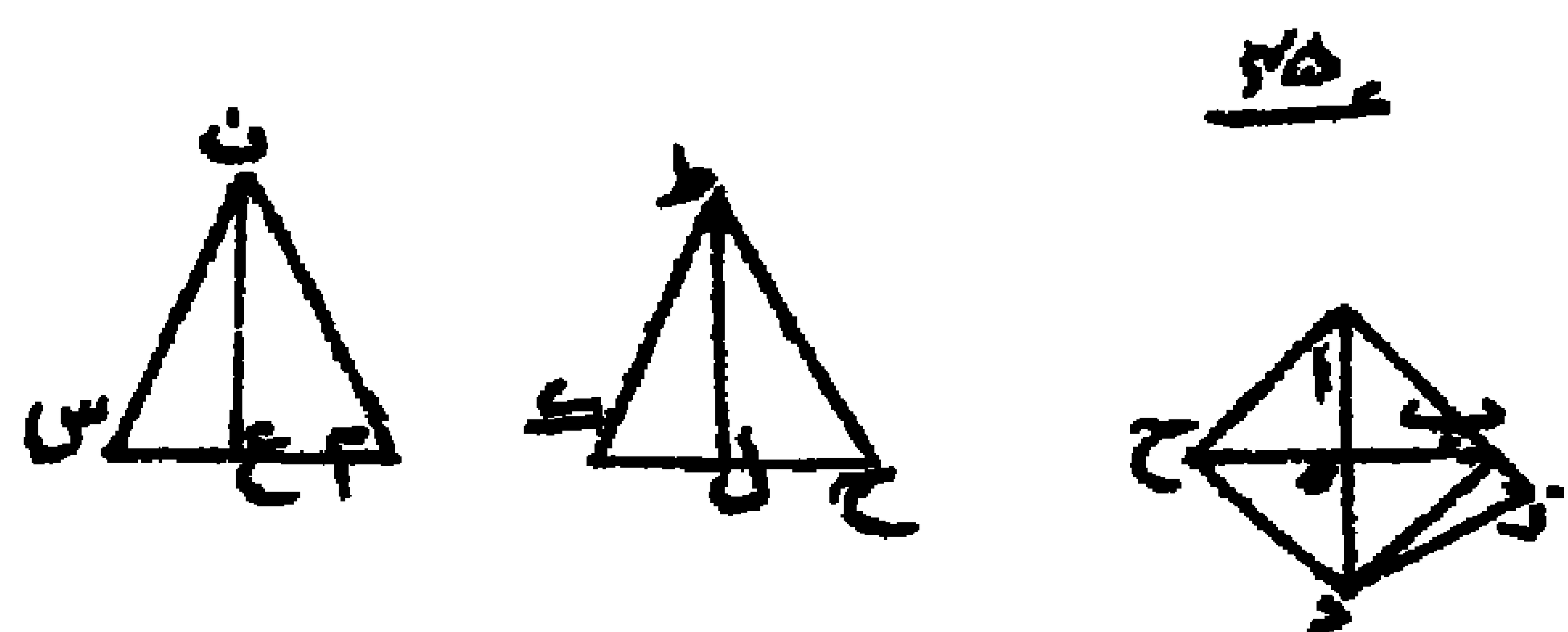
لكونهما مساويين لهما يكون مخروطا – م ن س – ح ط ك – اللذان قاعدتاهما متكافئتـان لارتفاعيهما متساويين فاذا مخروط – ح ط ك – مساو لمعين ا ب د ج – وذلك ما اردناه (١) .

(كب) اذا كان مخروط قائم وقطعه سطح مواز لقاعدته وعمل على الدائرة التى يحدث فى موضع القطع مخروط آخر قائم رأسه مركز قاعدة المخروط الاول ونقص من المخروط الاول المعين المجسم الذى يحدث من ذلك فان الذى يبقى من المخروط الاول مساو لمخروط قائم قاعدته مساوية للسطح المستدير الواقع بين السطحين المتوازيين من محيط المخروط وارتفاعه مساو للعمود الواقع من مركز قاعدة المخروط الاول على احد اضلاعه فليكن – ا ب ج – المخروط و – ز – مركز قاعدته وليقطعه سطح على – د ه – وليعمل على الدائرة التى قطرها – د ه – مخروط قائم رأسه – ز – ويكون معين – ب د ز ه – المجسم مركبا من مخروطين قائمين وليكن – ط ك ل – مخروط قاعدته مساوية لما بين دائرتى – د ه – ا ج – من السطح المحيط المخروط لمخروط – ا ب ج – وارتفاعه مساو لعمود – ز ح – الخارج من مركز – ز – على ضلع – ا ب –

فنقول اذا نقص من مخروط – ا ب ج – معين – ب د ز ه – كان ما يبقى منه مساويا لمخروط – ط ك ل – وليكن مخروطان احدهما مخروط م ن س – ولتكن قاعدته مسـاوية لسطح مخروط – ا ب ج – وارتفاعه مساويا – لز ح – فيكون مسـاويا لمخروط – ا ب ج – لما مر فى الشكل العشرين والآخر مخروط – ع ف ق – ولتكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ب د ه – وارتفاعه مساويا – لز ح – فيكون مساويا لمعين – ب د – ز ه – لما مر فى الشكل المتقدم ولأن سطح مخروط – ب د ه – من جميع سطح مخروط ا ب ج – مساو لقاعدة مخروط – ع ف ق – والباقى منه مساو لقاعدة مخروط ط ك ل – تكون قاعدة مخروط – م ن س – مساوية لمجموع قاعدتى مخروطى

(١) الشكل الخامس والاربعون – ٤٥ – .

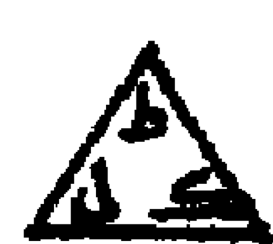
ط



٣٥
ن
س
ع
م
ط
ك
ل
ح
ا
ب
ج
ه
ز
د

ع٣٦









الكرة والاسطوانة ص٥٣

ط ك ل ـ ع ف ق ـ وارتفاعات هذه المخروطات الثلاثة متساوية فمخروط م ن س ـ مساو لمخروطي ـ ط ك ل ـ ع ف ق ـ وكان مخروط ـ م ن س مساويا لمخروط ـ ا ب ج ـ ومخروط ـ ع ف ق ـ مساويا لمعين ـ ب د ه ز فيبقى مخروط ـ ط ك ل ـ مساويا لما يبقى من مخروط ـ ا ب ج ـ بعد نقصان المعين المجسم منه وذلك ما اردناه (١) .

(كج) اذا كان معين مجسم مركب من مخروطين قائمين وقطع احد مخروطيه سطح مواز لارتفاعيها (٢) وعمل على الدائرة الحادثة بالقطع مخروط قائم رأسه رأس المخروط الآخر من المعين ونقص من المعين الاول هذا المعين الحادث كان الباقي من المعين الاول مساويا لمخروط قائم قاعدته مساوية للسطح المستدير الذي وقع بين السطحين من المتوازيين وارتفاعه مساو للعمود الواقع من رأس المخروط الآخر على ضلع من اضلاع المخروط المقطوع بالسطح فليكن ـ ا ب ج د ـ المعين الاول وليقطع مخروط ـ ا ب ج ـ منه سطح مواز لقاعدة ـ ا ج ـ على ـ ه ز ـ وليقم على دائرة ـ ه ز ـ مخروط رأسه نقطة ـ د ـ فيكون ـ ب ه د ز ـ المعين الحادث وليكن ـ ط ك ل ـ مخروطا قاعدته مساوية لما بين سطحي ـ ه ز ـ ا ج ـ من محيط مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه مساو لعمود ـ د ح ـ الخارج من ـ د ـ على ضلع ـ ب ا ـ المخرج .

فنقول مخروط ـ ط ك ل ـ مساو لما يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث منه فليكن مخروطان احدهما مخروط ـ م ن س ـ المساوي قاعدته لسطح مخروط ـ ا ب ج ـ وارتفاعه لعمود ـ د ح ـ فهو مساو لمعين ـ ا ب ج د ـ لما مر في الشكل الحادي والعشرين والآخر مخروط ع ف ق ـ المساوي قاعدته لسطح مخروط ـ ب ه ز ـ وارتفاعه لعمود ـ د ه ـ وهو مساو لمعين ـ ب ه د ز ـ الحادث ولأن سطح مخروط ـ ه ب ز ـ من جميع سطح مخروط ـ ا ب ج ـ مساو لقاعدة مخروط ـ ا ف ق ـ والباقي

(١) الشكل السادس والاربعون ـ ٤٦ ـ (٢) صف ق ـ لقاعدتيها

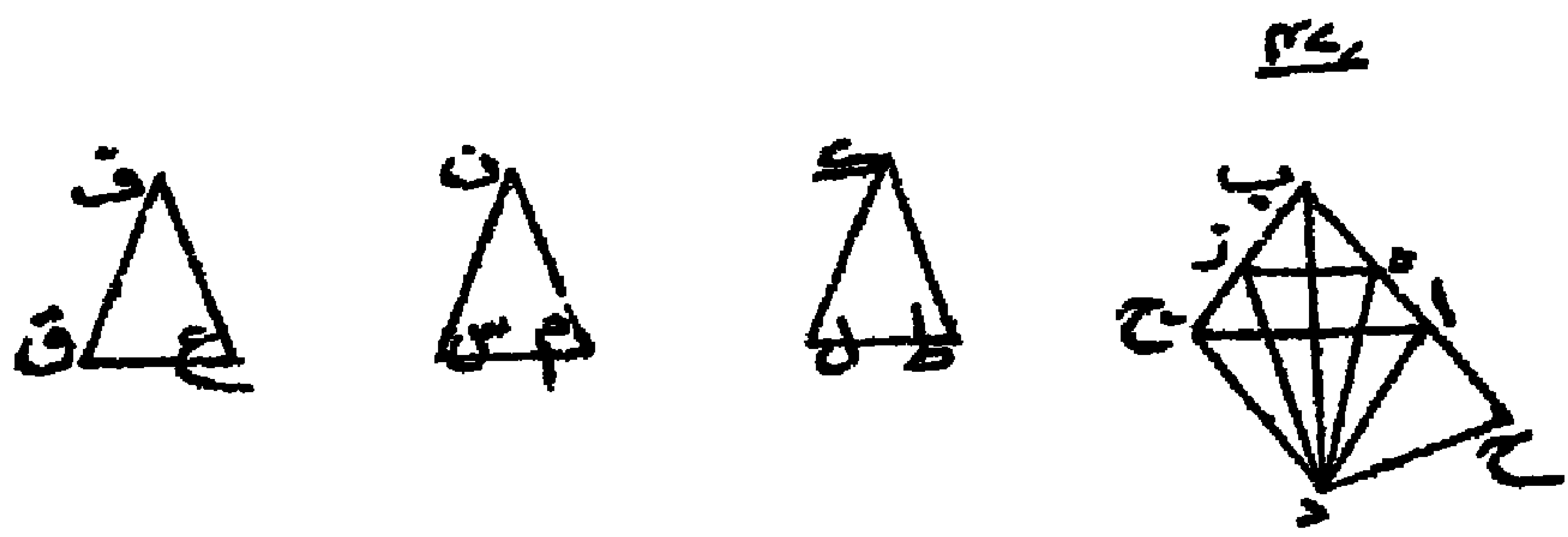
منه مساو لقاعدة مخروط ـ ط ك ل ـ والمجموع مساو لقاعدة مخروط م ن س ـ وارتفاعات الثلاثة واحدة تكون قاعدة مخروط ـ م ن س ـ مساوية لقاعدة الباقيتين بل هو مساو لهما جميعا ولكن مخروط ـ م ن س ـ مساو لمعين ـ ا ب ج د ـ ومخروط ـ ا ف ق ـ مساو لمعين ـ ب ه د ز ـ يبقى مخروط ـ ط ك ل ـ مساويا لما يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث عنه وذلك ما اردناه (١) .

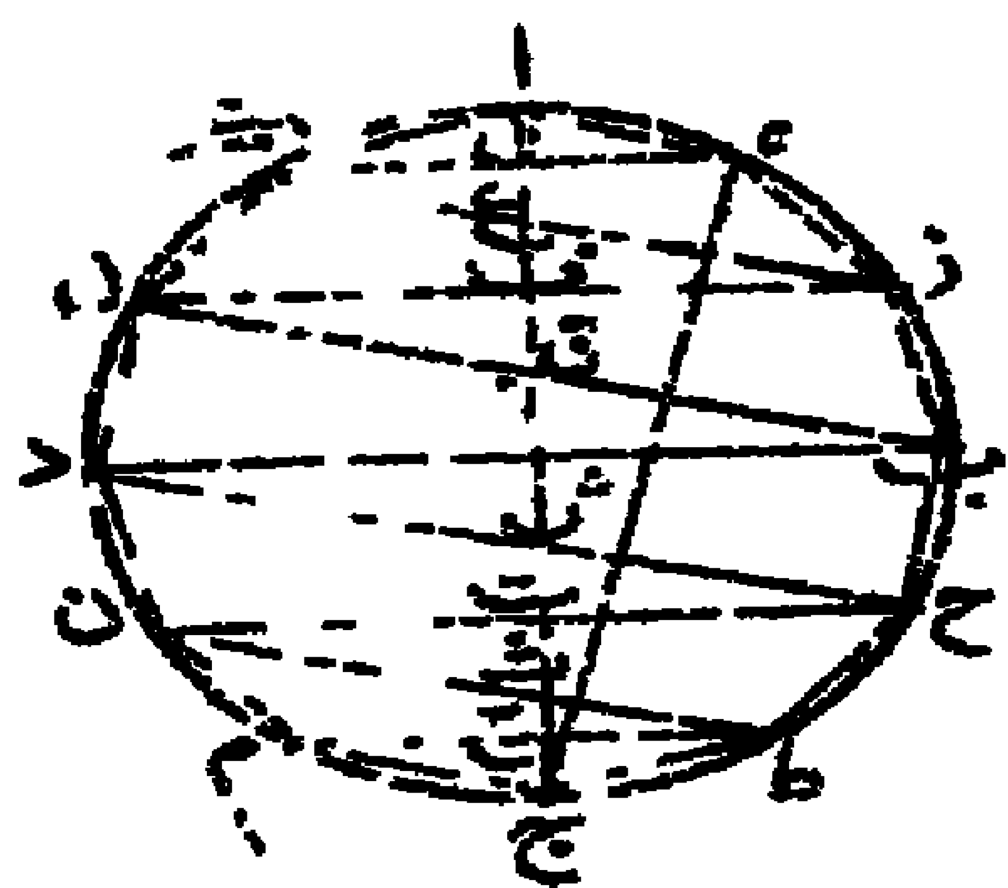
(كد) اذا كان فى دائرة شكل متساوى الاضلاع عدد اضلاعه زوج ووصلت بين اطراف الاضلاع بخطوط موازية للخط الواصل بين طرفى ضلعين متجاورين كانت نسبة جميع تلك الخطوط الى قطر الدائرة كنسبة الخط الموتر لنصف الاضلاع سوى ضلع واحد الى ضلع واحد فلتكن دائرة ا ب ج د ـ فيها شكل ـ ا ه ز ب ح ط ج م ن د ك ل ـ المتساوى الاضلاع وعدد اضلاعه اثناعشر ونصل خطوط ـ ه ك ـ ز ل ـ ب د ـ ح ن ـ ط م ـ وظاهر انها متوازية وموازية ـ له ك ـ ونصل ـ ج ه ـ .

نقول فنسبة جميعها الى القطر كنسبة ـ ج ه ـ الى ه ا ـ ونصل ـ ز ك ـ ب ل ـ ح د ـ ط ن ـ وهى متوازية وموازية لخطى ـ ه ا ـ ج م ـ ونسبة ـ ه س ـ الى ـ س ا ـ كنسبة ـ ك س ـ الى ـ س ع ـ و ـ ز ب ـ الى ب ع ـ كل ف ـ الى ـ ف ق ـ و ـ ب ز ـ الى ـ ز ق ـ كذ ز ـ الى ـ ز ش ـ و ـ ح ت ـ الى ـ ت ش ـ كن ت ـ الى ـ ت ث ـ و ـ ط خ ـ الى خ ث ـ كخ ـ الى ـ ح ج ـ ونسبة جميع المقدمات اعنى ـ ه ك ـ والخطوط الموازية لها جميعا الى جميع التوالى اعنى قطر ـ ا ج ـ كنسبة مقدم واحد وليكن ه س ـ الى تال واحد وليكن ـ س ا ـ وهى كنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ا ـ وذلك ما اردناه (٢) .

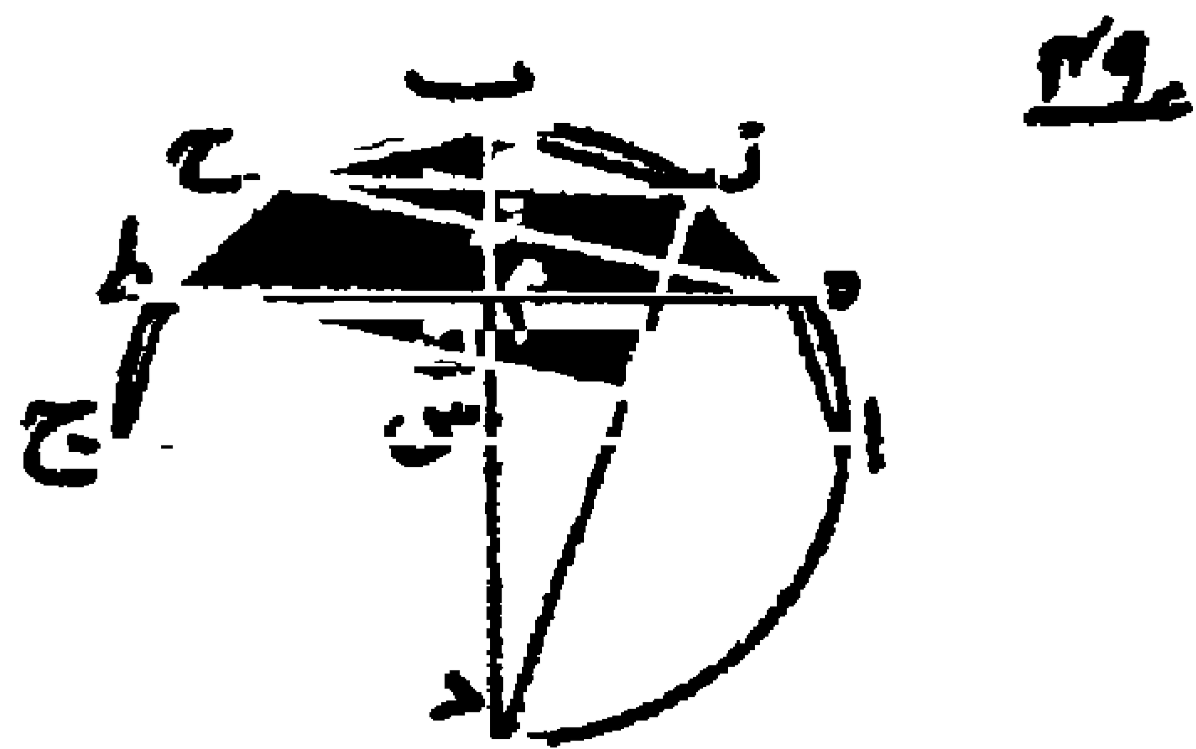
(كه) اذا كان فى قطعة دائرة شكل كثير الاضلاع اضلاعه سوى القاعدة متساوية وعددها زوج ووصل بين اطرافها بخطوط موازية للقاعدة كانت

(١) الشكل السابع والاربعون ـ ٤٧ ـ (٢) الشكل الثامن والاربعون ـ ٤٨ ـ





الكرة وا[illegible] [illegible]


ع٣٩
ب
ح
ز
ط
م
ه
ج
س
ا
د

نسبة جميع تلك الخطوط مع نصف القاعدة الى ارتفاع القطعة كنسبة الخط الواصل بين طرف القطر وطرف ضلع يلى طرفه الآخر الى ضلع واحد فليكن فى قطعة ـ ا ب ج د ـ من دائرة ـ ا ب ج د ـ شكل ـ ا ه ز ب ح ط ج ـ واضلاعه سوى قاعدة ـ اس ج ـ ستة وهى متساوية ونصل ـ زح ـ ه ط ـ متوازيين ـ لا ج ـ ونصل ـ د ز ـ ونقول فنسبة جميع ـ ز ح ـ ه ط ـ ا س ـ الى ـ ب س ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ب ـ ونصل ـ ه ح ـ ا ط ـ فيكونان موازيين ـ لب ز ـ وتكون نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ك ب ـ كنسبة ح ك ـ الى ـ ك ل ـ وـه م ـ الى ـ م ل ـ كط م ـ الى ـ م ن ـ وكاس الى ـ س ن ـ والمقدمات الى التوالى اعنى جميع ـ ز ح ـ ه ط ـ ا س ـ الى ـ ب س ـ كزك ـ الى ـ ك ب ـ بل ـ كد ز ـ الى ـ ز ب ـ وذلك ما اردناه (١).

(كو) اذا رسم فى دائرة عظيمة تقع فى كرة كدائرة ـ ا ب ج د ـ شكل متساوى الاضلاع يكون تعدد اضلاعه ربع واخرج فيها قطران متقاطعان على قوائم ثم تمران باطراف الاضلاع كقطرى ـ ا ج ـ ب د ـ واثبت احدهما وليكن قطر ـ ا ج ـ وادير ت الدائرة مع الشكل حوله فظاهر ان محيطها يمر بسطح الكرة وان نقط زوايا الشكل سوى نقطتى ـ ا ج ـ ترسم على سطح الكرة دوائر متوازية سطوحها قائمة على سطح دائرة ـ ا ب ج د ـ واقطارها موازية ـ لب د ـ وان ضلعى ـ ا ز ـ ا ن ـ يرسمان مخروطا مستديرا قاعدته الدائرة التى قطرها ـ ز ن ـ ورأسها ـ ا ـ وضلعى ـ ز ح ـ ن م ـ يرسمان قطعة من مخروط قاعدته الدائرة التى قطرها ـ ح م ـ ورأسه ملتقى ـ ح ز ـ م ن ـ ا ج ـ اذا اخرجا ويلقاها قطر ـ ج ا ـ ايضا هناك وان ضلعى ـ ح ب ـ م د ـ يرسمان مثل ذلك وتكون القاعدة دائرة ـ ب د العظيمة وكذلك فى نصف الآخر فيحدث فى الكرة شكل مجسم مؤلف من قطع مخروطات ويكون سطح ذلك الجسم اصغر من سطح الكرة لأن الدائرة

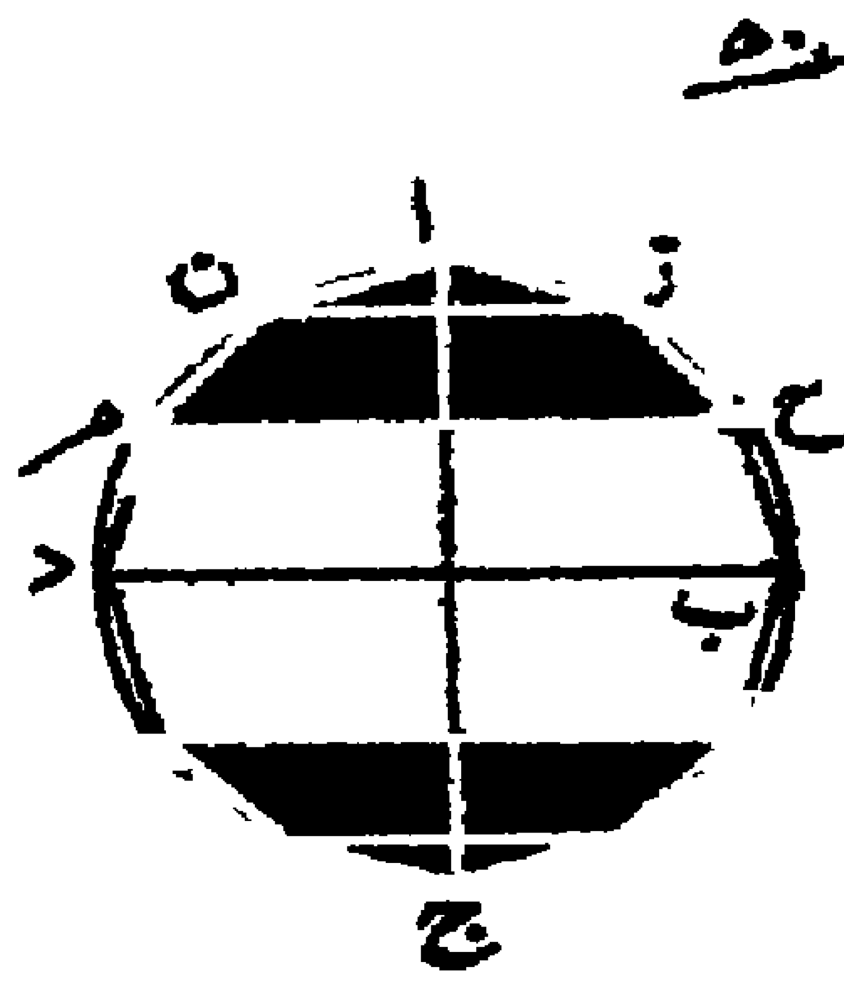
(١) الشكل التاسع والاربعون ـ ٤٩ ـ

التى قطرها ـ ب د ـ بنصف الكرة ويقع فى كل جانب منها عميق محيط هو نصف سطح الكرة وعميق محاط به مؤلف من قطع سطوح مخروطات وتحد اطرافهما عند محيط تلك الدائرة والمحيطان اعنى سطح الكرة يكون اعظم من المحاط بهما اعنى سطح المجسم وذلك ما اردنا ان نصف (١)

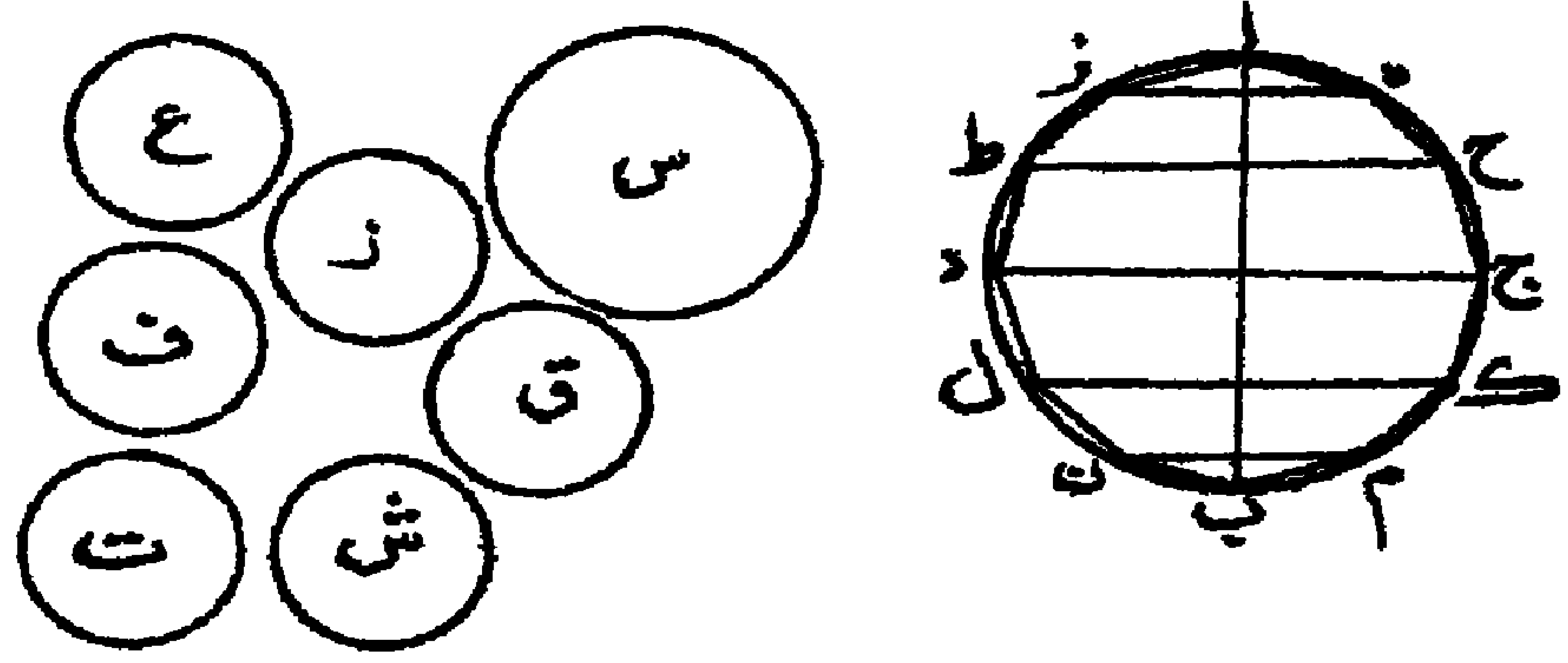
اقول وجوب كون الاضلاع زوجا ظاهر وانما جعل لعددها ربعا ليكون جميع السطوح من سطوح المخروطات والا لكان السطح الذى يرسمه الضلع المتوسط الذى يمر قطر ـ ب د ـ بمنتصفه ونظيره سطحا اسطوانيا والباقية مخروطات وذلك لايصلح لما يقصده ولم يعد المحقق هذا الشكل من اشكال الكتاب وسماه مقدمة لتوطئة ما بعدها وقدم ذكر هذا الشكل فيما اوردته لايضاح المصادرات ونعود الى المتن .

(كز) قال ونقول ايضا ان سطح هذا المجسم المذكور الذى فى الكرة تساوى الدائرة التى يقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع الواقعة فى الدائرة العظيمة فى جميع الخطوط الواصلة بين اطراف الاضلاع على موازاة الواصل بين طرفى ضلعين متجاوزين منها فليكن ـ ا ج ب د ـ من اعظم دوائر الكرة ولنرسم فيها شكل كما وصفنا وفى الكرة بادارتها مجسم كما مر وصفه ونصل ـ ه ز ـ وعلى موازاته خطوط ـ ح ط ـ ج د ـ ك ل ـ م ن وليكن نصف قطر دائرة ـ س ـ قويا على سطح ـ ا ه ـ فى جميع ـ ه ز ـ ح ط ـ ج د ـ ك ل ـ م ن ـ نقول فهى تساوى سطح المجسم المذكور وليقوى نصف قطر دائرة ـ ع ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصف ـ ه ز ـ ونصف قطر دائرة ـ ف ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ه ز ـ ح ط ـ ونصف قطر دائرة ـ ق ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ح ط ـ ج د ـ ونصف قطر دائرة ـ ز ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ج د ـ ك ل ـ ونصف قطر دائرة ش ـ على سطح ـ ا ه ـ فى نصفى ـ ك ل ـ م ن ـ ونصف قطر دائرة ـ ت على سطح ـ ا ه ـ فى نصف ـ م ن ـ فتكون دائرة ـ ع ـ مساوية لسطح

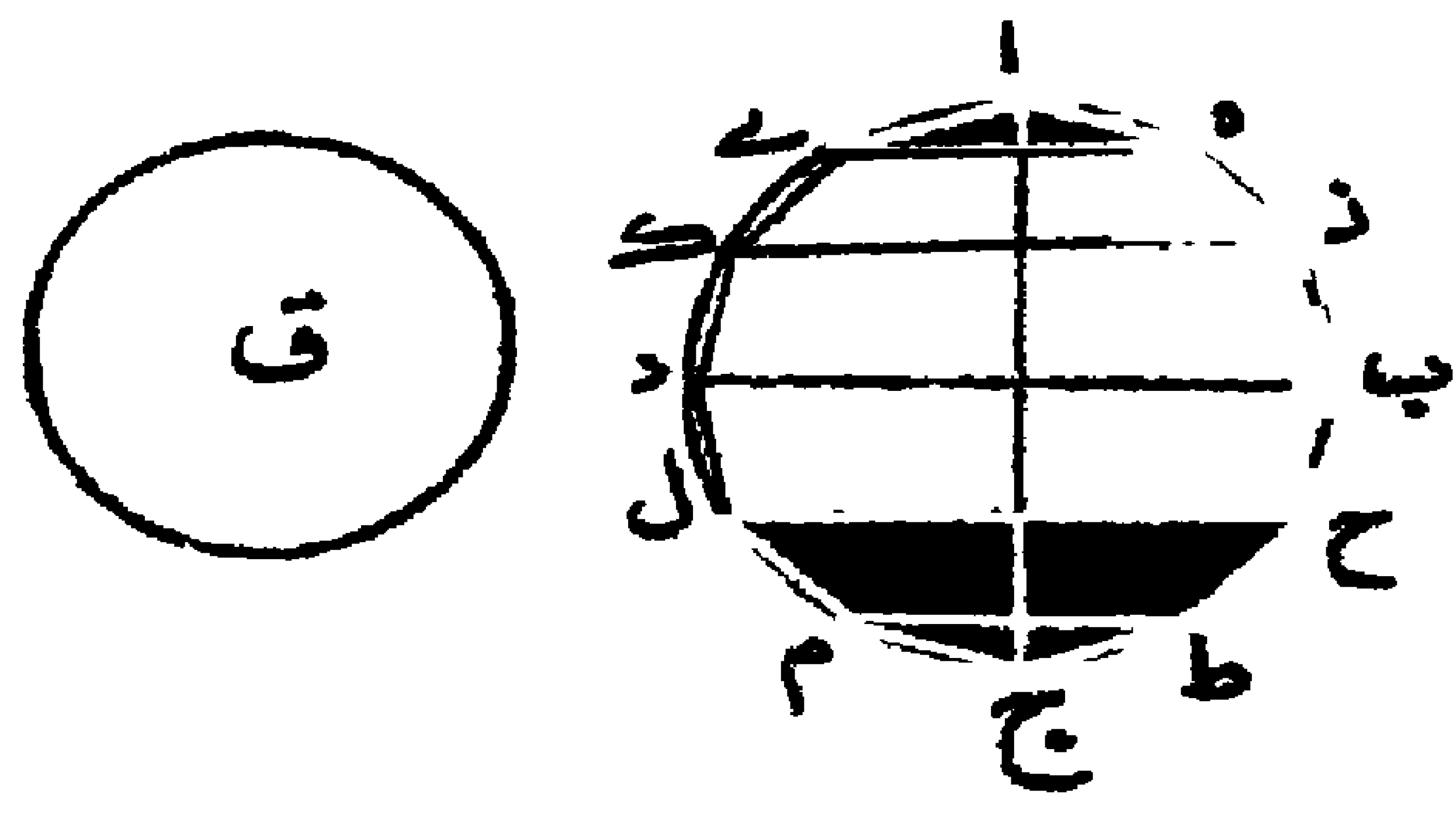
(١) الشكل الخمسون ـ ٥٠ ـ


شه
ا
ز
ن
ح
م
د
ب
ج

ر ٥١



ر ٥٢



مخروط ــ ا ه ز ــ لما مر فى الشكل السابع عشر ودائرة ــ ف ــ لسطح البعض الواقع بين ــ ه ز ــ ح ط ــ من المخروط لما مر فى الشكل التاسع عشر ودائرة ق ــ للذى بين ــ ح ط ــ ج د ــ ودائرة ــ ز ــ للذى بين ــ ج د ــ ك ل ودائرة ــ ش ــ للذى بين ــ ك ل ــ م ن ــ ودائرة ــ ت ــ لسطح مخروط ــ م ب ن ــ والدوائر الست جميعا لجميع سطح الجسم وقد تبين ان انصاف اقطار هذه الدوائر تقوى على سطح ــ ا ه ــ فى ــ ه ز ــ والموازية له جميعا ونصف قطر دائرة ــ س ــ كان يقوى ايضا على سطح ــ ا ه ــ فيها جميعا فاذا دائرة ــ س مساوية لسطح ذلك الجسم وذلك ما اردناه (١) .

(كح) وايضا سطح هذا الجسم المذكور الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة فلتكن دائرتها العظيمة التى رسم فيها الشكل المتساوى الاضلاع اولا دائرة ــ ا ب ج د ــ ونصل ــ ط م ــ والخطوط الموازية لها وهى ــ ح ل ــ ب د ــ ز ك ــ ه ى ــ وليكن نصف قطر دائرة ــ ق ــ قويا على سطح ــ ا ه ــ فيها جميعا فتكون دائرة ــ ق ــ مساوية لسطح الجسم كما تبين فى الشكل المتقدم ولان نسبة هذه الخطوط جميعا الى قطر ــ ا ج ــ كنسبة ــ ج ه الى ــ ا ه ــ كما تبين فى الشكل الرابع والعشرين فسطح ــ ا ه ــ فى جميع هذه الخطوط المساوى لمربع نصف قطر دائرة ــ ق ــ مساو لسطح ــ ا ج ــ فى ج ه ــ وسطح ــ ا ج ــ فى ــ ج ه ــ اصغر من مربع ــ ا ج ــ فمربع نصف قطر دائرة ــ ق ــ اصغر من مربع ــ ا ج ــ فقطر ــ ا ج ــ اعظم من نصف قطر دائرة ــ ق ــ واربعة امثال مربع ــ ا ج ــ اعظم من مربع قطر دائرة ــ ق ــ ونسبة اربعة امثال مربع ــ ا ج ــ الى مربع قطر دائرة ــ ق ــ كنسبة اربعة امثال دائرة ــ ا ب ج د ــ الى دائرة ــ ق ــ فاربعة امثال دائرة ــ ا ب ــ ج د ــ اعظم من دائرة ــ ق ــ اعنى من جميع سطح هذا الجسم الذى فى الكرة وذلك ما اردناه (٢) .

(كط) وايضا هذا الجسم الذى فى الكرة مساو لمخروط الذى يساوى دائرة

---

(١) الشكل الحادى والخمسون ــ ٥ ــ (٢) الشكل الثانى والخمسون ــ ٥٢ ــ .

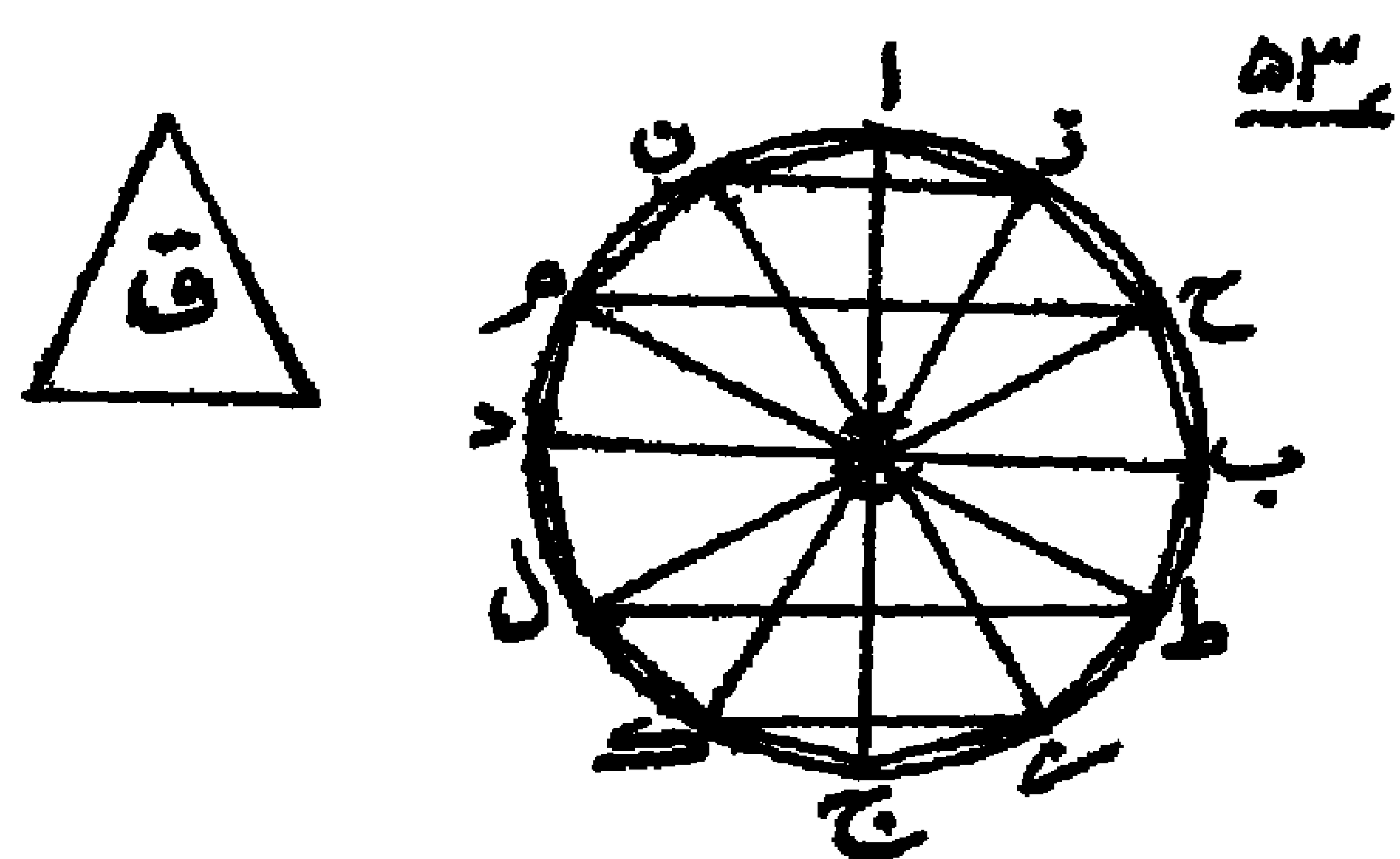
قاعدته سطح هذا الجسم وارتفاعه العمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع المذكور فليكن اعظم دائرة يقع فى الكرة ـ ا ب ج د ـ ومركزها ـ خ ـ وسائر ما ذكرنا على حاله وليكن ـ ق ـ مخروطا قائما قاعدته مساوية لسطح الجسم الذى فى الكرة وارتفاعه للعمود المذكور.

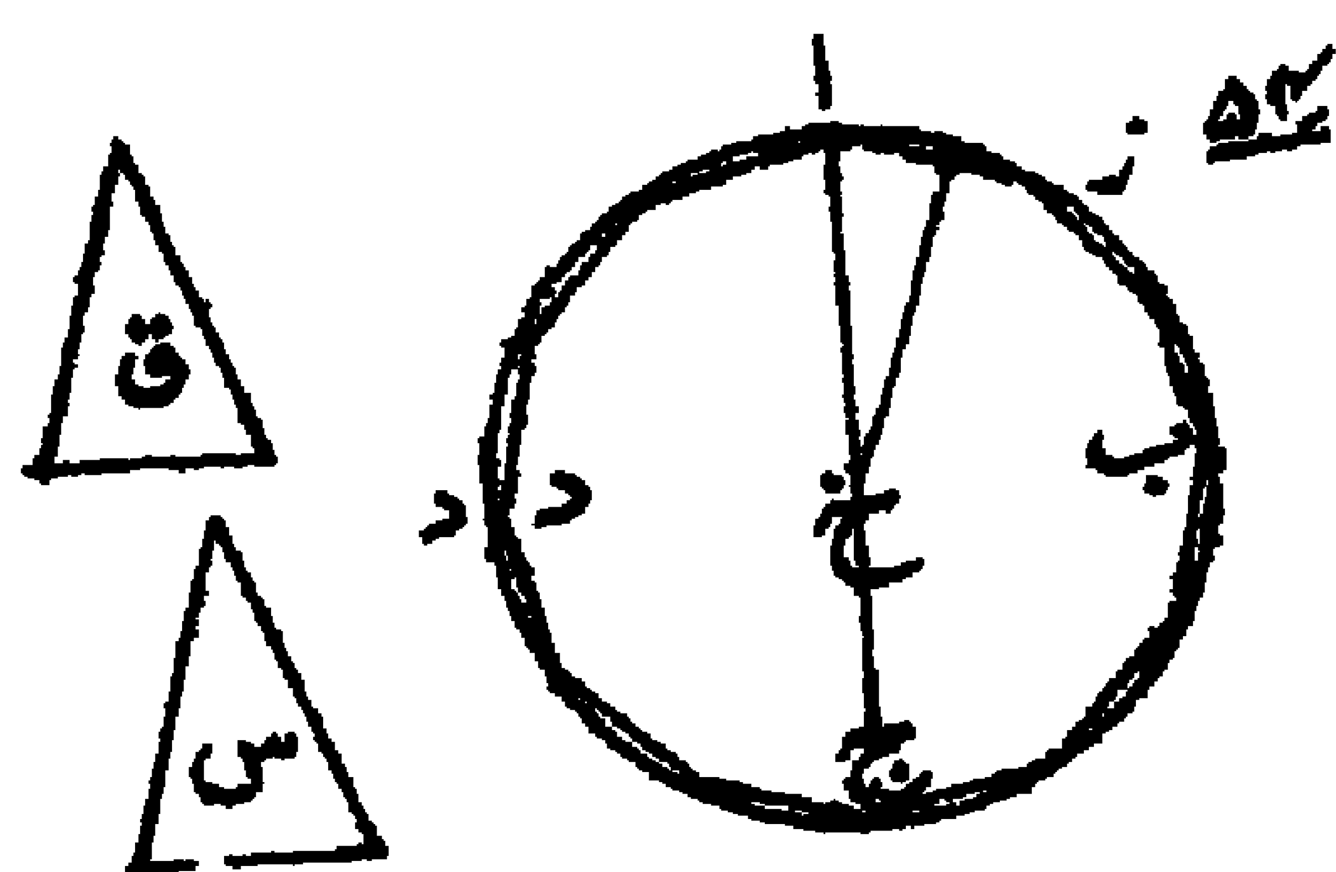
فنقول مخروط ـ ق ـ مساو للجسم المذكور وليقم على الدوائر التى اقطارها خطوط ـ ز ن ـ ـ ح م ـ ط ل ـ ى ك ـ مخروطات رؤوسها مركز الكرة فالمعين المجسم المركب من مخروطين قاعدتهما دائرة التى قطرها ـ ز ن ـ ورأساها ـ ا خ ـ مساو للمخروط الذى قاعدته مساوية لسطح مخروط ـ ز ا ن ـ وارتفاعه للعمود الواقع من نقطة ـ خ ـ على خط ـ ا ز لما مر فى الشكل الحادى والعشرين .

وايضا الفضلة الباقية من المعين المجسم التى يحيط بها السطح المخروطى الذى بين السطحين المتوازيين المارين ـ بز ن ـ م ح ـ وسطحا مخروطى ـ ز خ ن ـ ح خ م ـ مساوية للمخطروط الذى قاعدته مساوية لما بين السطحين المتوازيين المارين ـ بز ن ـ ح م ـ وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة خ ـ على خط ـ ز ح ـ لما تبين فى الشكل الثالث والعشرين .

وايضا الفضلة الباقيه من المخروط التى يحيط بها السطح المخروطى الواقع بين السطحين المتوازيين المارين ـ لخ م ـ ب د ـ وسطح مخروط ـ م خ ح ـ ودائرة ـ ب د ـ مساوية للمخروط الذى قاعدته مساوية للسطح المخروطى الواقع بين سطحى ـ ح م ـ ب د ـ وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة ـ خ ـ على خط ـ ح ب ـ لما تبين فى الشكل الثانى والعشرين وكذلك فى النصف الآخر من الكرة وجميع الجسم الكرى هو هذه المخروطات وهذه المخروطات مساوية لمخروط ـ ق ـ لان الارتفاعات كلها متساوية وقاعدة مخروط ـ ق ـ مساوية لجميع القواعد فاذا الجسم الكرى المذكور الذى فى

الكرة


٥٣
ا
ح
ب
ط
ج
ل
د
ق


٥٤
ا
ز
ب
خ
ج
د
ق
س

الكرة مسا ولمخروط ـ ق ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ل) وايضا الجسم المذكور الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة تقع فى الكرة وارتفاعه مسا ولنصف قطر الكرة فليكن مخروط ـ ق ـ مساويا للجسم الكرى وهو الذى قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مسا وللعمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع كما مر فى الشكل المتقدم ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ ا ب ـ ج د ـ العظمى التى فى الكرة وارتفاعه مساويا لنصف قطرها فلأن سطح الجسم الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال الدائرة العظمى لما مر فى الشكل الثامن والعشرين تكون قاعدة ـ ق ـ اصغر من اربعة امثال قاعدة مخروط ـ س ـ وارتفاع مخروط ـ ق ـ الذى هو العمود المذكور اصغر من ارتفاع مخروط ـ س ـ الذى هو نصف القطر فاذا مخروط ـ ق ـ اعنى الجسم الذى فى الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط ـ س ـ وذلك ما اردناه (٢) .

(لا) اذا رسم على دائرة عظيمة يقع فى الكرة كدائرة ـ ا ب ـ ج د ـ شكل متساوى الاضلاع يكون بعدد اضلاعه ربع ورسم على الشكل دائرة عليها ه ط ـ ح ز ـ ويكون مركز الدائرتين لا محالة مركز الكرة واخرج فيهما قطران متقاطعان يمران باطراف الاضلاع وهما ـ ه ح ـ ز ط ـ واثبت قطر ه ح ـ وا ديرت الدائرتان والشكل حوله فظاهر أن دائرة ـ ا ب ج د ـ تمر بسطح الكرة ودائرة ـ ه ز ـ ح ط ـ تمر بسطح كرة اخرى مركزها مركز الكرة الصغرى وان النقطة التى عليها تماس الشكل الدائرة ترسم على الكرة الصغرى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ا ب ـ ج د ـ على قوائم وان نقط الزوايا ترسم على الكرة العظمى دوائر قائمة على سطح دائرة ـ ح ز ـ ه ط ايضا على قوائم وتمر اضلاع الشكل بقطع من المخروطات يشبه خلقتها خلقة الجسم المذكور الذى فى الكرة فيكون مجسما كريا فى الكرة العظمى وعلى الكرة

---

(١) الشكل الثالث والخمسون ـ٥٣ـ (٢) الشكل الرابع والخمسون ـ٥٤ـ .

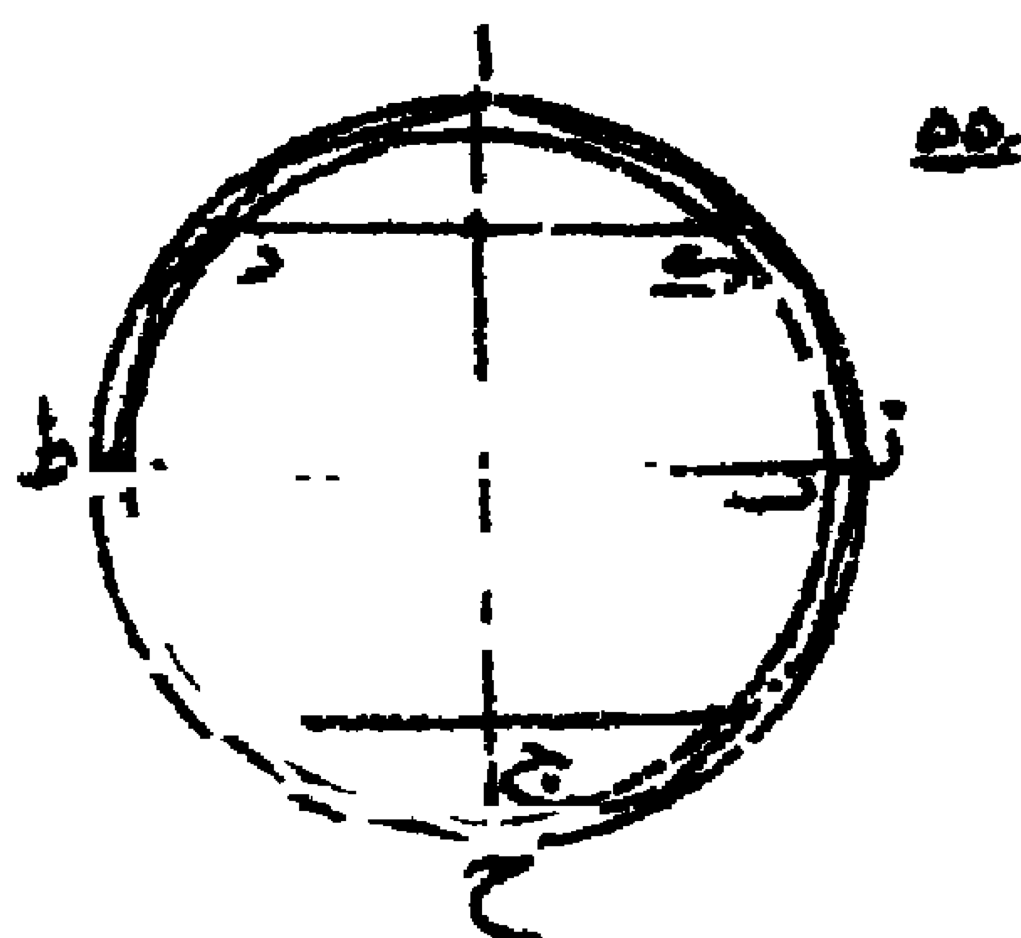
الصغرى وليكن ـ ك دَ ـ نقطتين عليهما يماس الشكل الدائرة الداخلة فاذا قسمت الكرة الصغرى الدائرة التى قطرها خط ـ ك د ـ بقسمين ليشتمل كل قسم على عميقين متحدتى الاطراف احدهما محيط وهو سطوح الجسم والآخر محاط به وهو قطعة من سطح الكرة الصغرى والاطراف المتحدة هى الدائرة القاسمة ويكون كل واحد من المحيطين اعظم من كل واحـد من المحاط بهما فسطح الجسم الكرى اعظم من سطح الكرة الصغرى .

اقول ولم يعدق نسخة اسحاق هذا الشكل من اشكال المقالة بل سمى بمقدمة لتوطئة ما بعدها سطح الجسم الذى على الكرة الموصوف مسا وللدائرة المعمول فى الكرة التى تقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع المتساوية فى جميع الخطوط الواصلة بين زوايا الشكل المتساوى الاضـلاع الذى على الدائرة الموازية للخط الذى يوتر ضلعين متجاوزين منها وذلك لانه معمول فى الكرة العظمى وقد بان هذا الحكم فى المجسم المعمول فى الكرة والمجسم فى الحالتين واحد (١) .

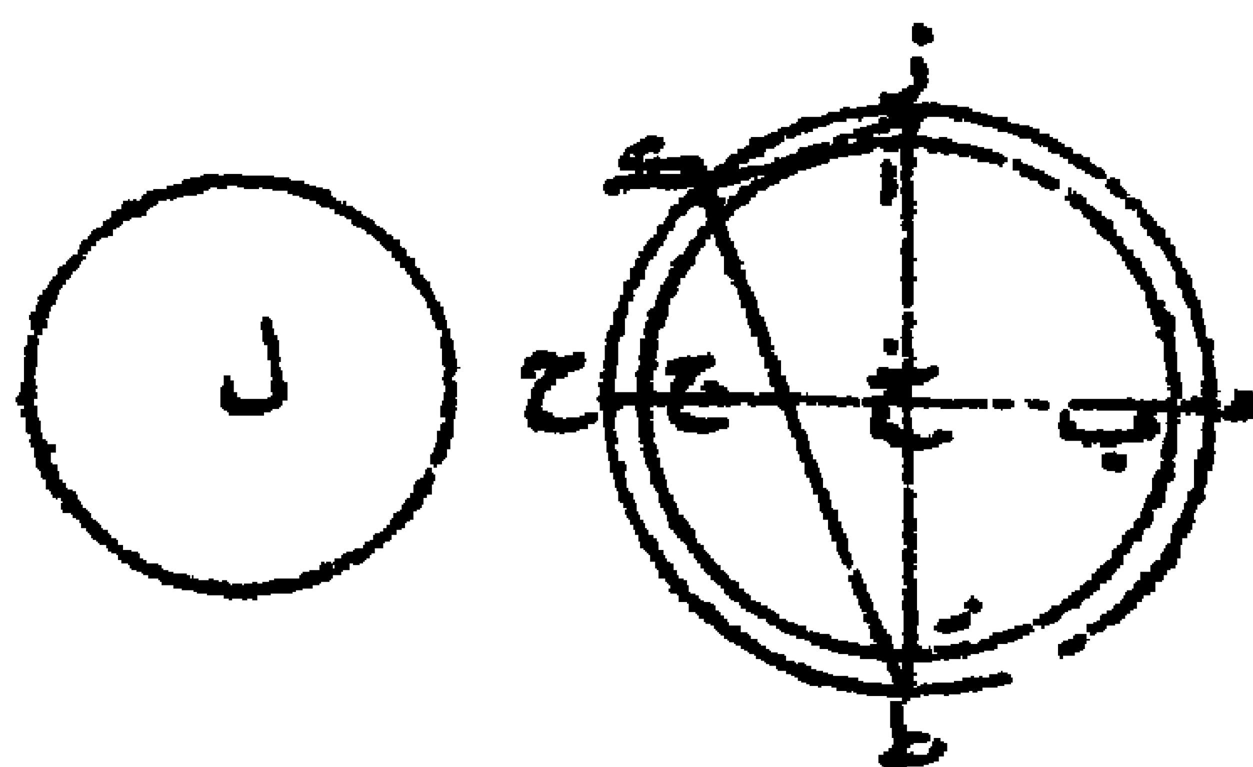
(لب) وايضا سطح المجسم الذى عـلى الكرة اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع على الكرة ولتكن الكرة والدائرة وسائر ما وصفنا بحالها ولتكن دائرة ـ ل ـ مساوية لسطح المجسم المحيط بالكرة الصغرى فلان فى دائرة ـ ه زح ط ـ شكلا متساوى الاضلاع اضلاعه زوج تكون نسبة الخطوط الواصلة بين زواياه الموازية ـ از ط ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ك ز ـ لما مر فى الشكل الرابع والعشرين فسطح احد الاضلاع فى جميع تلك الخطوط مس وسطح ـ ز ط ـ فى ـ ط ك ـ ويكون نصف قطر دائرة ـ ل ـ فى القوة مساوٍ لسطح ـ ز ط ـ فى ـ ط ك ـ لما مر فى الشكل السابع والعشرين الذى هو اعظم من مربع ـ ط ك ـ فيكون نصف قطر دائرة ـ ل ـ اعظم من ـ ط ك ـ و ـ ط ك ـ متساو لقطر دائرة ـ ا ب ج د ـ لأن ط ك ـ ضعف ـ خ د ـ و ـ خ د ـ نصف قطر دائرة ـ ا ب ج د ـ فاذا سطح

(١) الشكل السادس والخمسون ـ٥٥ـ

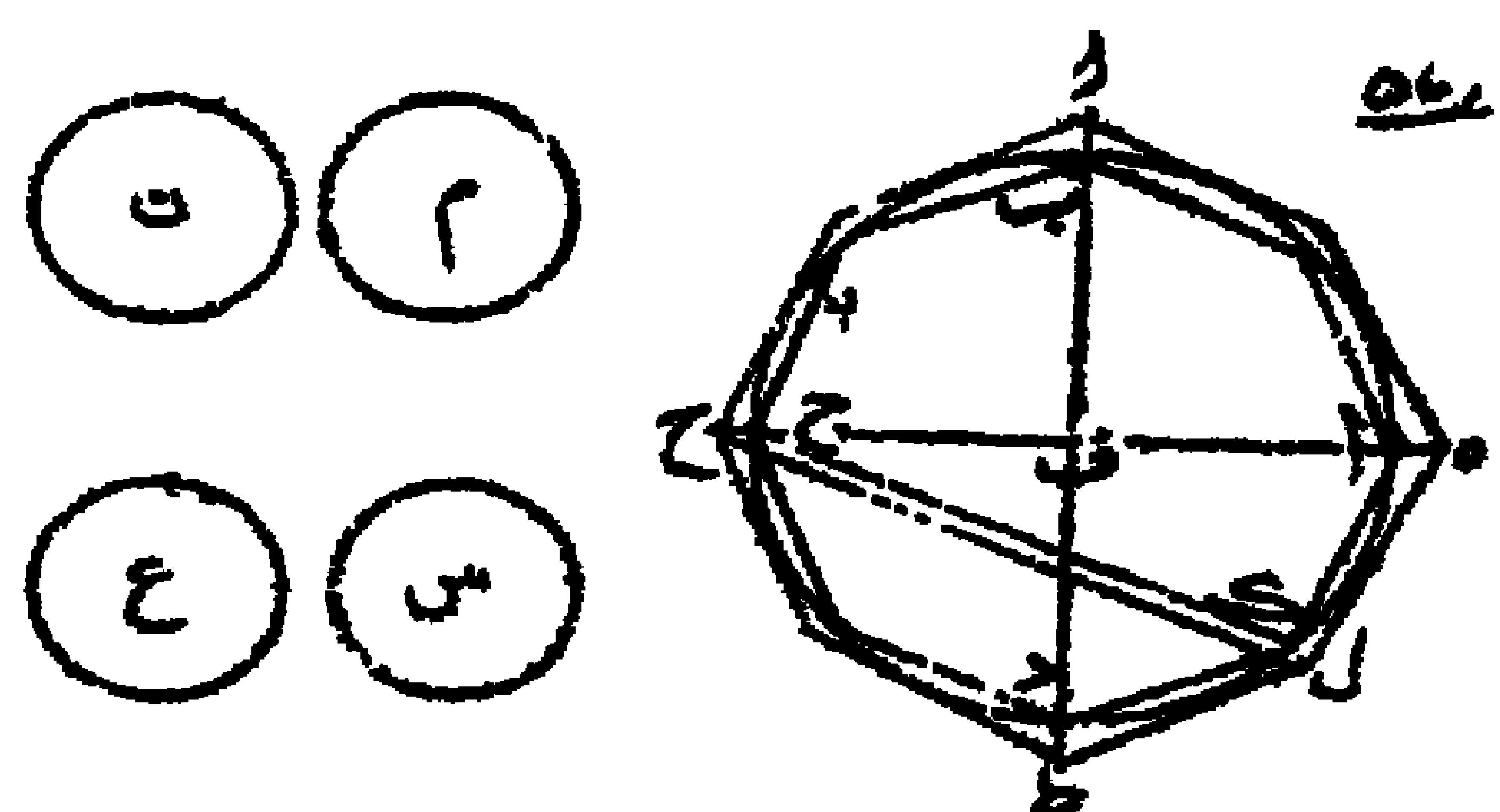
الجسم



٥٥
ط
د
ز
ح



ز
ك
ح
ب
ط
ل



الكرة والاسطوانة صك

المجسم الذى على الكرة الذى هو مثل دائرة ــ ل ــ اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى تلك الكرة وذلك ما اردناه (١) .

اقول ليتوهم لبيان ان ــ ط ك ــ ضعف ــ خ د ــ خط يخرج من خ ــ الى النقطة التى عليها تماس ــ ز ك ــ دائرة ــ ا ب د ج ــ فيكون المثلث الحادث من نصف ضلع ــ زك ــ وخط ــ زخ ــ وذلك الخط شبيها بمثلث ــ ز ط ك ــ لكون زاوية ــ ز ــ فيهما مشتركة وزاوية النقطة وزاوية ك ــ قائمتين وتكون نسبة الخط الخارج الواصل من ــ خ ــ الى النقطة الى نصف ــ زك ــ كنسبة ــ ط ك ــ الى ــ زك ــ فيكون الخط الواصل مساويا لنصف ــ ط ك ــ وهو مساو لخط ــ خ د ــ فاذا ــ ط ك ــ ضعف ــ خ د ــ وسيذكر هذا المعنى صريحا فى المتن ايضا فى الشكل الثانى والاربعين .

(لج) وايضا المجسم الذى على الكرة يساوى مخروطا دائرة قاعدته مساوية لسطح ذلك المجسم وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة وذلك لأن المجسم يقع فى الكرة العظمى ويكون حينئذ مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح ذلك المجسم وارتفاعه مساو لعمود يقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع لما تبين فى الشكل التاسع والعشرين وذلك العمود هو نصف قطر الكرة الصغرى فاذا ارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة التى عليها المجسم وذلك ما اردناه .

وقد استبان من ذلك ايضا ان هذا المجسم الذى على الكرة الصغرى اعظم من اربعة امثال مخروط قاعدته تساوى اعظم دائرة تقع فى تلك الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة لأن سطح المجسم اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة الصغرى كما تبين فى الشكل المتقدم فاذا المجسم المساوى لمخروط قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مساو لضعف قطر الكرة اعظم من مخروط قاعدته اربعة امثال اعظم دائرة يقع فى الكرة الصغرى وارتفاعه نصف قطرها اذ كانت القاعدة ها هنا اعظم من القاعدة هناك والارتفاعان

---

(١) الشكل السابع والخمسون ــ٥٧ــ .

متساويان .

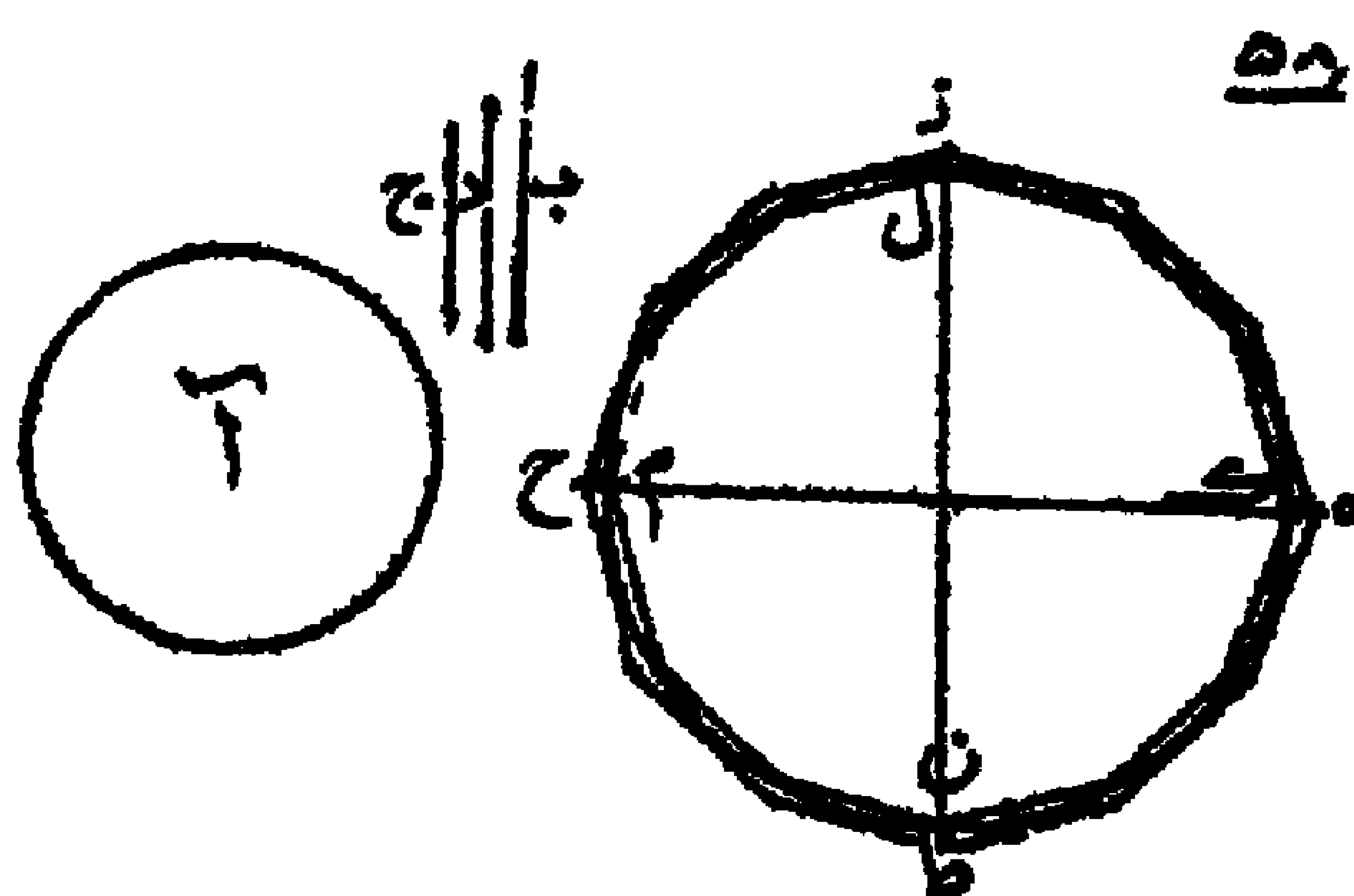
اقول عد ثابت هذا شكلا ولم يعده اسحق بل جعله تذنيبا لما تقدم (١) .

(لد) اذا عمل فى كرة وعليها مجسمان كما ذكرنا كانت نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة ضلع الشكل المتساوى الاضلاع الذى على الدائرة العظمى الواقعة على الكرة الى ضلع الشكل المتساوى الاضلاع الذى فيها مثناة بالتكرير ونسبة المجسم الذى عليها الى الذى فيها كتلك النسبة ايضا مثلثة بالتكرير فليكن – ا ب ج د – الدائرة العظمى لكرة وليرسم عليها وفيها شكلان متساوى الاضلاع لعددها ربع وليكن قطرا – ه ح – ز ط – للدائرة تحيط بالشكل الذى عليها متقاطعين على قوائم وواصلين بين الزوايا و ا ج – د ب – منها قطرى دائرة – ا ب ج د – وليرسم لمجسمان والكرة حول قطر – ه ح – كما مر .

ونقول ان نسبة سطحيهما كنسبة – ه ل – ا ك – مثناة ونسبتهما كنسبتهما مثلثة ولتكن دائرة – م – مساوية لسطح المجسم الذى على الكرة ودائرة – ن لسطح المجسم الذى فيها ونصف قطر – م – تقوى على سطح – ه ل – فى الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى على الدائرة لما تبين فى آخر الشكل الحادى والثلاثين ونصف قطر – ن – على سطح – ا ك – فى الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى فى الدائرة لما تبين فى الشكل السابع والعشرين ولأن الشكلين متشابهان يكون السطحان المذكوران متشابهين وتكون نسبة السطح الى السطح نسبة الضلع الى الضلع فى القوة وهى كنسبة نصفى قطرى دائرتى – م ن – فى القوة فتكون نسبة قطرى الدائرتين كنسبة ضلعى الشكلين ونسبة الدائرتين كنسبة القطرين مثناة بالتكرير والدائرتان مساويتان لسطحى المجسمين فاذا نسبة سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة – ه ل – الى – ا ك – مثناة و نعمل مخروطين عليهما

(١) عنوان (لج) خال عن الشكل – ح .

س



الكرة والاسطوانة ص٦٣

س ع ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ م ـ وقاعدة مخروط ع ـ مساوية لدائرة ـ ن ـ وارتفاع مخروط ـ س ـ مساويا لنصف قطر الكرة وارتفاع مخروط ـ ع ـ مساويا للعمود الواقع من مركزها على ـ ا ك ـ فمخروط ـ س ـ مساو للجسم الذى على الكرة لما تبين فى الشكل الثالث والثلاثين ومخروط ـ ع ـ للجسم الذى فى الكرة لما تبين فى الشكل التاسع والعشرين ولأن المتساوى الاضلاع متشابهان تكون نسبة ـ ه ل ـ الى ا ك ـ كنسبة نصف قطر الكرة الى العمود الواقع من مركز الكرة على ـ ا ك ـ فنسبة ارتفاع مخروط ـ س ـ الى ارتفاع مخروط ـ ع ـ كنسبة ـ ه ل الى ـ ا ك ـ الذى هو كنسبة قطر دائرة ـ م ـ الى قطر دائرة ـ ن ـ اعنى قطر قاعدة مخروط ـ س ـ الى قطر قاعدة مخروط ـ ع ـ فالمخروطان متشابهان نسبة مخروط ـ س ـ الى مخروط ـ ع ـ كنسبة قطر دائرة قاعدة مخروط س ـ الى قطر دائرة قاعدة مخروط ـ ع ـ بل كنسبة قطر دائرة ـ م ـ الى قطر دائرة ـ ن ـ اعنى كنسبة ـ ه ل ـ الى ـ ا ك ـ مثلثة وذلك ما اردناه(١) .

اقول اذا وصلنا ـ ح ل ج ك ـ كان مثلثا ـ ح ل ه ـ ج ك ا متشابهين نسبة ـ ح ه ـ الى ـ ح ل ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ وسطح ه ح ـ فى ـ ح ل ـ نسبة سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ك ـ فتكون نسبة سطح ح ه ـ فى ـ ح ل ـ الذى يساوى سطح الجسم الذى على الكرة الى سطح ـ ا ج ـ فى ـ ج ك ـ الذى يساوى سطح الجسم الذى فى الكرة كنسبة ـ ح ه الى ـ ج ا ـ فى القوة بل كنسبة ـ ه ل ـ الى ـ ا ك ـ مثناة وهذا بيان قوله نسبة السطحين نسبة الضلعين مثناة .

(له) سطح كل كرة اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها فلتكن كرة ودائرة ا ـ اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها .

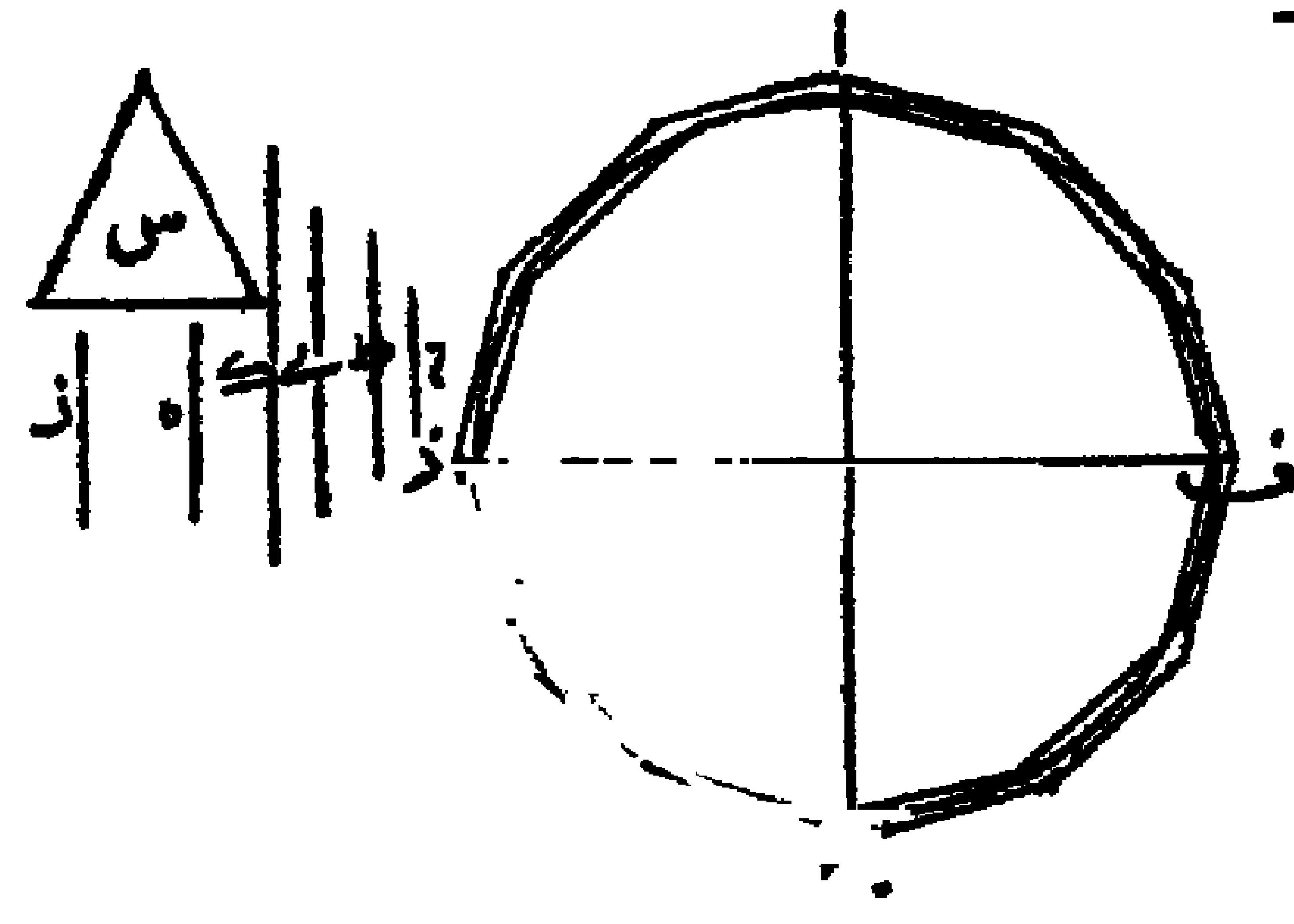
فنقول ان دائرة ـ ا ـ تساوى سطح تلك الكرة فان لم يكن كذلك فهى اما اصغر واما اعظم وليكن اولا اصغر فسطح الكرة والدائرة مقدار ان

---

(١) الشكل الثامن والخمسون ـ ٥٨ ـ

مختلفان اعظمهما سطح الكرة ونجعل نسبة خط ــ ب ــ الى خط ــ ج ــ اصغر من نسبة اعظمهما الى اصغرهما كما مر فى الشكل الثانى ولينا سبهما ــ د ــ فيما بينهما وننصف الكرة بسطح يمر بمركزها فتحدث على سطحها دائرة ــ ه ز ح ط ونعمل عليها وفيها شكلين متساوى الاضلاع كما ذكرنا تكون نسبة ضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ــ ب ــ الى ــ د ــ كما مر فى الشكل الثالث ونسبة الضلع الى الضلع مثناة اصغر من نسبة ــ ب ــ الى ــ د ــ مثناة اعنى من نسبة ــ ب ــ الى ــ ج ــ ونعمل على الكرة وفيها مجسمين كما ذكرنا فى الشكل السادس والعشرين والحادى والثلاثين فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كما مر فى الشكل المتقدم واصغر من نسبة ــ ب ــ الى ــ ج ــ وكانت نسبة ــ ب ــ الى ــ ج ــ اصغر من نسبة سطح الكرة الى دائرة ــ ا ــ فنسبة سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح المجسم الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة سطح الكرة الى دائرة ــ ا ــ وسطح المجسم الذى على الكرة اعظم من سطح الكرة لما مر فى الشكل الحادى والثلاثين فسطح المجسم الذى فيها اعظم من دائرة ــ ا ــ التى هى مساوية لاربعة امثال اعظم دائرة يقع فى الكرة وقد بان فى الشكل الثامن والعشرين ان سطح المجسم الذى فيها اصغر منها هذا خلف .

ثم لتكن دائرة ــ ا ــ اعظم من سطح الكرة ونجعل نسبة ــ ب ــ الى ج ــ اصغر من دائرة ــ ا ــ الى سطح الكرة ــ و ــ د ــ مناسبا لهما فيما بينهما ونرسم الشكلين الموصوفين على وجه تكون نسبة الشكل نسبة ضلع الذى على الدائرة الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ــ ب ــ الى ــ د ــ فتكون نسبة الشكل الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة ــ ب ــ الى ــ ج ــ ونعمل المجسمين على الكرة وفيها فتكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر من نسبة ــ ب ــ الى ــ ج ــ التى هى اصغر من نسبة دائرة ــ ا ــ الى سطح الكرة فنسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها اصغر كثيرا



الكرة والاسطوانة ص٦٥

من نسبة دائرة ـ ا ـ الى سطح الكرة وكان سطح المجسم الذى عليها اعظم من دائرة ـ ا ـ فيلزم ان يكون سطح المجسم الذى فيها اعظم من سطح الكرة هذا خلف لما مر فى الشكل السادس والعشرين واذا لم تكن دائرة ـ ا ـ اصغر ولا باعظم من سطح الكرة فهى مساوية له فاذا سطح الكرة يساوى اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها وذلك ما اردناه (١) .

كل كرة فانها اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة يقع فى تلك الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر تلك الكرة فليكن ـ ا ب ج د ـ اعظم دائرة يقع فى كرة ما و ـ س ـ مخروط قاعدته اربعة امثال دائرة ـ ا ب ج د ـ وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فان لم تكن الكرة مساوية لمخروط ـ س ـ فهى اما اعظم منه واما اصغر فلتكن اولا اعظم منه ونجعل نسبة خط ـ ك ـ الى خط ـ ح ـ اصغر من نسبة الكرة الى مخروط ـ س ـ كما مر فى الشكل الثانى وليكن خطا ـ ى ـ ط ـ بين ـ ك ح ـ على النسبة العددية اعنى تكون فضل ـ ك ـ على ـ ى ـ مساويا لفضل ـ ى ـ على ـ ط ـ ولفضل ـ ط ـ على ـ ح ـ ونرسم فى دائرة ـ ا ب ج د ـ وعليها شكلين متساوى الاضلاع يكون لعدد اضلاع كل واحد منها اربع وتكون نسبة ضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ى ـ كما مر فى الشكل الثالث وليتقاطع قطرا ـ ا ج ـ ب د ـ فى دائرة ـ ا ب ج د ـ على قوائم ونديرها حول ـ ا ج ـ فيحدث على الكرة وفيها مجسمان كما وصفنا فى الشكلين السادس والعشرين والحادى والثلاثين وتكون نسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة بالتكرير لما مر فى الشكل الرابع والثلاثين وكانت نسبة الضلع الى الضلع اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ى ـ نسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ى ـ مثلثة بالتكرير ونسبة ـ ك ـ الى ـ ح ـ اعظم من نسبة ـ ك ـ الى ى ـ مثلثة بالتكرير لما ذكره فنسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر كثيرا

(١) الشكل التاسع والخمسون ـ ٥٩ ـ.

من نسبة ــ ك ــ الى ــ ح ــ التى هى اصغر من نسبة الكرة الى مخروط ــ س فنسبة الجسم الذى على الكرة الى الجسم الذى فيها اصغر من نسبة الكرة الى مخروط ــ س ــ والجسم الذى على الكرة اعظم من الكرة فالجسم الذى فى الكرة يكون اعظم من مخروط ــ س ــ الذى قاعدته اربعة امثال دائرة ــ ا ب ج د ــ وارتفاعه نصف قطر الكرة وقد بان فى الشكل الثلاثين ان الجسم الذى فى الكرة يكون اصغر من ذلك هذا خلف .

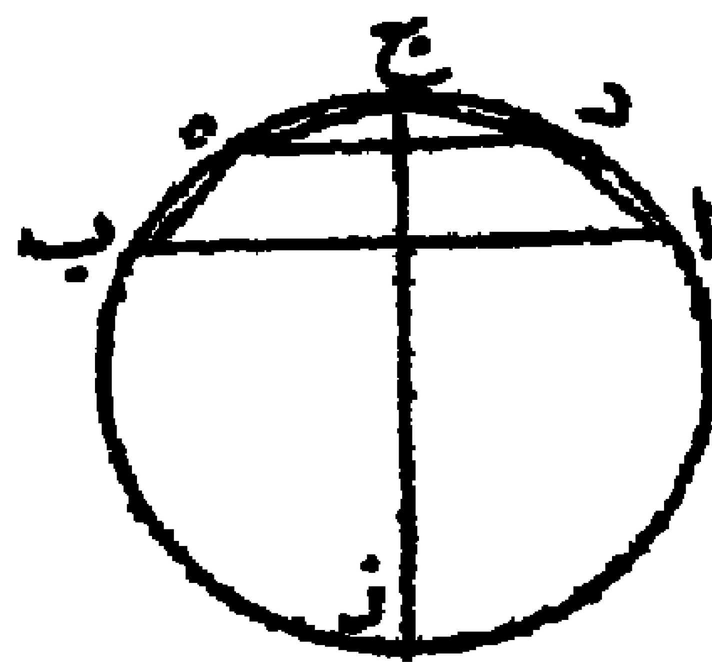
ثم لتكن الكرة اصغر من مخروط ــ س ــ ونجعل نسبة ــ ك ــ الاطول الى ــ ح ــ الاقصر اصغر من نسبة مخروط ــ س ــ الى الكرة وليكن خطا ــ ى ــ ط ــ بينهما كما فرضنا ونرسم على دائرة ــ ا ب ج د ــ وفيها شكلين كما وصفنا ونسبة الضلع الذى عليها الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ــ ك ــ الى ــ ى ــ ونرسم الجسمين الموصوفين فتكون نسبة الجسم الذى على الكرة الى الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة التى هى اصغر من نسبة ــ ك ــ الى ــ ى ــ مثلثة وهى اصغر من نسبة ــ ك ــ الى ــ ح ــ وهى اصغر من نسبة مخروط ــ س ــ الى الكرة فنسبة الجسم الذى على الكرة الى الجسم الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة مخروط ــ س ــ الى الكرة والجسم الذى على الكرة اعظم من مخروط س ــ الذى قاعدته اربعة امثال دائرة ــ ا ب ج د ــ وارتفاعه نصف قطر الكرة لما مر فى الشكل الثالث والثلاثين فالجسم الذى فى اعظم من الكرة هذا خلف واذا لم تكن الكرة اعظم ولا اصغر من مخروط ــ س ــ فهى مساوية له فاذا الكرة مساوية لاربعة امثال مخروط تساوى قاعدته اعظم دائرة يقع عليها وارتفاعه نصف قطرها وذلك ما اردناه (١) .

اقول اذا نقصنا ثلث فضل ــ ك ــ على ــ ح ــ من ــ ك ــ وجعلناه ى ــ ثم نقصناه مرة اخرى من ــ ى ــ وجعلنا الباقى منه ــ ط ــ صار ــ ك ــ ى ط ــ ح ــ على النسبة العددية المذكورة وليكن لبيان ان نسبة ــ ك ــ الى ــ ح اعظم من نسبة ــ ك ــ الى ــ ى ــ مثلثة بالتكرير نسبة ــ ك ــ الى ــ ى ــ كنسبة

---

(١) الشكل الستون ــ ٦٠ ــ

٦٠



الكرة والاسطوانة ص٦٦

ى ــ الى ــ ز ــ وكنسبة ــ ز ــ الى ــ ه ــ واذا نقصنا ــ ى ــ من ــ ك ــ و ــ ز ــ من ــ ى ــ كان بالتفصيل نسبة فضل ــ ك ــ على ــ ى ــ الى ــ ى ــ كنسبة فضل ــ ى ــ على ــ ز ــ الى ــ ز ــ وبالابدال نسبة فضل ــ ك على ى ــ الى فضل ــ ى ــ على ــ ز ــ كنسبة ــ ى ــ الى ــ ز ــ و ــ ى ــ اطول من ز ــ ففضل ــ ك ــ على ــ ى ــ اعنى فضل ــ ى ــ على ــ ط ــ اطول من فضل ى ــ على ــ ز ــ و ط ــ اقصر من ــ ز ــ وكذلك ــ ح ــ اقصر من ــ ه ــ ونسبة ــ ك ــ الى ــ ح ــ اعظم من نسبته الى ــ ه ــ التى هى نسبة ــ ك ــ الى ى ــ مثلثة بالتكرير .

قال وقد تبين من ذلك ان كل اسطوانة تكون قاعدتها مساوية لاعظم دائرة تقع فى كرة وارتفاعها مساويا لقطر قاعدتها فانها مثل ونصف الكرة وسطحها مع القاعدتين مثل ونصف سطح الكرة وذلك لأن تلك الاسطوانة ستة امثال مخروط تكون قاعدته اعظم دائرة تقع فى الكرة وارتفاعه نصف قطر الكرة والكرة اربعة امثال ذلك المخروط فالاسطوانة مثل ونصف الكرة وايضا قد بينا فى الشكل السادس عشر ان سطح الاسطوانة سوى قاعدتيها مساو لدائرة نصف قطرها متناسب لضلع الاسطوانة ولقطر قاعدتيها فيما بينهما وضلع اسطوانة التى ذكر مساو لقطر قاعدتها فيكون الخط المناسب لهما فيما بينهما مساويا لكل واحد منهما والدائرة التى نصف قطرها مساو لقطر القاعدة تكون اربعة امثال القاعدة فسطح الاسطوانة سوى قاعدتيها اربعة امثال اعظم دائرة تقع فى الكرة ومع قاعدتيها ستة امثالها وسطح الكرة اربعة امثالها فسطح الاسطوانة مثل ونصف سطح الكرة .

(لز) اذا قطع الكرة سطح لا يمر بالمركز وكانت الدائرة العظيمة القاطعة لذلك السطح على قوائم مثلا دائرة ــ ا ه ز ــ وعمل فى قطعة ــ ا ب ج ــ منها شكل متساوى الاضلاع سوى القاعدة عدد اضلاعه زوج واثبت قطر ــ ج

ز ــ وادير حوله الشكل حدث مجسم في القطعة كما وصفنا حاله في الكرة وتكون قاعدته الدائرة التي قطرها ــ ا ب ــ ورأسه ــ ج ــ وظاهر ان سطح قطعة الكرة اعظم من سطحه فانه محيط يحيط به (١) .

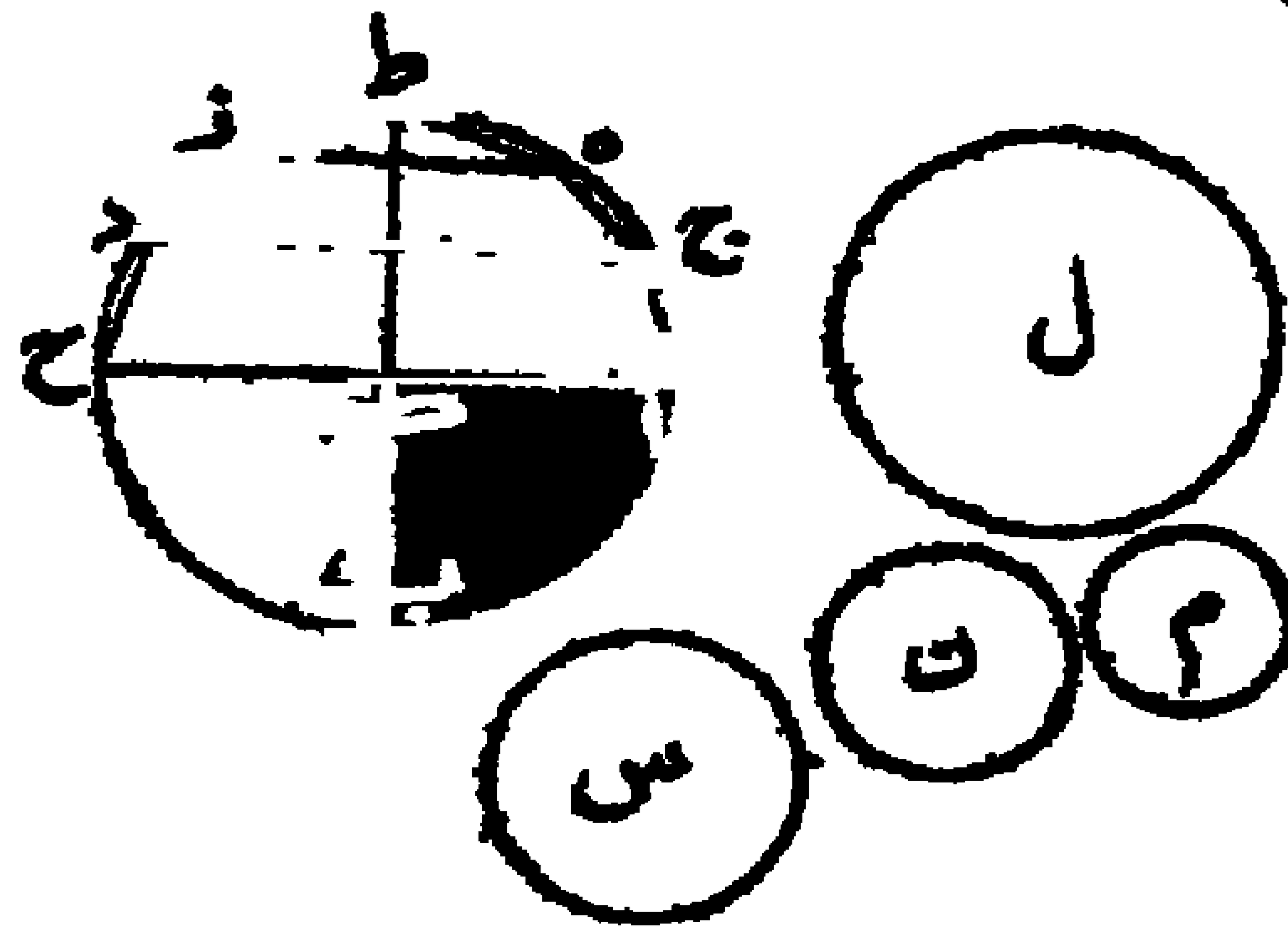
(لح) سطح المجسم المذكور الذى فى قطعة الكرة مساو لدائرة يقوى نصف قطرها على سطح احد اضلاع الشكل الذى فى قطعة الدائرة العظيمة فى الخطوط الموازية لقاعدتها مع نصف قاعدتها فلتكن الدائرة العظيمة ــ ا ب ح ط ونعمل فى قطعة ــ ا ط ح ــ شكل ــ ا ج ه ط ز د ح ــ المتساوى الاضلاع الزوج غير القاعدة وليكن نصف قطر دائرة ــ ل ــ يقوى على سطح ضلع ا ج ــ فى ــ ه ز ــ ج د ــ ا ك ــ جميعا .

فنقول انها مساوية بسطح المجسم الذى فى هذه القطعة فليقو نصف قطر دائرة ــ م ــ على سطح ــ ه ط ــ فى نصف ــ ه ز ــ فهى مساوية لسطح المخروط الذى قاعدته تمر به ورأسه ــ ط ــ لما مر فى الشكل السابع عشر وليقو نصف قطر دائرة ــ ن ــ على سطح ــ ج ه ــ فى نصفى ــ ه ز ــ ج د ــ فتكون مساوية لسطح المخروط الذى بين السطحين المتوازيين المارين ــ به ز ــ ج د ــ لما مر فى الشكل التاسع عشر وليقو نصف قطر دائرة ــ س ــ على سطح ــ ا ج ــ فى نصفى ــ ج د ــ ا ح ــ فيكون مساوية لسطح المخروط الذى بين السطحين المارين ــ بج د ــ ا ب ــ فجميع دوائر ــ م ــ ن ــ س ــ مساوية لسطح الجسم وانصاف اقطارها يقوى على سطح ــ ا ج ــ فى ــ ه ز ج د ــ ا ك ــ جميعا وكان نصف قطر دائرة ــ ل ــ يقوى عليه فدائرة ــ ل مساوية لتلك الدوائر جميعا بل لسطح الجسم الذى فى قطعة الكرة .

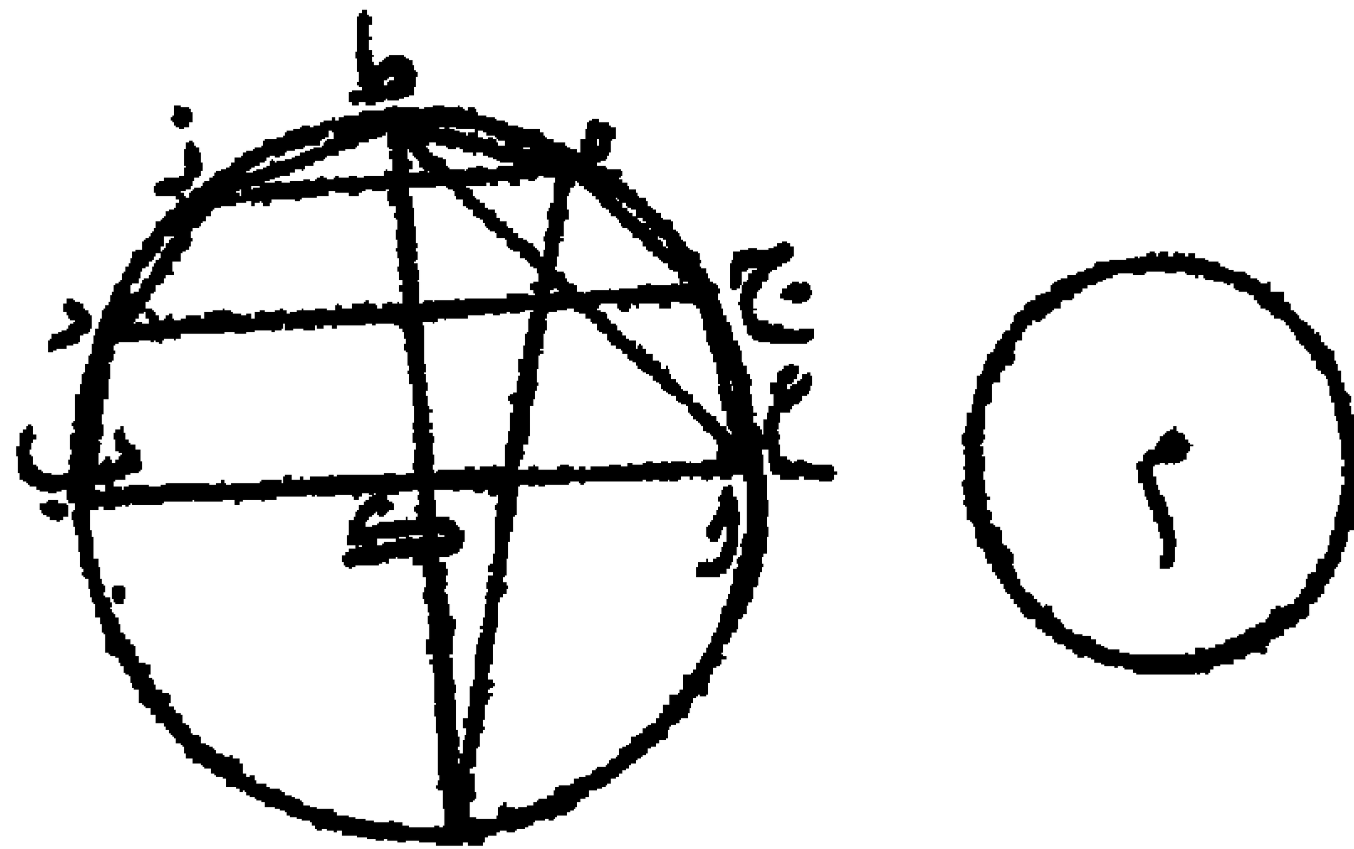
(لط) سطح المجسم المذكور الذى فى قطعة الكرة اصغر من دائرة نصف قطرها مساو للخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن الدائرة العظيمة الواقعة فى الكرة ــ ا ب ــ ز ه ــ وقاعدة القطعة دائرة قطرها ــ ا ب ونعمل فى القطعة من الدائرة والكرة الشكل والمجسم كما مر وليكن قطر الكرة

(١) الشكل الحادى والستون ــ ٦١ ط ل

علا



الكرة والاسطوانة صـ٦



الكرة والاسطوانة ص٢٩

ط ل ـ ونصل ـ ل ه ـ ط ا ـ وليكن ـ ط ا ـ نصف قطر دائرة ـ م ـ فنقول انها اعظم من سطح الجسم ـ لأن ـ سطح الجسم يساوى دائرة يقوى نصف قطرها على سطح ـ ه ط ـ ف ـ ه ز ـ ج د ـ ا ك ـ جميعا كما تبين فى الشكل المتقدم وقد تبين فى الشكل الخامس والعشرين ان ذلك مساو لسطح ه ل ـ ف ـ ك ط ـ وسطح ـ ه ل ـ ف ـ ك ط ـ اصغر من مربع ـ ا ط ـ اعنى من مربع نصف قطر ـ م ـ فاذا دائرة ـ م ـ اعظم من الدائرة المساوية لسطح الجسم المذكور وذلك ما اردناه (١).

اقول انما كان ـ ه ل ـ ف ـ ك ط ـ اصغر من مربع ـ ا ط لأن ـ ط ل ـ ف ـ ط ك ـ يساوى مربع ـ ا ط ـ و ـ ط ل ـ اطول من ـ ه ل .

(م) الجسم الموصوف الواقع فى قطعة الكرة الذى يحيط بـه قطع من سطوح مخروطات اذا زيد عليه مخروط قاعدته قاعدة الجسم ورأسه مركز الكرة كان الجميع مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح الجسم وارتفاعه للعمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل الذى فى قطعة الدائرة فلتكن القطعة من الدائرة العظيمة المارة بقطعة الكرة ـ ا ب ج ـ ومركز الكرة ـ ه ـ والشكل الذى فى قطعة الدائرة ـ ا ز ح ب ط ل ج ـ ونعمل على الدائرة التى قطرها ـ ا ج ـ مخروط ـ ا ه ج ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ك ـ مساوية لسطح الجسم وارتفاعه للعمود الخارج من ه ـ على احد الاضلاع .

فنقول انه مساو للمجسم مع مخروط ـ ا ج ه ـ ونعمل على دائرتى ح ط ـ ز ل ـ مخروطى ـ ح ه ط ـ زه ل ـ فمعين ـ ح ب ط ه ـ المجسم مساو لمخروط قاعدته سطح مخروط ـ ح ب ط ـ وارتفاعه العمود الخارج من ـ ه ـ على ـ ب ح ـ على ما تبين فى الشكل الحادى والعشرين والقدر من المجسم الذى يحيط به اسطح المخروطى الذى عليه ـ ح ز ط ل ـ وسطحا

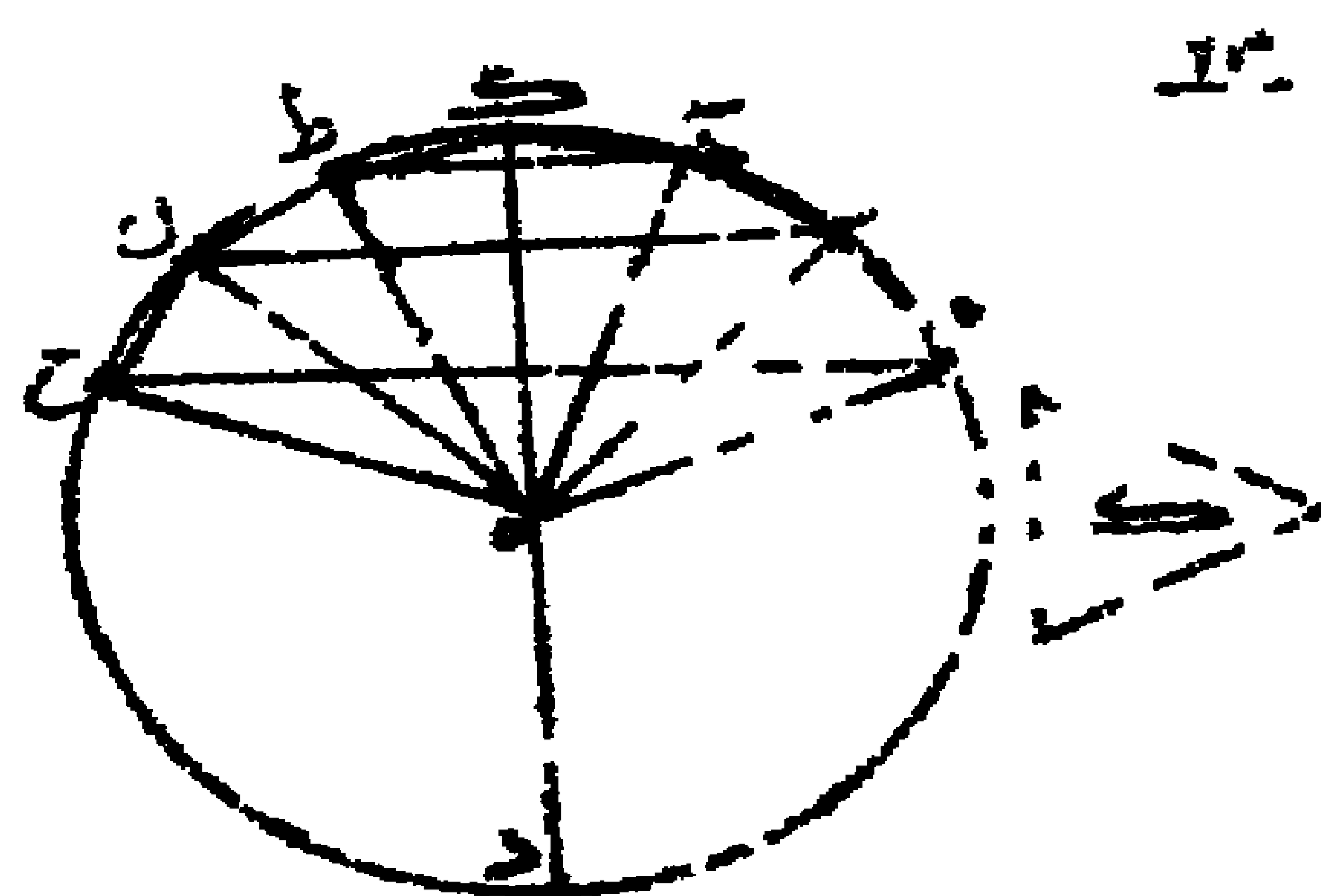
(١) الشكل الثانى والستون ـ ٦٢ ـ

مخروطى ــ ح ه ط ــ ز ه ل ــ مسا ولمخروط قاعدته السطح الذى عليه ح ز ط ل ــ وارتفاعه العمود الواقع من ــ ه ــ على ــ ز ح ــ لما تبين فى الشكل الثالث والعشرين والقدر الذى يحيط به السطح المخروطى الذى عليه ز ا ــ ل ج ــ وسطحا مخروطى ــ ز ه ل ــ ا ه ج ــ مساو لمخروط يساوى ٢ -
قاعدته السطح الذى عليه ــ ز ا ــ ل ج ــ وارتفاعه العمود الواقع من ــ ه ــ على ــ ا ز ــ والجميع مسا وللجسم الذى فى القطعة مع مخروط ــ ا ه ج ــ وقاعدة مخروط ــ ط ك ــ مثل هذه القواعد جميعا وارتفاعه مثل ارتفاع كل واحد منها فهو مسا وللجسم المذكور مع مخروط ــ ا ه ج ــ وذلك ما اردناه (١) .

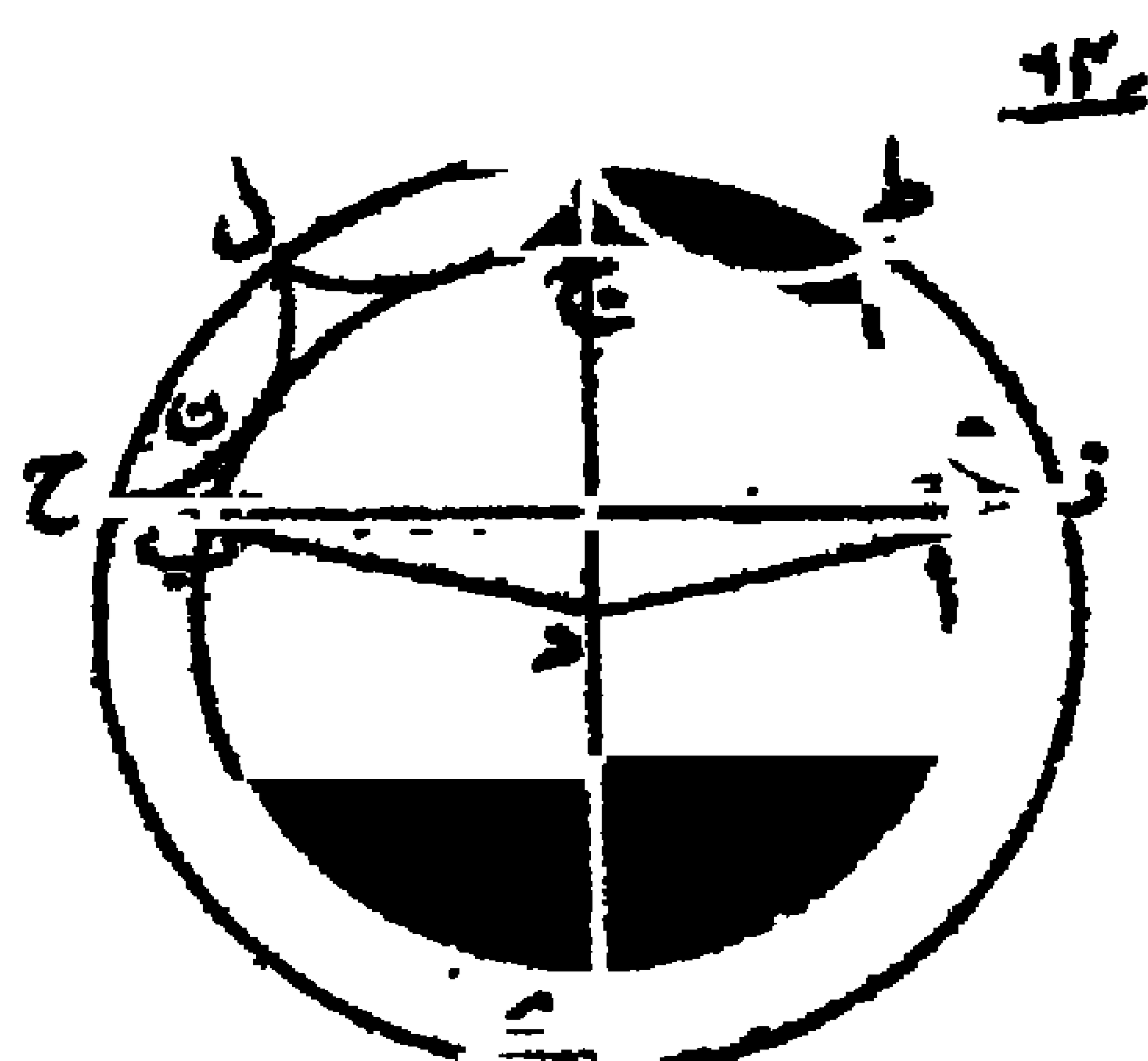
ويتبين من ذلك ان المخروط الذى نصف قطر قاعدته مساو للخط الخارج من رأس قطعة الكرة الى محيط قاعدتها وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة اعظم من الجسم الموصوف الذى فى قطعة الكرة مع المخروط المذكور ٣
ومن المخروط المساوى لها لأن قاعدة هذا المخروط مساوية لسطح الجسم المذكور وارتفاعه للعمود المذكور وكل واحد منها اصغر من نظيره فى ذلك المخروط .

(ما) لتكن كرة اعظم دائرة فيها ــ ا ب ج ــ وليقطع خط ــ ا ب ــ قطعة من الدائرة اقل من النصف وليكن المركز ــ د ــ ونخرج منه ــ د ا ــ د ب ونعمل على القطع الحادث تكلا متساوى الاضلاع زوجها ونعمل على الشكل دائرة تحيط به فيكون مركزها مركز دائرة ــ ا ب ج ــ ونثبت ــ ه ك ــ وندير الشكل لتحدث كرة عظمى فيها مجسم محيط بقطعة من الكرة الصغرى الاولى قاعدة ذلك المجسم الدائرة المارة ــ بز ح ــ ويكون سطحه اعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى التى قاعدتها الدائرة المارة ــ باب ــ وذلك انا نخرج خطى ــ ا م ــ ب ن ــ مماسين للدائرة الداخلة فيها يرسمان ايضا بالادارة مع الشكل سطحا مخروطيا ويكون العميق المحيط الذى عليه ــ ا م ط ه ل ن ب ــ اعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى التى قاعدتها تمر ــ با

(١) الشكل الثالث والستون ــ ٥٣ ــ ب


ط
د

[illegible]


٩٣ع
ل
ط
ج
ح
ز
ب
ا
د
م

ب ـ لاتحاد اطرافها وهي محيط الدائرة التي قطرها ـ ا ب ـ وكونها في جانب واحد منها والسطح المخروطي الذي عليه ـ م ز ـ ن ح ـ اعظم من السطح المخروطي الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ لكون خط ـ م ز ـ وتر القائمة اطول من خط ـ م ا ـ في مثلث ـ م ز ا ـ فجميع سطح الجسم المحيط اعظم من سطح قطعة ـ ا ج ب ـ وقد تبين مما مر في الشكل الثامن والثلاثين ان سطح الجسم المعمول على القطاع مسا وللدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع في الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف القاعدة فان هذا الجسم ايضا في كرة هي الكرة العظمى .

اقول انما يكون مركز الدائرة التي على الشكل مركز دائرة ـ ا ب ج لأن الخطوط الخارجة من مركز دائرة ـ ا ب ج ـ الى زوايا الشكل متساوية لكون كل واحد منها مساويا في القوة لنصف قطر الدائرة الصغرى ونصف ضلع الشكل وانما يكون السطح المخروطي الذي عليه ـ م ز ـ ح ن اعظم من الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ لأن السطح الذي عليه ـ م ز ـ ح ن مسا وللدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح ـ م ز ـ في نصف مجموع حصل ـ م ن ـ اذا وصل ـ وخط ـ ز ح ـ والسطح المخروطي الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح ـ م ا ـ في نصف مجموع ـ م ن ـ ا ب ـ و ـ ز ح ـ اطول من ـ ا ب ـ و ـ م ز ـ اطول من ـ م ا ـ والسطح الاول اعظم من الثاني ولذلك يكون السطح الذي اطول عليه ـ م ز ـ ح ن ـ اعظم من السطح الذي عليه ـ م ا ـ ن ب ـ (١) .

(مب) سطح الجسم المذكور المعمول في قطعة الكرة اعظم من دائرة نصف قطرها مساو للخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن الدائره العظيمة المارة بالجسم ـ ا ج ب د ـ والمركز ـ ه ـ والشكل الذي عليها ك ز ل ـ والدائرة التي على الشكل والباقي كما وصفنا ولنفرض نصف قطر دائرة ن ـ على سطح احد الاضلاع في الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف قاعدة

(١) الشكل الرابع والستون ـ ٦٤ ـ

ك ل ـ جميعا فهو مسا ولسطح ـ م ط ـ ف ـ ح ز ـ الذى هو ارتفاع قطعة ك ز ل ـ من الكرة العظمى كما بينا فى الشكل الخامس والعشرين ـ و ـ ح ز اطول من ـ ص د ـ الذى هو ارتفاع قطعة ـ ا د ب ـ من الكرة الصغرى لأنا اذا وصلنا ـ ك ز ـ ا د ـ كانا متوازيين ـ و ـ ا ب ـ موازـ لط ل ـ و ـ ز ه ـ مشترك فمثلثا ـ زك ح ـ د ا س ـ متشابهان و ـ زك ـ اطول من د ا ـ فزح ـ اطول من ـ د س ـ و ـ م ط ـ مساو لقطر ـ ج د ـ لانا اذا وصلنا ـ ه ع ـ كان موازيا ـ لم ط ـ لان ـ ز ع ـ نصف ـ ز م ـ و ـ ز ه نصف ـ ز ط ـ فه ع ـ اعنى ـ ه د ـ نصف ـ م ط ـ و ـ ج د ـ فى ـ د س مساو لمربع ـ ا د ـ فسطح مجسم ـ ك ل ز ـ الذى هو مساو كما تبين فى الشكل الحادى والثلاثين لدائرة ـ ن ـ التى تقوى نصف قطرها على سطح ـ م ط ـ ف ـ ح ز ـ اعظم من دائرة نصف قطرها مسا ولخط ـ ا د ـ الذى تقوى على ـ ط ـ اعنى ـ ج د ـ فى ـ د س ـ وخط ـ ا د ـ هو الخط المخرج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها التى هى الدائرة التى قطرها ـ ا ب ـ فاذا صح ما قلنا .

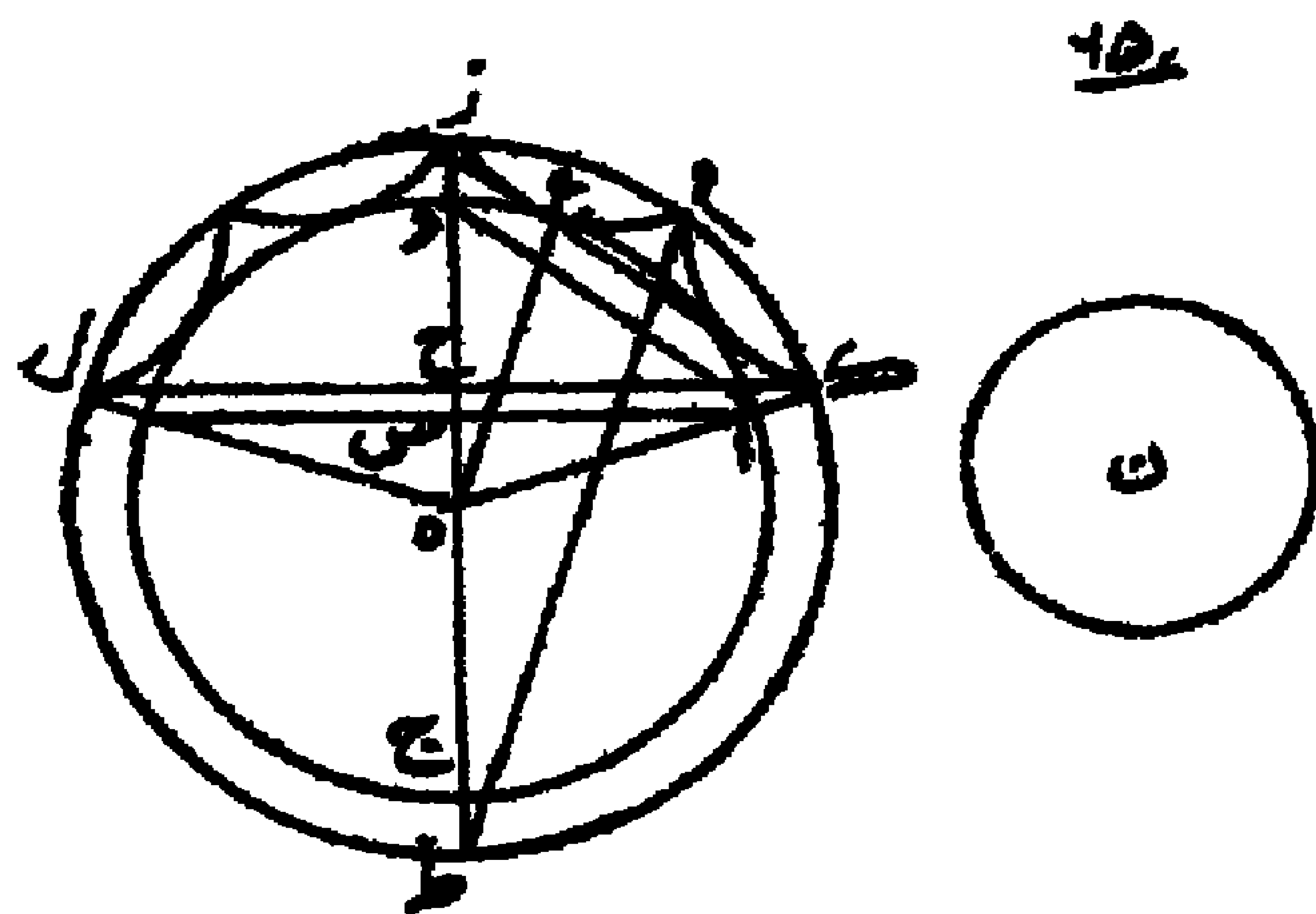
وقد بان فى الشكل الاربعين ان المجسم المذكور مع مخروط ـ ك ه ل ـ مساو لمخروط قاعدته دائرة ـ ن ـ وارتفاع العمود الواقع من المركز على احد الاضلاع اعنى نصف قطر الكرة الصغرى اذا كان المجسم واقعا فى الكرة العظمى التى مركزها ـ ه ـ ايضا ويتبين من ذلك انه اعنى المجسم مع مخروط ـ ك ه ل ـ اعظم من مخروط نصف قطر قاعدته خط ا د ـ وهو الخط الذى يخرج من رأس قطعة الكرة الصغرى الى محيط قاعدتها وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة الصغرى لأن ارتفاع المخروطين واحد وقاعدة الاول اعظم (١) .

(٥ج) لتكن ايضا كرة ودائرة عظمى تقع فيها وقطعة منها اصغر من النصف عليها ـ ا ب ج ـ والمركز ـ د ـ ونعمل فيها شكلا متساوى الاضلاع

(١) الشكل الخامس والستون ـ ٦٥ ـ

 زوجها

مه



زوجها وعليها شكلا شبيهابه فتكون اضلاعهما متوازية كل لنظيره ونرسم على الشكل الذى عليها دائرة ونثبت قطر ـ ح ب ـ وندير الشكل فتتم الكرتان والجسمان .

ونقول نسبة سطح الجسم الذى على القطاع الى سطح الذى فيه نسبة الضلع الى الضلع مثناة ونسبة الجسم مع المخروط الى الجسم مع المخروط نسبة الضلع الى الضلع مثلثة وليقو نصف قطر دائرة ـ م ـ على سطح احد الاضلاع الذى علي القطاع فى الخطوط الواصلة بين الزوايا مع نصف قاعدة ـ ه ز ـ فدائرة ـ م ـ مساوية لسطح الجسم الاعظم لمامر فى الشكل الحادى والاربعين وليقو نصف قطر دائرة ـ ن ـ على سطح احد الاضلاع الذى فى القطاع فى الخطوط الواصلة مع نصف ـ ا ج ـ فهى مساوية لسطح الجسم الاصغر لما تبين فى الشكل الثامن والثلاثين ونسبة احد السطحين الى الآخر بل احدى الدائرتين الى الاخرى كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ كما سأذكره ونسبة الشكل المتساوى الاضلاع الى نظيره التى هى ايضا كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ كنسبة دائرة ـ م ـ الى دائرة ـ ن ـ فاذا نسبة سطح الجسم الى سطح الجسم كنسبة الشكل الى الشكل وكنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثناة ولتكن قاعدة مخروط ـ س ـ مساوية لدائرة ـ م ـ وارتفاعه لنصف قطر الكرة الصغرى فهذا المخروط مساو للمجسم الذى على القطعة مع مخروط ـ د ه ز ـ لما مر فى الشكل الثانى والاربعين ولتكن قاعدة مخروط ـ ع ـ مساوية لدائرة ن ـ وارتفاعه للعمود الواقع من ـ د ـ على ـ ا ل ـ فهو مساو للمجسم الذى فى القطعة مع مخروط ـ د ا ج ـ كما تبين فى الشكل الاربعين ولأن نسبة ـ ه ط ـ الى نصف قطر الكرة الصغرى كنسبة ـ ا ل ـ الى العمود الواقع من د ـ على ـ ا ل ـ وكانت نسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة نصف قطر دائرة م ـ الى نصف قطر دائرة ـ ن ـ يكون مخروطا ـ س ـ ع ـ متشابهين ونسبة احدهما الى الآخر كنسبة القطر الى القطر بل كنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثلثة

بالتكرير وذلك ما اردناه (١) .

اقول انما تكون نسبة سطح الجسم الاعظم الى سطح الجسم الاصغر كنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ لأنا اذا وصلنا خط ـ د ل ك ـ كان مثلثا ـ د ل ا ـ د ك ا ـ متشابهين ونسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ د ا ـ اعنى كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ا ج ـ بل كنسبة نصفه الى نصفه وكنسبة كل واحد من الخطوط الواصلة بين الزوايا الى نظيره الواصلة بين الزوايا وكنسبة الجميع الى الجميع فاذا السطح الذى يحيط به ـ ه ك ـ مع الخطوط الواصلة ونصف ـ ه ز ـ جميعا شبيهة بالسطح الذى يحيط به ـ ا ل ـ مع الخطوط الواصلة ونصف ـ ا ج ـ جميعا ونسبة السطح الى السطح كنسبة ـ ه ك ـ الى ـ ا ل ـ مثناة وكنسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ا ل ـ .

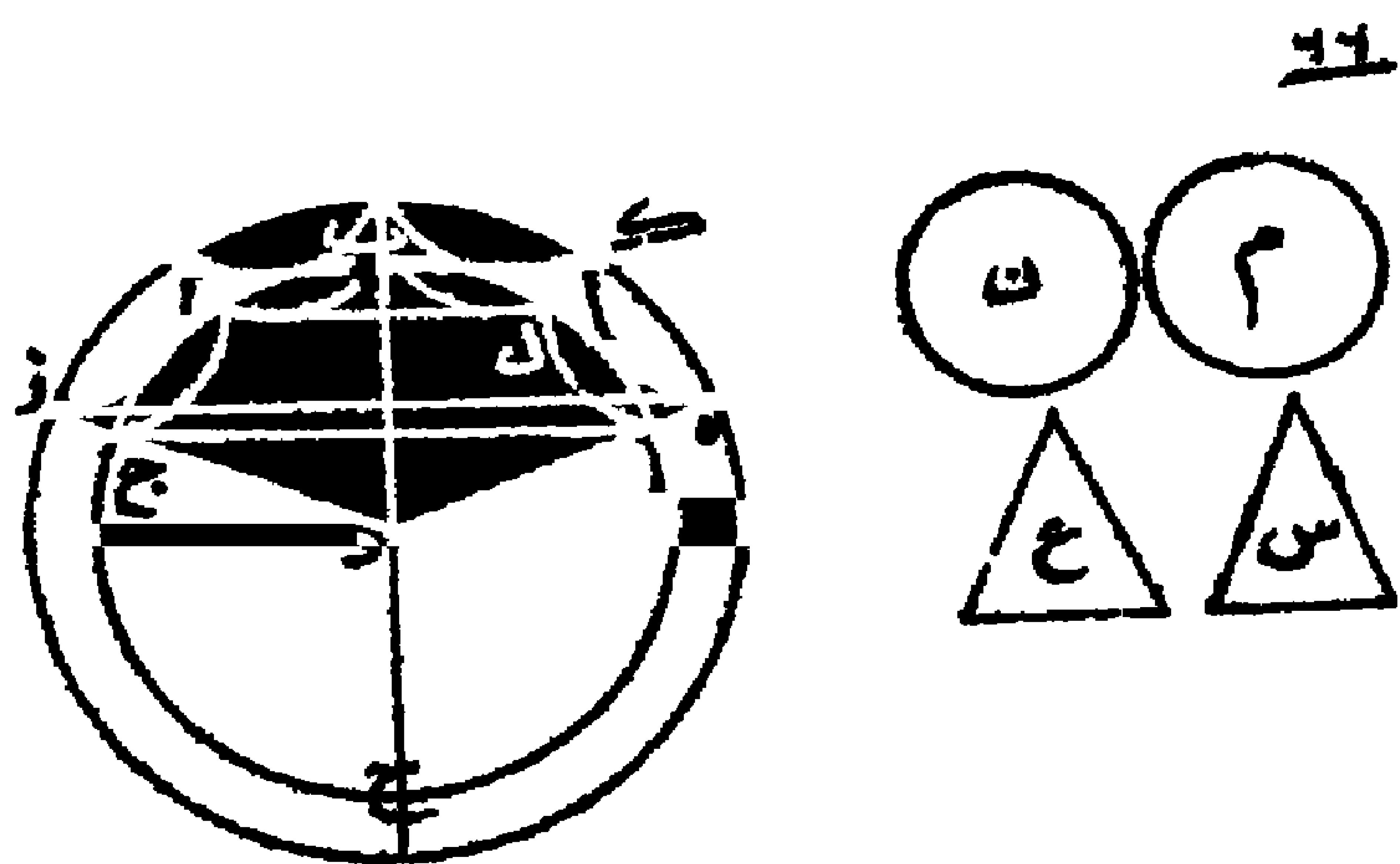
(مد) كل قطعة كرة اقل من نصفها فسطحها مساو للدائرة التى تساوى نصف قطرها الخط الخارج من نقطة رأس القطعة الى محيط قاعدتها فلتكن كرة دائرتها العظمى ـ ا ب ج ـ وقاعدة قطعة منها دائرة قطرها ـ ا ب ـ وهى قطعة ـ لا ب ج ـ على قوائم وليكن نصف قطر دائرة ـ ز ـ مساويا لخط ـ ب ج ـ .

فنقول سطح قطعة ـ ا ب ج ـ من الكرة يساوى دائرة ـ ز ـ والا لكان اما اعظم واما اصغر منها وليكن اولا اعظم ونخرج من ـ د ـ المركز ـ د ا ـ د ب ـ ونعمل على قطعة ـ ا ب ج ـ وفيها شكلين متساوى الاضلاع زوجها متشابهين نسبة الشكل الذى عليها الى الشكل الذى فيها اصغر من نسبة سطح القطعة الى دائرة ـ ز ـ كما مر فى الشكل الخامس وتتمم الجسمين فتكون نسبة سطح الجسم الذى عليها الى سطح الجسم الذى فيها كنسبة الشكل الى الشكل لكونهما على نسبة الضلع الى الضلع مثناة لما مر فى الشكل المتقدم وتلك النسبة اصغر من نسبة سطح قطعة الكرة الى دائرة ـ ز ـ وسطح

(١) الشكل السادس والستون ـ ٦٦ ـ

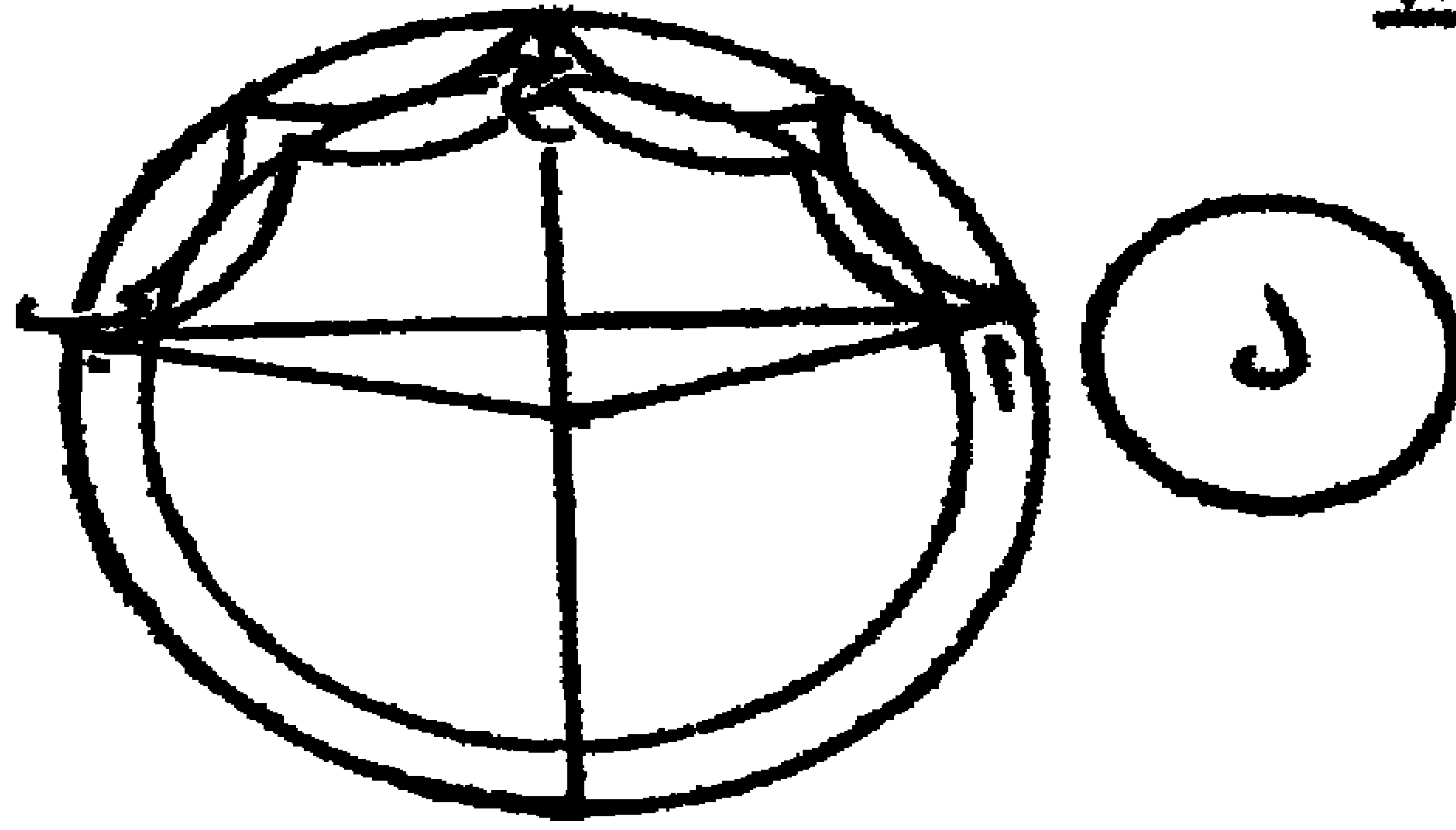
الجسم

٦٦

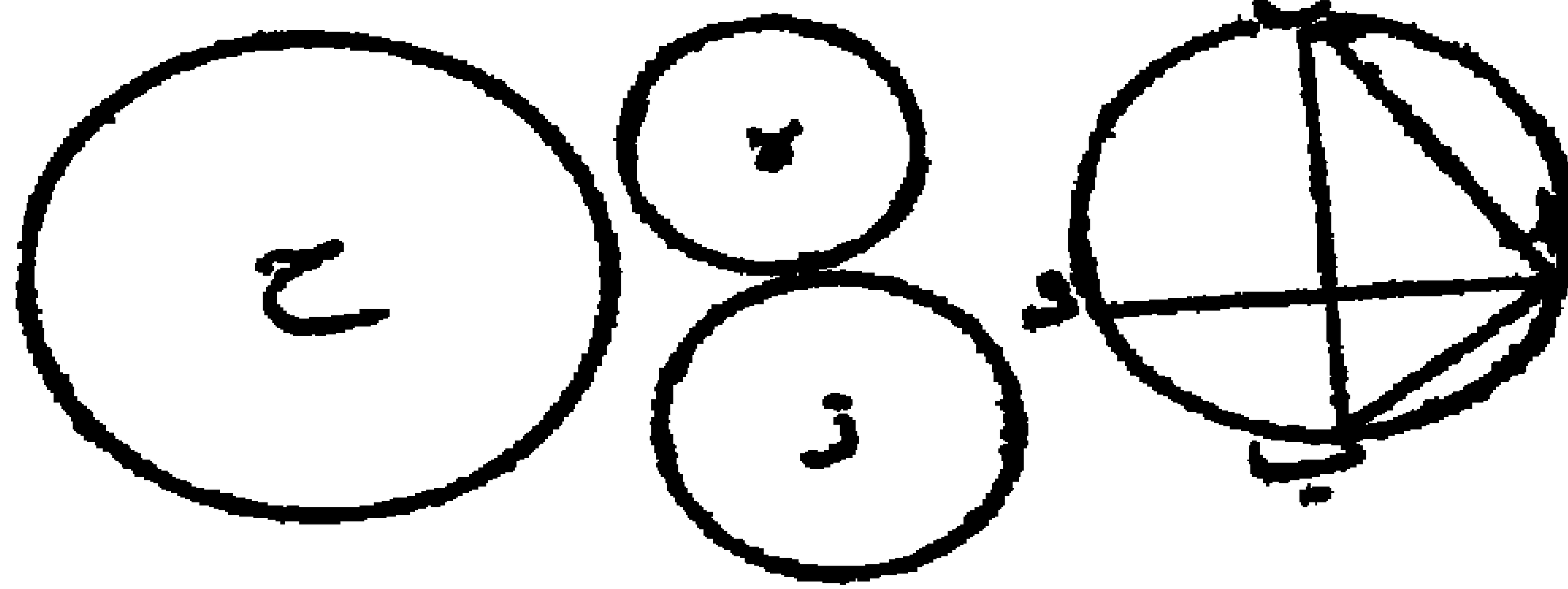


الكرة والاسطوانة ص٢٣

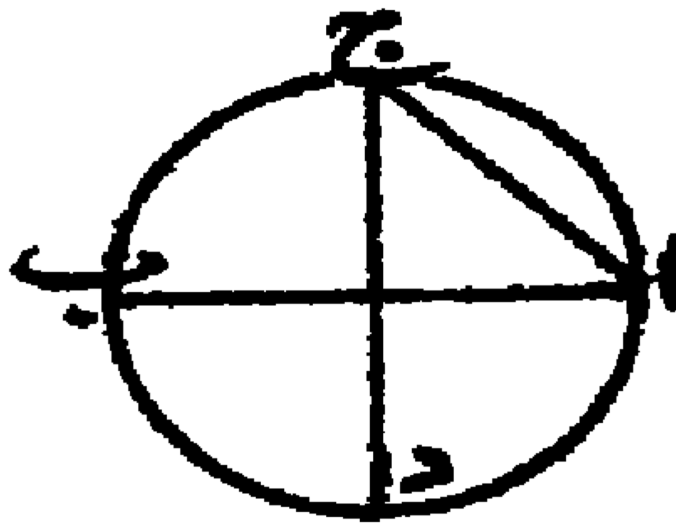
ع ٦٧



ع ٦٨



ع ٦٩



المجسم الذى عليها اعظم من سطح قطعة الكرة لما مر فى الشكل الحادى والاربعين فسطح المجسم الذى فيها اعظم من دائرة ـ ز ـ وقد بان فى الشكل التاسع والثلاثين انه اصغر منهـا هذا خلف وكذلك تبين ان سطح الكرة لا يكون اصغر منها فهى اذا مثلها وذلك ما اردناه (١) .

(مه) وكذلك الحكم فى كل قطعة كرة هى اعظم من نصفها ولنفصل الكرة بسطح يمر بخط ـ ا د ـ وليكن ـ ا ج د ـ اعظـم من النصف وليكن القطر ـ ب ج ـ وليتقاطع ـ ا د ـ ب ج ـ على قوائم ونصل ـ ب ا ـ ا ج ـ وليكن نصف قطر دائرة ـ ه ـ مثل ـ ب ج ـ فدائرة ـ ح ـ تساوى دائرتى ه ـ ز ـ ودائرة ـ ح ـ مساوية لسطـح الـكرة لان كل واحد منهما اربعة امثال الدائرة التى قطرها ـ ب ج ـ لما مر فى الشكل الخامس والثلاثين ولغيره من الاصول ودائرة ـ ه ـ مساوية لسطح قطعة ـ ا ب د ـ من الكرة كما مر فى الشكل المتقدم تبقى دائرة ـ ز ـ مساوية لسطح قطعة ـ ا ج د ـ العظمى من الكرة (٢) .

(مو) وكذلك الحـكم فى نصف الكرة فليكن ـ ا ب ـ ج د ـ قطرين متقاطعين على قوائم ونصل ـ ا ج ـ فيكون مربع ـ ج د ـ مثل مربع ـ ا ج والدائرة التى نصف قطرهـا ـ ج د ـ مساوية لسطح الـكرة لأنها اربعـة اضعاف دائرة ـ ا ج ـ ب د ـ فسطح الكرة مثلا الدائرة التى نصف قطرها ـ ج ا ـ فاذا سطح نصف الكرة مثلها وذلك ما اردناه (٣) .

اقول ولم يعد هذا فى نسخة اسحق شكلا مفردا

(مز) كل قطاع كرة تـكون قطعة الـكرة منه اصغر من نصفها فهو مساو لمخروط قاعدته تساوى سطح القطعه من الـكرة التى للقطـاع وارتفاعه ساوى نصف قطر الكرة فلتكن دائرة الكرة العظمى ـ ا ب د ـ والمركز ـ ج ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ط ـ مساوية لسطح القطعة من الكرة وارتفاعه

(١) الشكل السابع والستون ـ ٦٧ ـ (٢) الشكل الثامن والستون ـ ٦٨ ـ
(٣) الشكل التاسع والستون ـ ٦٩ ـ

مثل ـ ب ج .

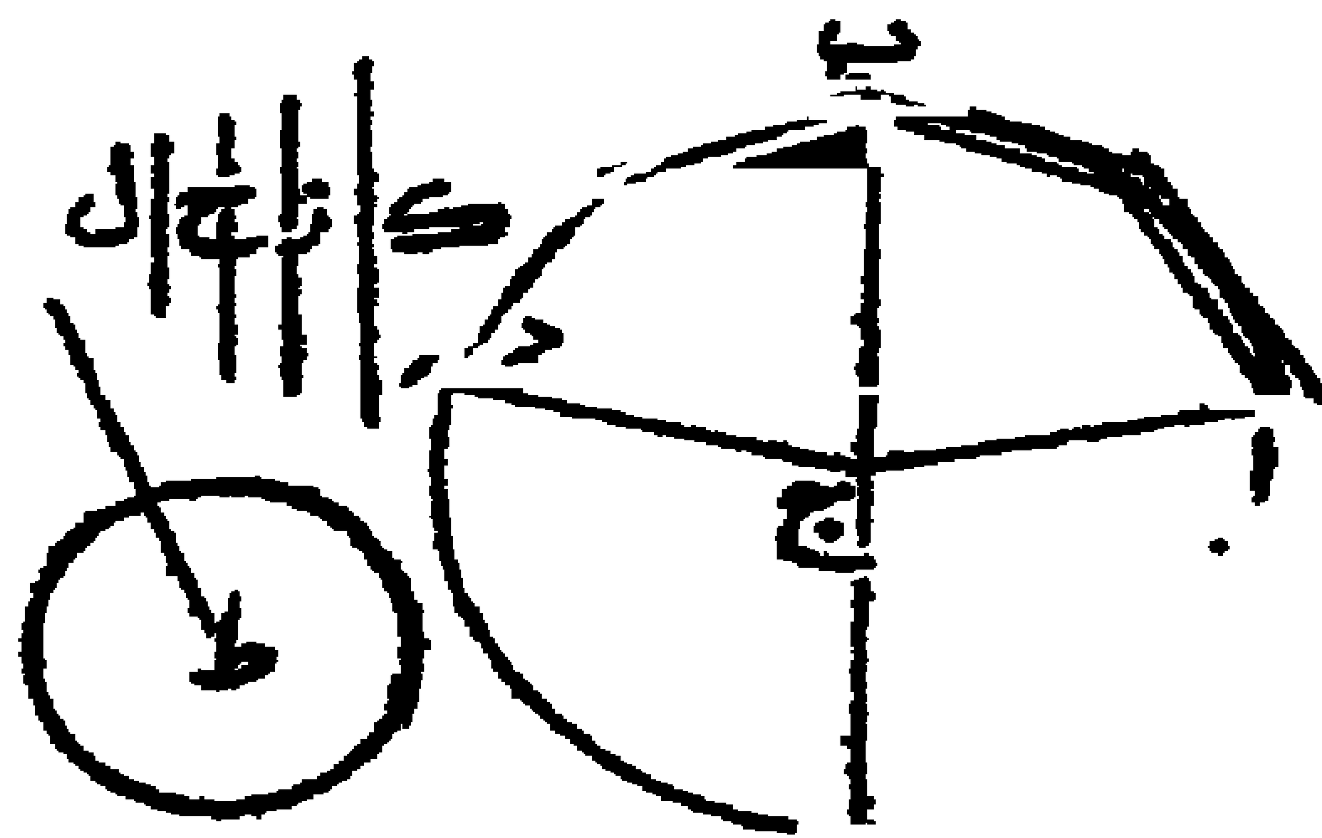
فنقول ان القطاع مساوية للمخروط والا لكان اما اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونجعل نسبة خط ـ ك ـ الاطول الى خط ـ ه ـ الاقصر اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ـ ط ـ كما مر فى الشكل الثانى وليكن خطا ـ ز ـ ح ـ بينهما على وجه يكون فضل ـ ك ـ على ـ ز ـ مثل فضل ـ ز على ـ ح ـ ومثل فضل ـ ح ـ على ـ ه ـ ونعمل على قطاع الدائرة وفيه شكلين عدد اضلاعهما ز و ج متشابهين تكون نسبة ضلع الذى عليه الى ضلع الذى فيه اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ز ـ كما مر فى الشكل الثالث وتتمم المجسمين فتكون نسبة الجسم الذى على القطاع مع مخروط وأسه ـ ج ـ الى الجسم الذى فيه مع مخروطه كنسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل مثلثة كما مر فى الشكل الثالث والاربعين ونسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ز ـ فنسبة الجسم الى الجسم مع المخروطين اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ز ـ مثلثة التى هى اصغر من نسبة ـ ك ـ الى ـ ه ـ كما بينا التى هى اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ـ ط ـ فنسبة الجسم الذى على القطاع مع مخروطه الى الجسم الذى فيه مع مخروطه اصغر كثيرا من نسبة القطاع الى مخروط ـ ط والجسم الذى على القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع فالجسم الذى فيه مع مخروطه اعظم من مخروط ـ ط ـ وقد بان فى الشكل الاربعين انه اصغر منه هذا خلف .

ثم ليكن مخروط ـ ط ـ اعظم من القطاع ونجعل نسبة ـ ك ـ الى ـ ه ـ اصغر من نسبتهما ونستأنف العمل الى ان نبين ان نسبة الجسم الذى على القطاع مع مخروطه الى الجسم الذى فيه مع مخروطه اصغر من نسبة مخروط ط ـ الى القطاع والجسم الذى على القطاع اعظم من مخروط ـ ط ـ لما مر فى آخر الشكل الثامن والاربعين فالجسم الذى فى القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع هذا خلف فاذا القطاع يساوى مخروط ـ ط ـ وذلك ما اردناه(١) .

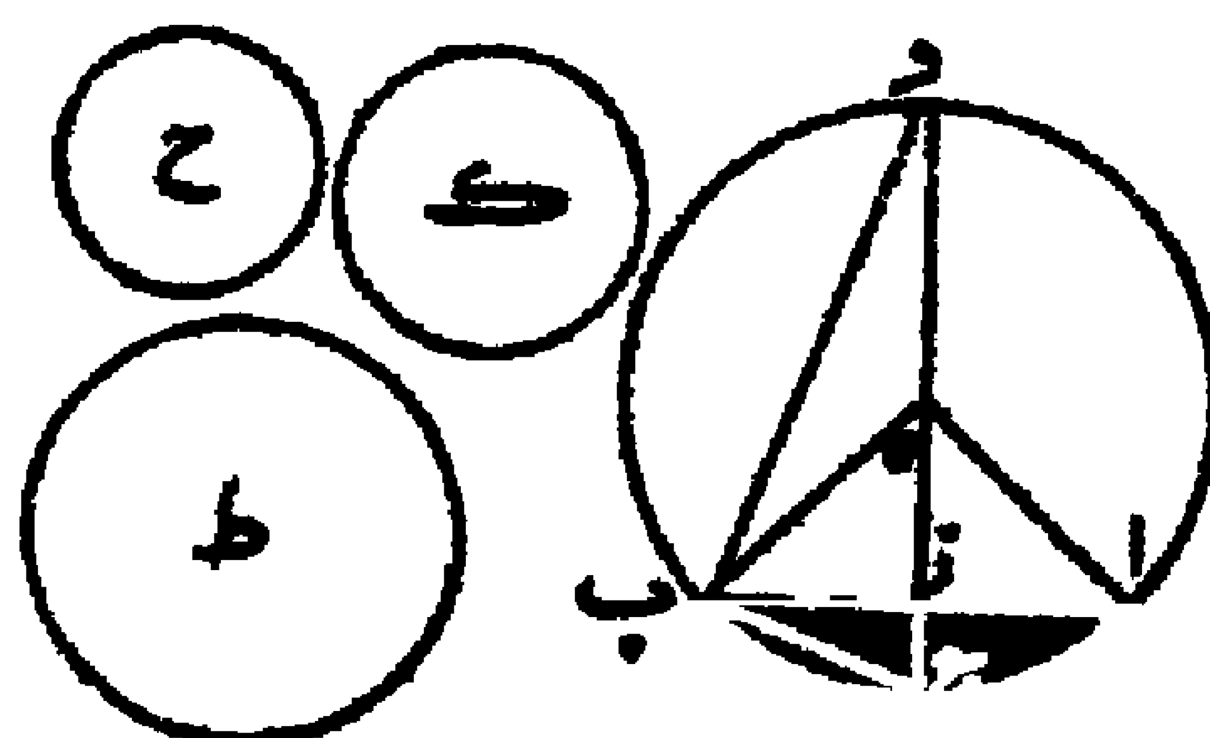
---

(١) الشكل السبعون ـ ٧٠ ـ .

٢٠٤



لك



(صح) وايضا القطاع الذى قطعة الكرة منه اعظم من نصفها يساوى المخروط الذى قاعدته مساوية لسطح القطعة العظمى وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة ولتكن دائرتها العظمى ـ ا ج ب و ـ والقطر ـ ج د ـ والمركز ـ ه ـ وليكن ب ز ـ عمودا على ـ ج د ـ فقطاع ـ ا ج ـ ب ه ـ يساوى المخروط الذى يساوى نصف قطر قاعدته ـ ب ج ـ وارتفاعه ـ ج ه ـ كما مر فى الشكل المتقدم وليكن ـ ب ج ـ نصف قطر دائرة ـ ح ـ و ـ ب د ـ نصف قطر دائرة ـ ك ودائرة ـ ط ـ اربعة امثال دائرة ـ ا ب ج ـ فهو مثل سطح الكرة لما مر فى الشكل الخامس والثلاثين ونرسم على دوائر ـ ح ـ ط ـ ك ـ مخروطات ارتفاعاتها مثل نصف قطر الكرة فيكون مخروط ـ ط ـ مساويا للكرة لما مر فى الشكل السادس والثلاثين ومخروط ـ ح ـ لقطاع ـ ا ج ـ ب ه ـ لما مر فى الشكل المتقدم ويبقى مخروط ـ ك ـ الذى نصف قطر قاعدته ـ ب د وارتفاعه ـ ه د ـ مساويا لقطاع ـ ب د ـ ا ه ـ وذلك ما اردناه (١) .

تمت المقالة الاولى من كتاب الكرة والاسطوانة

المقالة الثانية

من كتاب ارشميدس فى الكرة والاسطوانة

صدر المقالة

الى ذوسيثاوس من ارشميدس ـ سلام عليك قد كنت ابتدأت ياذوسيثاوس فارسلت الينا كتابا فيه مسائل مبرهنة وهى المسائل التى ارسلت مقدماتها الى قونون فارسلت اليك كتابى هذا الذى ذكرت فيها علوما تبينها واولها ان سطح كل كرة اربعة اضعاف اعظم دائرة يقع فيها وبعده ان سطح قطعة الكرة مساو للدائرة التى نصف قطرها تساوى الخط الخارج من رأس القطعة الى محيط دائرة قاعدتها وان كل اسطوانة يحيط بكرة وتكون قاعدتها مساوية لأعظم دائرة تقع فيها وارتفاعها مساو لنصف قطرها فهى مثل ونصف

(١) الشكل الحادى والسبعون ـ ٧١ ـ

تلك الكرة وسطحها مع قاعدتها مثل ونصف سطح الكرة وان كل قطاع كرة فهو مسا ولمخروط قاعدته دائرة مساوية لسطح قطعة الكرة التى من القطاع وارتفاعه مساولنصف قطر الكرة فهذا ما ارسلته اليك .

واما هذا الكتاب الذى افتتحه ففيه هذه العلوم . ـ د

(ا) فى الطريق الى عمل كرة مساوية لاسطوانة اومخروط مفروضين .

(ب) فى بيان ان كل قطعة كرة فهى مساوية لمخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه خط تكون نسبته الى ارتفاع القطعة كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية الى ارتفاع القطعة الباقية وحده .

(ج) فى قسمة كرة معلومة بسطح الى قسمين تكون نسبة سطحيها نسبة مفروضة .

(د) فى قسمة كرة معلومة بسطح تكون نسبة قطعتها نسبة مفروضة .

(ه) فى الطريق الى عمل قطعة كرة تساوى قطعة وتشبه قطعة من كرتين معلومتين .

(و) فى الطريق الى عمل قطعة كرة تشبه قطعة كرة اخرى معلومة وتساوى سطحها سطح قطعة معلومة من كرة اخرى .

(ز) فى الطريق الى فصل قطعة من كرة معلومة تكون نسبتها الى مخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها نسبة مفروضة .

(ح) فى بيان ان الكرة اذا قسمت بسطح الى قطعتين مختلفتين كانت نسبة اعظمهما الى اصغرهما اصغر من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير ومن النسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة سطحيها .

(ط) فى بيان ان نصف الكرة تكون اعظم من كل قطعة كرة يتساوى سطحاهما سواء كانت القطعة اعظم من النصف اواصغر .

فهذا ما قصدنا بيانه فى هذه المقالة وقد بان مما مر فى المقالة الاولى ان

لنا

لنا ان نعمل كرة يساوى سطحها اعظم دائرة يقع فى كرة اخرى معلومة وذلك لأنا بينا ان سطح الكرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها فهوالذى نريد ان يساوى سطح الكرة المعمولة .

اقول اذا عملنا على نصف قطر الكرة المعلومة كرة كان سطحها مساويالذلك وذلك بين مما مر فى المقالة الاولى .

الاشكال

(١) نريد ان نعمل كرة مساوية لأسطوانة معلومة او لمخروط معلوم فلتكن الأسطوانة اوالمخروط المعلومان ـ ا ـ و ـ ب ـ كرة مساوية لهاولتكن اسطوانة ـ ج ز د ـ مثل ونصف ـ ا ـ واسطوانة ـ ح ل ط ـ مثل و نصف كرة ـ ب ـ وليكن ارتفاع ـ ك ل ـ مساويا لقطر الكرة فاسطوانة ـ ه ـ مساوية لأسطوانة ـ ك ـ وعلى التكـ فى نسبة قاعدة ـ ج د الى قاعدة ـ ح ط ـ التى هى كنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط ـ كنسبة ارتفاع ـ ك ل ـ الى ارتفاع ـ ه ز ـ و ـ ك ل ـ المساوى لقطر الكرة مساو ـ لح ط ـ وذلك لأن سهم الأسطوانة التى هى مثل ونصف الكرة مساو لقطرها ودائرة قاعدتها لأعظم دائرة تقع فيها لما تبين فى تذنيب الشكل السادس والثلاثين من المقالة الاولى فنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط ـ كنسبة ـ ح ط الى ـ ه ز ـ

وليكن مربع ـ ح ط ـ مساويا لسطح ـ ج د ـ فى ـ م ن ـ فنسبة ج د ـ الى ـ م ن ـ كنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط ـ التى هى كنسبة ح ط ـ الى ـ ه ز ـ واذا بدلنا كانت نسبة ج د ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ م ن ـ الى ـ ه ز ـ ونسبة ـ ج د ـ الى ـ ح ط ـ كنسبة ـ ح ط ـ الى م ن ـ فخطوط ـ ج د ـ ط ح ـ م ن ـ ه ز ـ متناسبة وكل واحد من ج د ـ ه ز ـ معلوم فالذان يناسبانهما فيما بينهما معلومان وتركيب ذلك على ما نصف ـ نجعل الاسطوانة اوالمخروط المعلومين ـ ا ـ ولتكن الاسطوانة

التى قاعدتها دائرة ـ ه ـ وارتفاعها ـ ه ز ـ مثل ونصف ـ ا ـ ونأخذ خطين فيما بين خطى ـ ج د ـ ه ز ـ يتناسبانها وانا سأذكر الطريق اليه وليكونا ح ط ـ م ن ـ فيكون خطوط ـ ج د ـ ح ط ـ م ن ـ ه ز ـ متوالية متناسبة ونعمل اسطوانة قاعدتها دائرة قطرها ـ ح ط ـ وارتفاعها مساو ايضا ـ لح ط ـ وهو ـ ك ل ـ فتكون مساوية لاسطوانة ـ ه ـ وذلك ع لان نسبة ـ ج د ـ الى ـ م ن ـ كنسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ح ط التى هى كنسبة دائرة ـ ج د ـ الى دائرة ـ ح ط ـ وكنسبة ـ ح ط ـ اعنى ك ل ـ الى ـ ه ز ـ فالقاعدتان متكافئتان للارتفاعين فالاسطوانتان متساويتان ونرسم على ـ ح ط ـ كرة ـ ب ـ فتكون اسطوانة ـ ح ل ط ـ مثل ونصفها ولذلك تكون مساوية ـ لا ـ و ـ ذلك ما اردناه (١).

اقول للقدماء فى التوصل الى وجود خطين متناسبين لخطين معلومين فيما بينهما طرق ـ اكثرها يتعلق بتحريك الآلات وذلك بأهل العمل اليق والمناسب ٣٠ للنظريات هو الطريق المبنى على بعض اصول ابلونيوس المذكورة فى كتاب المخروطات فأوردته ها هنا وها هو ذا .

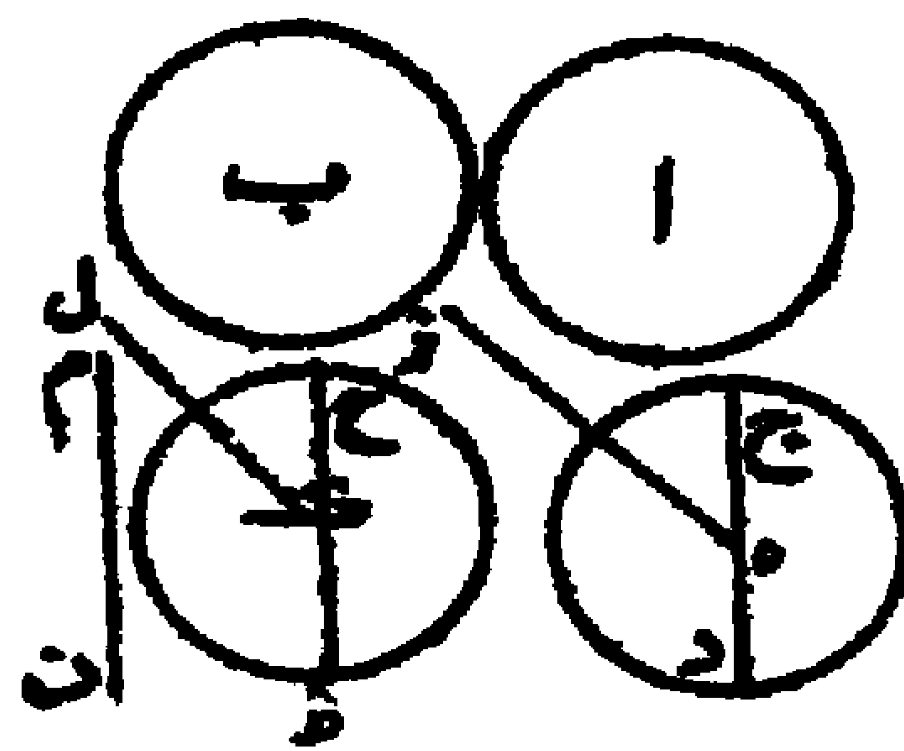
ليكن ـ ا ب ـ ا ج ـ خطين نريد أن نجد متناسبين لهما فيما بينهما ونجعلهما محيطين لقائمة ـ ا ـ ونتمم سطح ـ ا د ـ المتوازى الاضلاع ونرسم عليه دائرة ـ ا ب ـ ونصل قطرى ـ ا د ـ ج ب ـ فيتقاطعان على مركز ـ ه ـ ونخرج ـ ا ب ـ ا ج ـ الى غير نهاية ونخرج من ـ د ـ خط ـ ز د ـ ح ـ موازيا ـ لب ج ـ فينصف على ـ د ـ لتساوى خطى ـ ب ه ـ ه ج ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ـ د ـ ويكون خطا ـ ا ب ـ ا ج ـ اللذين لايقعان عليه كما تبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب اصول المخروطات لابلونيوس وليكن ذلك تقطع ـ د ط ـ فان كان خطا ـ ا ب ـ ا ج ـ متساويين كان قطر ـ ا ه د ـ عمودا على ـ ب ج ـ ل على ـ ز ح ـ وكان ـ ز ح ـ

---

(١) الشكل الثانى والسبعون ـ ٧٢ ـ

مماسا

لك



مماسا للدائرة لكون ـ ا د ـ عمودا على ـ ز ح ـ ومماسا للقطع ايضا لتساوى خطى ـ ز د ـ د ح ـ كما تبين فى الشكل التاسع من المقالة الثانية منه والقطع لايقطع الدائرة وتكون خطوط ـ ا ب ـ ج ح ـ ز ب ـ ا ج ـ الاربعة مساوية لتشابه مثلثات ـ ا ب ج ـ ب ز د ـ ج د ح ـ الثلاثة وتساوى ضلعى ا ب ـ ا ج ـ فيها فيكون خطا ـ ج ح ـ ب ز ـ قد وقعا بين خطى ـ ا ب ـ ا ج ـ المتساويين وتناسب الاربعة واما اذا اختلفا وليكن ـ ا ب ـ اطول من ـ ا ج ـ فيكون ـ ز ح ـ قاطعا للدائرة فيما بين ـ ج د ـ لكون زاوية ـ ا د ح ـ المساوية لزاوية ـ ا ه ج ـ حادة ووجب ان يقطع القطع الدائرة والا لوقع قوس ـ ط د ـ من الدائرة فيما بين القطع وخط ـ ز ح ـ المماس له وحينئذ يمكن ان يقع بينهما خطوط مستقيمة توصل بين نقطة ـ د ـ وأى نقطة تفرض على قوس ـ ط د ـ وهذا محال كما تبين فى الشكل الثانى والثلاثين من المقالة الاولى من كتابه ولايمكن ان يتقاطعا على اكثر من نقطتين تقابل انجذابهما كما تبين فى الشكل الثلاثين من المقالة الرابعة من كتابه وليتقاطعا على نقطتى ـ د ـ ط ـ ونصل ـ د ط ـ ونخرجه الى ـ ك ل .

اقول فخطا ـ ج ل ـ ب ك ـ هما المطلوبان وذلك لأن خطى ـ ك د ـ ط ل ـ الواقعين بين القطع والخطين اللذين لايقعان عليه متساويان لما تقرر فى الشكل الثامن من المقالة الثانية من كتابه فسطح ـ ط ك ـ فى ـ ك د ـ يساوى سطح ـ ا ك ـ فى ـ ك ب ـ لخروج ـ ك ط ـ ك ا ـ من نقطة ك ـ الى الدائرة قاطعين اياها وكذلك سطح ـ د ل ـ فى ـ ل ط ـ يساوى سطح ـ ا ل ـ فى ـ ل ج ـ فسطح ـ ا ك ـ فى ـ ك ب ـ يساوى سطح ـ ا ل ـ فى ـ ل ج ـ وتكون نسبة ـ ا ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة ـ ج ل ـ الثانى الى ـ ك ب ـ الثالث ونسبة ـ ا ك ـ الى ـ ا ل ـ كنسبة ـ ج د ـ اعنى ـ ا ب ـ الاول الى ـ ج ل ـ الثانى لتشابه مثلثى ـ ا ك ل ـ ج د ل ـ وكنسبة ك ب ـ الثالث الى ـ ب د ـ اعنى ـ ا ج ـ الرابع لتشابه مثلثى ـ ا ك ل ـ

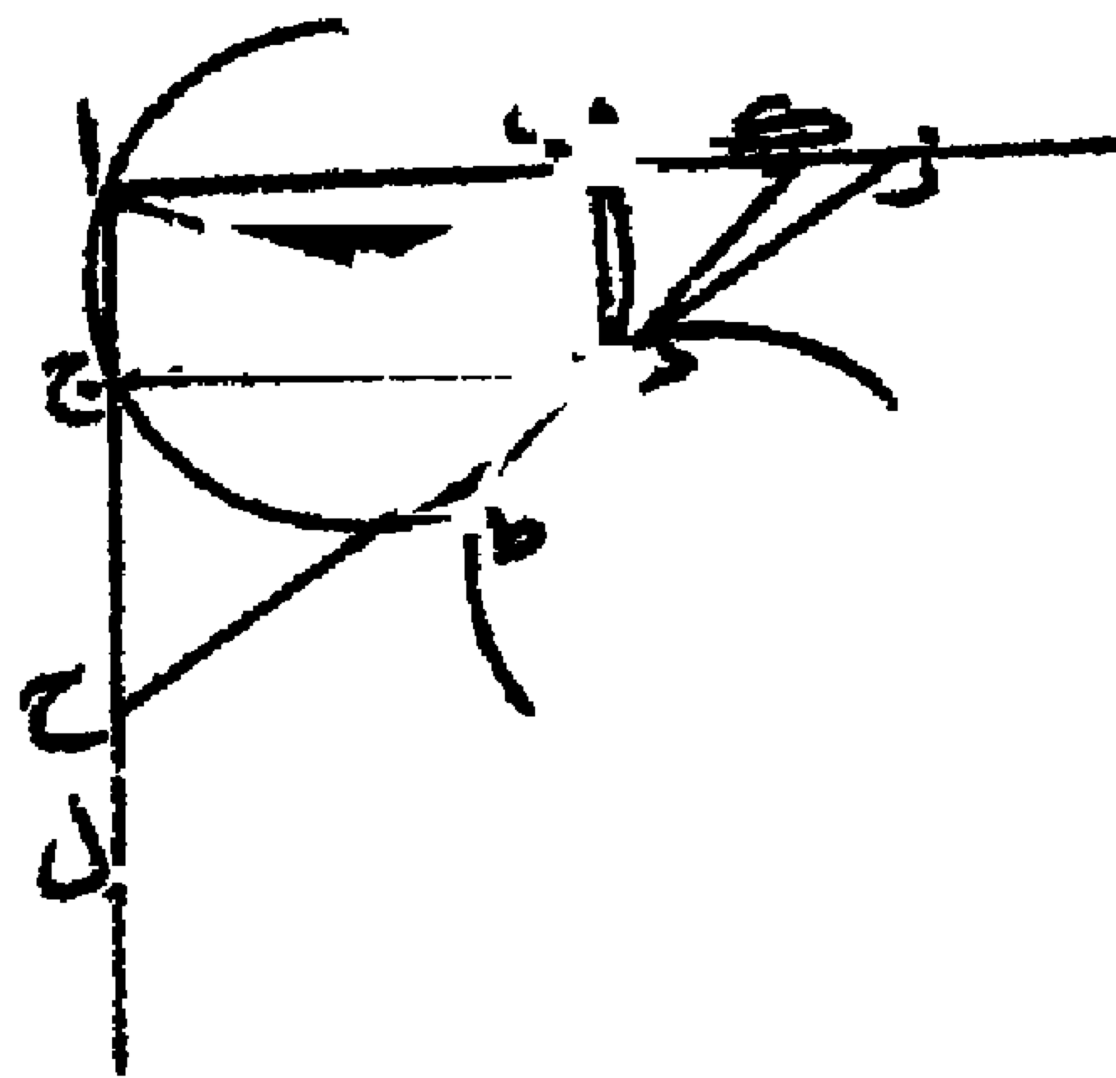
ب ك د ـ فاذا وجدنا فيما بين خطى ـ اب ـ اج ـ خطى ـ ج ل ـ ب ك ـ مناسبين لهما ونعود الى الكتاب (١) .

(ب) كل قطعة كرة مساوية لمخروط قاعدته مساوية لقاعدة القطعة وارتفاعه خط تكون نسبته الى ارتفاع تلك القطعة كنسبة نصف قطر الكرة وارتفاع القطعة الباقية مجموعين الى ارتفاع القطعة الباقية وحدها فليكن ـ اج ـ قطر اعظم دائرة يقع على كرة ماولنقسم الكرة بسطح يقوم على دائرة ـ اج ـ على قوائم ويمر بخط ـ ب ز ـ وليكن المركز ـ ط ـ ونجعل نسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ مجموعين الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ ونجعل نسبة ـ ط ج ـ ج ه ـ جميعا الى ـ ج ه ـ كنسبة ـ ك ه ـ الى ـ ه ا ـ ونعمل على الدائرة التى قطرها ـ ب ز ـ مخروطى ـ ب د ز ـ ب ك ز ـ .

فاقول ان مخروط ـ ب د ز ـ مساولقطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة وان مخروط ـ ب ك ز ـ مساولقطعة ـ ب ا ز ـ منها ونصل خطوط ـ ب ط ـ ط ز ـ ب ج ـ ب ا ـ ز ج ـ ز ا ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ م مساوية للدائرة التى تساوى سطح قطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة فيكون نصف قطرها مساويا ـ لب ج ـ كما مرفى الشكل الرابع والاربعين من المقالة الاولى وليكن ارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فمخروط ـ م ـ يساوى قطاع ـ ب ج ز ط ـ لما تبين فى الشكل السابع والاربعين من المقالة الاولى ولأن نسبة ـ د ه الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ مجموعين الى ـ ا ه ـ يكون بالتفصيل نسبة د ج ـ الى ـ ج ه ـ كنسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ه ـ وبالابدال نسبة ـ د ج ـ الى ـ ط ا ـ اعنى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ج ه ـ الى ـ ا ه ـ وبالتركيب نسبة د ط ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ه ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة مربع ـ ج ب ـ الى مربع ـ ب ه ـ فنسبة ـ د ط ـ الى ـ ط ج كنسبة مربع ـ ج ب ـ الى ـ مربع ـ ب ه ـ و ـ ج ب ـ مساونصف قطر دائرة ـ م ـ و ـ ب ه ـ نصف قطر الدائرة التى قطرها ـ ب ز ـ و ـ د ط

(١) الشكل الثالث والسبعون ـ ٧٣ ـ .

ارتفاع


٤٣
ا
ب
ه
ز
د
ج
ط
ح
ل

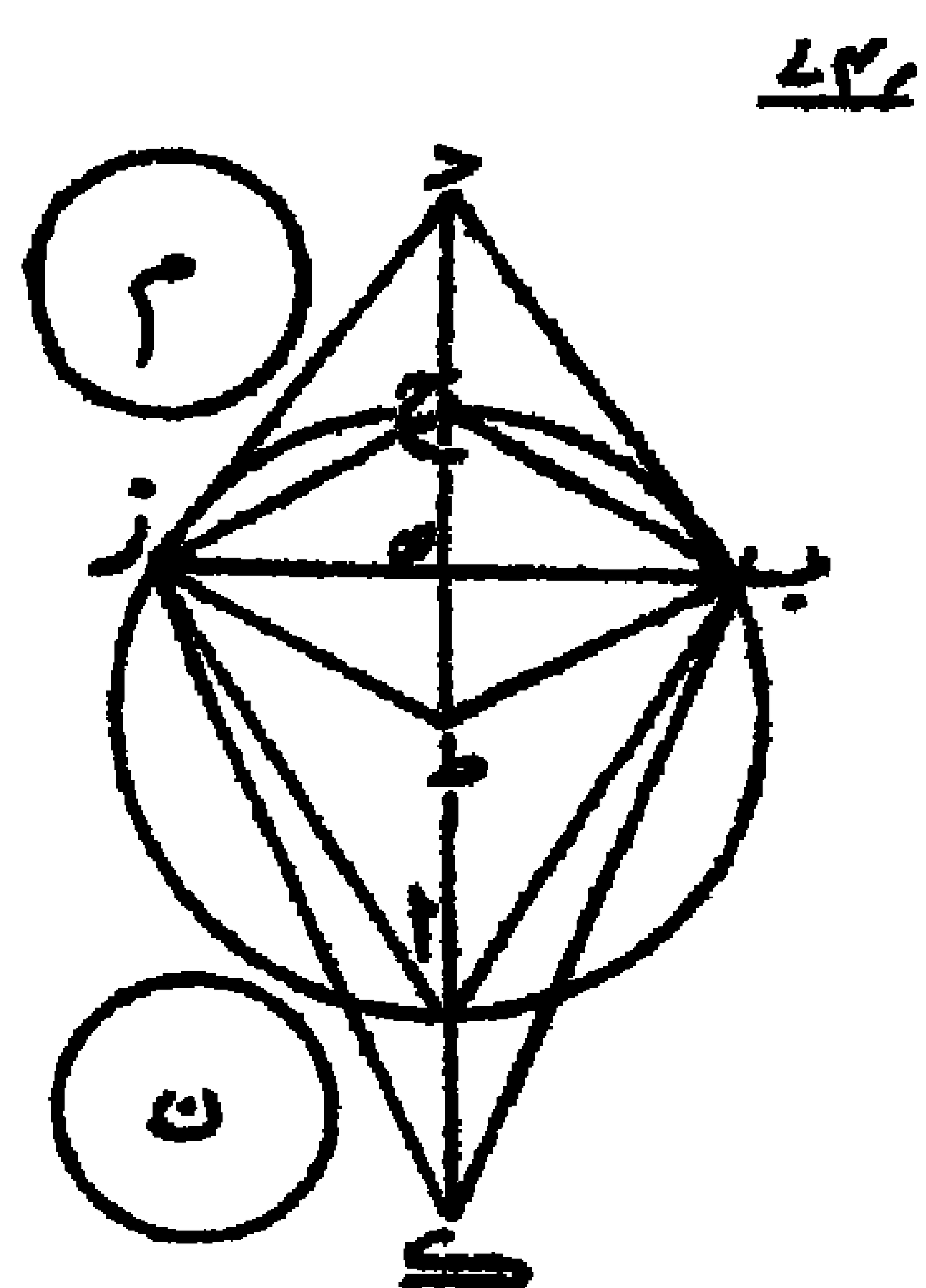
ارتفاع معين ـ ز د ـ ب ط ـ الجسم ـ و ـ ط ج ـ ارتفاع مخروط ـ م فنسبة ارتفاع معين ـ ز د ب ط ـ الجسم الى ارتفاع مخروط ـ م ـ كنسبة مربع نصف قطر دائرة ـ م ـ الى مربع نصف قطر دائرة ـ ب ز ـ بل كنسبة قاعدة مخروط ـ م ـ الى دائرة ـ ب ز ـ التي هي قاعدة مخروطي المعين المجسم على التكافؤ فمعين ـ ز د ـ ب ط ـ الجسم ومخروط ـ م ـ متساويان وكان مخروط ـ م ـ مساويا لقطاع ـ ب ج ز ط ـ فمعين ـ ز د ب ط ـ وقطاع ب ج ز ط ـ متساويان ويلقى مخروط ـ ب ط ز ـ المشترك تبقى قطعة كرة ـ ب ج ز ـ مساوية لمخروط ـ ب د ز ـ وبمثل ذلك تبين ان مخروط ب ك ز ـ مساو لقطعة كرة ـ ب ا ز ـ فنقول لأن نسبة ـ ك ه ـ الى ـ ه ا كنسبة ـ ط ج ـ ج ه ـ مجموعين الى ـ ج ه ـ فبالتفصيل نسبة ـ ك ا ـ الى ا ه ـ كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج ه ـ وبالابدال نسبة ـ ك ا ـ الى ط ج ـ اعني ط ا ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ج ه ـ وبالتركيب نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ه ـ ونسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ه ـ كنسبة مربع ا ه ـ الى مربع ـ ب ه ـ وليكن نصف قطر دائرة ـ ن ـ مثل خط ـ ا ب فهي مساوية لسطح قطعة كرة ـ ب ا ز ـ ونعمل عليه مخروطا ارتفاعه نصف قطر الكرة فيكون القطاع الذي عليه ـ ب ط ز ا ـ مساويا له ولأن نسبة ك ط ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ نصف قطر دائرة ـ ن ـ الى مربع ـ ب ه ـ نصف قطر دائرة ـ ب ز ـ بل كنسبة دائرة ـ ن ـ الى دائرة ب ز ـ و ـ ا ط ـ ارتفاع مخروط ـ ن ـ و ـ ك ط ـ ارتفاع مجسم ـ ب ط ز ك ـ فقاعدتا مخروط ـ ن ـ ومجسم ـ ب ط ز ك ـ مكافئتان لارتفاعيهما وكان مخروط ـ ن ـ مساويا لقطاع ـ ب ط ز ا ـ فمجسم ـ ب ط ز ك ـ وقطاع ـ ب ط ز ا ـ متساويان ونزيد عليهما مخروط ـ ب ط ز ـ فيصير مخروط ـ ب ك ز ـ مساويا لقطعة كرة ـ ب ا ز ـ وهنالك استبان ان نسبة كل قطعة كرة الى المخروط الذي قاعدته قاعدتها وارتفاعه

ارتفاعها كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية وذلك لأن نسبة قطعة كرة ـ ب ج ز ـ اعنى مخروط ـ ب د ز ـ الى مخروط ـ ب ج ز كنسبة ارتفاع ـ د ه ـ الى ارتفاع ـ ج ه ـ التى هى كنسبة ـ ط ا ـ ا ه مجموعين الى ـ ا ه ـ وحده وكذلك فى القطعة الاخرى .

ونبين هذا الحكم بوجه آخر

وهو ان نبين ان مخروط ـ ب ك ز ـ بعينه مسا ولقطعة كرة ـ ب ا ز ـ ولتكن قاعدة مخروط ـ ن ـ مساوية لسطح الكرة وارتفاعه لنصف قطر الكرة فيكون المخروط مساويا للكرة لما مر فى الشكل السادس والثلاثين من المقالة الاولى ويكون اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لأعظم دوائر الكرة وارتفاعه نصف قطرها ولأن نسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ج ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا تكون نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ وايضا لأن نسبة ـ ك ه ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ ط ج ـ ج ه ـ معا الى ـ ج ه ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا كانت نسبة ـ ك ا ـ الى ـ ج ط ـ بل الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ التى هى كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ فنسبة ـ ك ا ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ د ج ـ وبالترتيب نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ط د الى ـ د ج ـ ونسبة ـ ك د ـ الى ـ د ط ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ا ـ وسطح ـ ك د ـ فى ـ ط ا ـ مساو لسطح ـ د ط ـ فى ـ ط ك ـ وايضا لأن نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ط د ـ الى ـ د ج ـ فاذا ابدلنا كانت نسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط د ـ كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ وكانت نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ فنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ط د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ج ـ ونسبة مربع ـ ك د ـ الى سطح ك ط ـ فى ـ ط د ـ كنسبة مربع ـ ا ج ـ الى سطح ـ ا ه ـ فى ـ ه ج ـ وكان سطح ـ ك ط ـ فى ـ ط د ـ كسطح ـ ك د ـ فى ـ ط ا ـ فنسبة

مربع



الكرة والاسطوانة ص٨٥

مربع ـ ك د ـ الى سطح ـ ك د ـ ف ـ ط ا ـ التى هى كنسبة ـ ك د ـ الى ط د ـ كنسبة مربع ـ ا ج ـ الى سطح ـ ا ه ـ ف ـ ه ج ـ اعنى نسبة مربع ا ج ـ الى مربع ـ ه ب ـ و ـ ا ج ـ هو نصف قطر دائرة ـ ن ـ فنسبة مربع نصف قطر دائرة ـ ن ـ الى مربع ـ ه ب ـ اعنى نسبة دائرة ـ ن ـ الى دائرة ب ز ـ كنسبة ـ ك ز ـ ارتفاع معين ـ ب د ز ك ـ الجسم الى ـ ط ا ارتفاع مخروط ـ ن ـ فمخروط ـ ن ـ اعنى الكرة مساو لمعين ـ ب د ز ك الجسم وقد تبين ان قطعة ـ ب ج ز ـ من الكرة مساوية لمخروط ـ ب د ز تبقى قطعة ـ ب ا ز ـ منها مساوية لمخروط ـ ب ك ز ـ وذلك ما اردناه(١) .

(ج) نريد ان نبين كيف تقسم كرة معلومة بسطح بقسمين تكون نسبة سطح احد القسمين الى سطح القسم الآخر كنسبة مفروضة فلتكن دائرتها العظمى ـ ا د ب ه ـ وقطرها ـ ا ب ـ وليقم عليها سطحا على قوائم يكون فصلهما المشترك ـ د ه ـ و نصل ـ ا د د ب ـ فلأن نسبة سطح قطعة كرة د ا ه ـ الى سطح قطعة كرة ـ د ب ه ـ هى المفروضة وسطح ـ د ا ه مساو لدائرة نصف قطرها ـ ا د ـ وسطح قطعة ـ د ب ه ـ مساو لدائرة نصف قطرها ـ ب د ـ لما تبين فى الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة الاولى ونسبتها نسبة مربع ـ ا د ـ الى مربع ـ د ب ـ اعنى نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ التى هى النسبة المفروضة ولذلك تصير نقطة ـ ج ـ من خط ـ ا ب ـ معلومة ونقيم على سطح ـ ا ب ـ سطحا على قوائم ويمر بخط ـ د ه ـ فتنقسم الكرة وتركيبه هكذا .

نجعل الدائرة العظمى من الكرة دائرة ـ ا د ب ه ـ والقطر ـ ا ب والنسبة المفروضة نسبة ـ ز ـ الى ـ ح ـ ونقسم ـ ا ب ـ على تلك النسبة فينقسم على ـ ج ـ وتكون نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ز ـ الى ـ ح ونقسم الكرة بسطح يمر على ـ ج ـ ويقوم على سطح دائرة ـ ا ب ـ فيكون

---

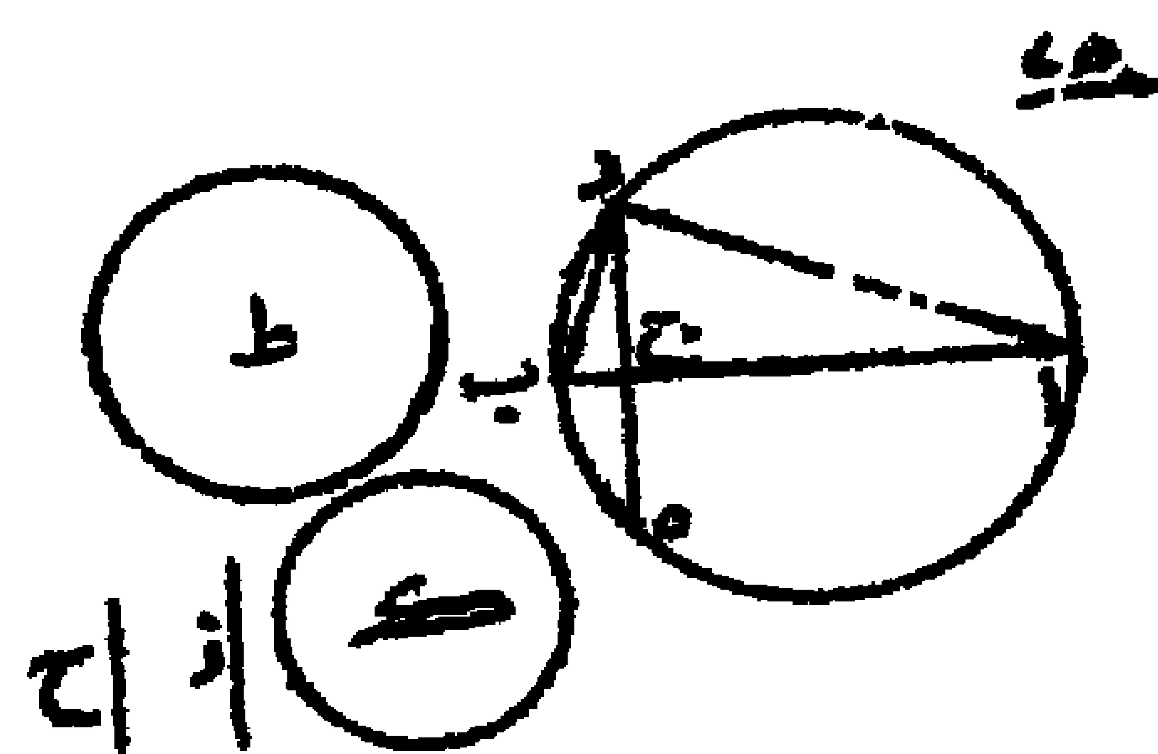
(١) الشكل الرابع والسبعون ـ ٧٤

فصلهما المشترك ـ د ه ـ ونصل خطي ـ د ا ـ د ب ـ وليكن نصف قطر دائرة ط ك ـ مساويا لخط ـ ا د ـ ونصف قطر دائرة ـ ك ـ مساويا لخط ـ د ب فدائرة ـ ط ـ مساوية بسطح قطعة كرة ـ د ا ه ـ ودائرة ـ ك ـ مساوية لسطح قطعة كرة ـ د ب ه ـ لما مر في الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة الاولى ولأن زاوية ـ ا د ب ـ قائمة وخط ـ د ج عمودا تكون نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ التي هي كنسبة ـ ز ـ الى ـ ح كنسبة مربع ـ ا د ـ الى مربع ـ د ب ـ التي هي كنسبة دائرة ـ ط ـ الى دائرة ـ ك ـ بل كنسبة سطح قطعة كرة ـ د ا ه ـ الى سطح قطعة كرة د ب ه ـ وذلك ما اردناه (١) .

(د) نريد ان نبين كيف تقسم كرة معلومة بقسمين تكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة معلومة فلتكن الكرة ـ ا ب ج د ـ ولتكن منقسمة بسطح يمر بخط ـ ا ج ـ الى قطعتي ـ ا د ج ـ ا ب ج ـ نسبتها النسبة المذكورة ننصف الكرة بسطح يمر على المركز ويقوم على السطح المذكور على قوائم فتحدث دائرة ـ ا ب ج د ـ العظمى وليكن المركز ـ ك ـ والقطر ـ د ب ـ ونجعل نسبة ـ ك د ـ د ح ـ جميعا الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ق ح ب ـ الى ـ ح ب ـ ونسبة ل ح ـ الى ـ د ح ـ كنظيرتها ونصل خطوط ـ ا ل ـ ل ج ـ ا ق ـ ق ج فمخروط ـ ا ل ج ـ مساو لقطعة كرة ـ ا د ج ـ ومخروط ـ ا ق ح ـ مساو لقطعة كرة ـ ا ب ج ـ لما تبين في الشكل الثاني من هذه المقالة ونسبة مخروط ا ل ج ـ الى مخروط ـ ا ق ج ـ معلومة وهي كنسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح ق ـ لاشتراكهما في القاعدة ولأن نسبة ـ ل ح ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ك ب ـ ب ح ـ جميعا الى ـ ب ح ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا كانت نسبة ـ ل د ـ الى ـ ك د ـ كنسبة ـ د ح ـ الى ـ ح ب ـ ولأن نسبة ـ ق ح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ك د ـ د ح ـ معا الى ـ د ح ـ فاذا فصلنا ثم ابدلنا وخالفنا كانت نسبة ـ د ح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ك د ـ اعني ـ ك ب ـ الى ـ ق ب

(١) الشكل الخامس والسبعون ـ ٧٥

فنسبة


ا
ب
ج
د
ه
ط
ك
ز
ح

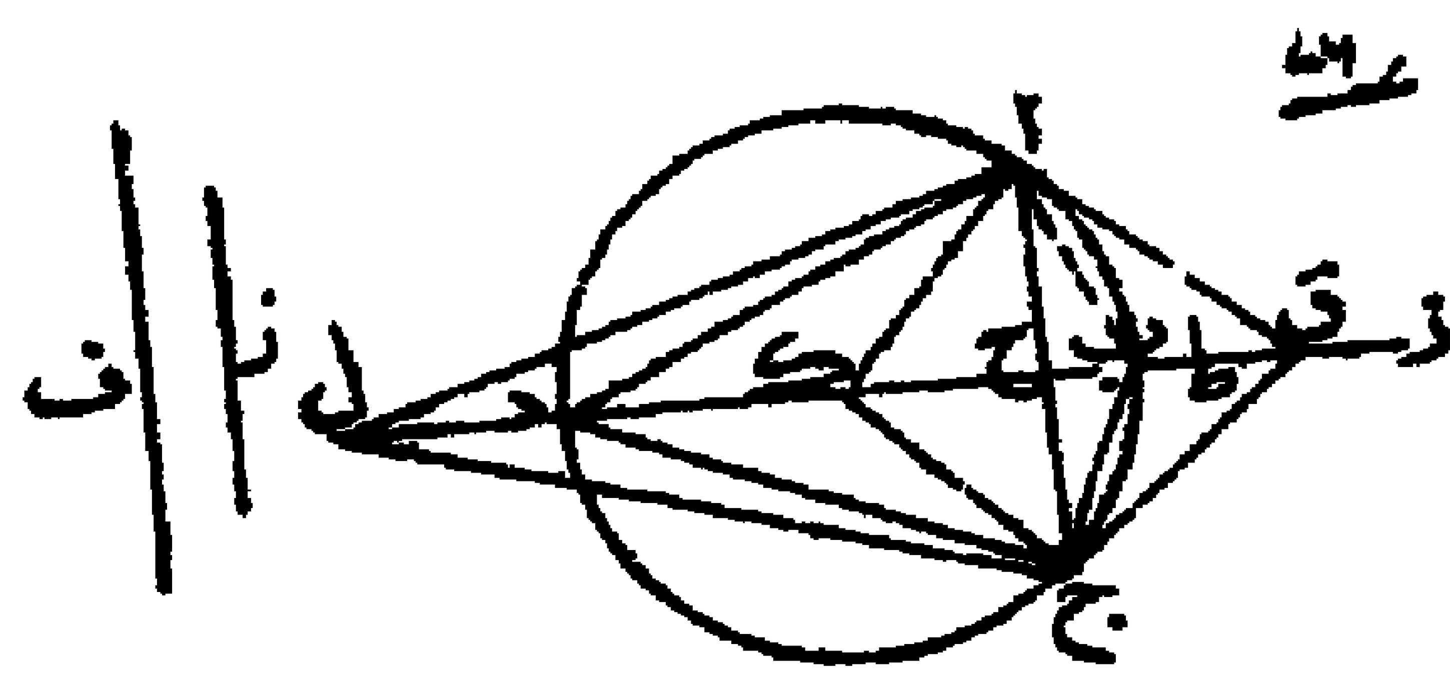
فنسبة ـ ل د ـ الى ـ ك د ـ كنسبة ـ ك ب ـ الى ـ ق ب ـ وكنسبة ـ د ح الى ـ ح ب ـ وبالخلاف نسبة ـ قب ـ الى ـ ك ب كنسبة ـ د ك ـ الى ـ د ل فاذا ركبنا ثم ابدلنا ثم ركبنا كانت نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ك ـ كنسبة ـ ك ل ـ الى ـ ل د ـ فسطح ـ ق ل ـ فى ـ ل د ـ مساو لمربع ك ل ـ ونسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د كنسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ ولأن نسبة ـ ل د ـ اى ـ ك د ـ كنسبة ـ د ح ـ الى ـ ب ح ـ فاذا خالفنا ثم ركبنا كانت نسبة ـ ك د ـ الى ـ ل د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ح ـ ونسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ ولأن نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح د ـ كنسبة ـ ك ب ـ ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ واذا فصلنا يكون نسبة ـ ل د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ح ـ وليكن ـ ب ز ـ مساويا ـ لك ب ـ فيقع ـ ز ـ خارجا عن ـ ق ـ لأن نسبة ـ ك ب ـ الى ـ ب ق ـ كانت كنسبة ـ د ح ـ الى ـ ح ب ـ و ـ د ح اعظم من ـ ح ب ـ فنسبة ـ ل د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ز ب ـ الى ـ ح ب ـ ونسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ ولأن نسبة ـ ق ح ـ الى ـ ل ح ـ هى المعلومة فنسبة ق ل ـ الى ـ ل ح ـ معلومة وهى مؤلفة من نسبتى ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ و ل د ـ الى ـ ل ح ـ وكانت نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ كسبة مربع ـ ك ل ـ الى مربع ـ ل د ـ بل نسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ ونسبة ـ ل د ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ فنسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ح ـ مولفة من نسبتى مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ و ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ ولتكن نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ فهى ايضا معلومة وخط ـ ب ز ـ معلوم ـ فز ط ـ معلوم ونسبة ـ ب ز الى ـ ز ط ـ مولفة من نسبتى مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ و ـ ب ز الى ـ ز ح ـ وايضا نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ مؤلفة من نسبتى ـ ب ز

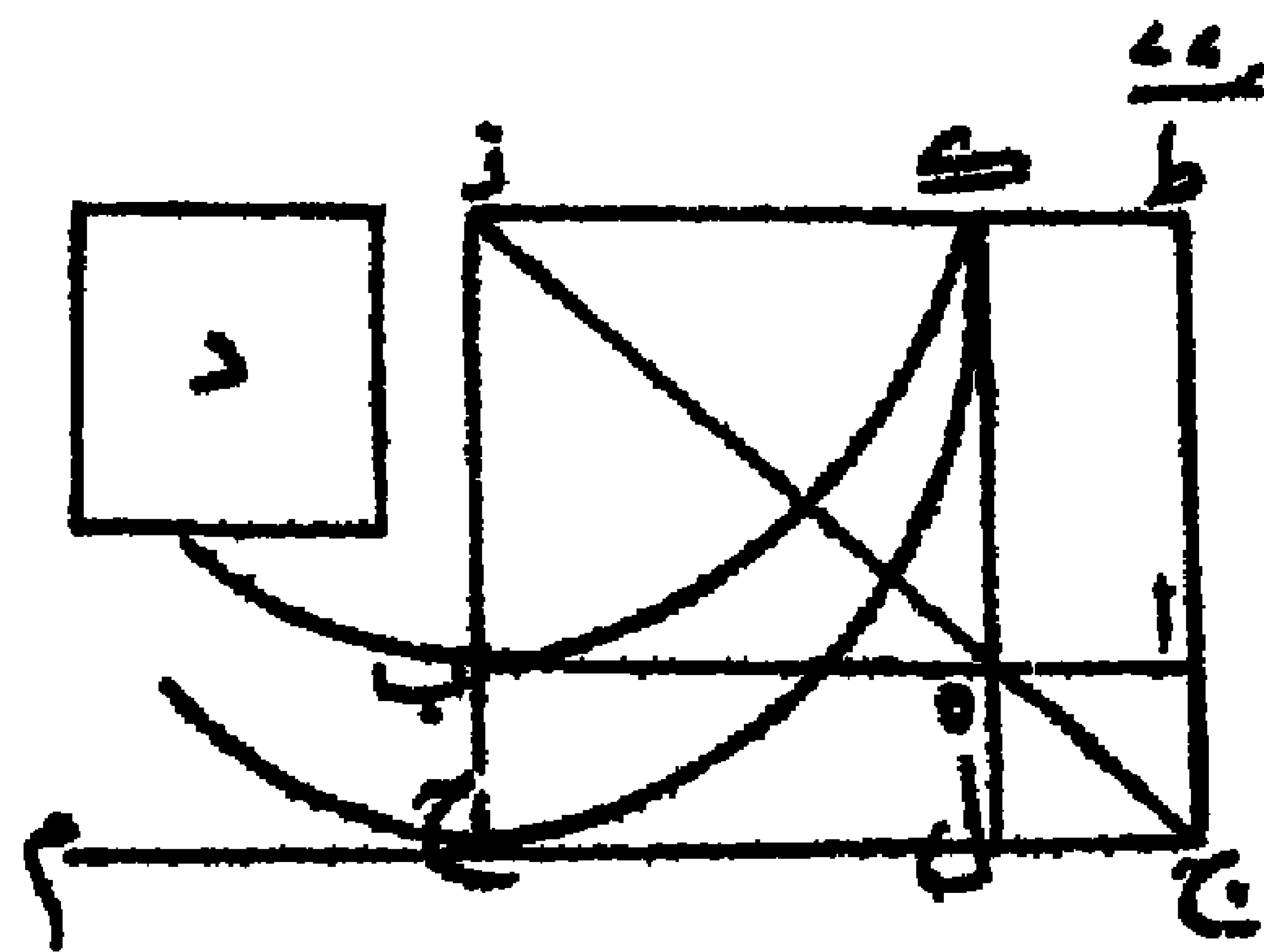
الى ـ ز ح ـ و ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ فاذا القينا منهما النسبة المشتركة التي هي نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ بقيت نسبة مربع ـ ب د ـ المعلوم الى مربع ـ د ح ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ المعلوم ـ و ـ ز د ـ معلوم فينبغي ان يقسم ز د ـ المعلوم بقسمين على نقطة ـ ح ـ حتى تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط المعلوم كنسبة مربع ـ ب د ـ المعلوم الى مربع ـ د ح ـ (١) وتركيبه هكذا .

ليكن النسبة المعلومة نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ و ـ ف ـ اعظمها وننصف الكرة بسطح يمر بمركزها فتحدث دائرة ـ ا ب ج د ـ العظيمة والقطر ـ ب د والمركز ـ ك ـ ونجعل ـ ب ز ـ مساويا ـ لك ب ـ ونقسم ـ ب ز ـ بقسمين على نقطة ـ ط ـ قسمة تكون نسبة ـ ز ط ـ الى ـ ط ب ـ نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ ونقسم ـ ب د ـ على ـ ح ـ قسمة تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة مربع ـ د ب ـ الى مربع ـ د ح ـ وسيأتي بيان كيفية هذه القسمة .

ونجيز سطحا يمر بنقطة ـ ح ـ ويقوم ـ ب د ـ عمودا عليه فهو يقسم الكرة الى قطعتين على نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ ولتكن نسبة ـ ك ب ـ ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ كنسبة ـ ل ح ـ الى ـ د ح ـ ونسبة ـ د ك ـ د ح ـ معا الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ق ح ـ الى ـ ح ب ـ ونصل خطوط ا ل ـ ل ج ـ ا ق ـ ق ج ـ فيكون لما مر سطح ـ ق ل ـ في ـ ل د ـ كمربع ل ك ـ ونسبة ـ ل ك ـ الى ـ ل د ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ح ـ ونسبة مربع ـ ل ك ـ ل د ـ كنسبة مربع ـ ب د ـ د ح ـ ولأن سطح ـ ق ل ـ في ـ ل د ـ كمربع ـ ل ك ـ تكون نسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ كنسبة مربع ب د ـ الى مربع ـ د ح ـ وهي كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ ولأن نسبة ك ب ـ ب ح ـ معا الى ـ ب ح ـ كنسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح د ـ و ب ك ـ مساو ـ لب ز ـ تكون نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ل ح ـ

(١) الشكل السادس والسبعون ـ ٧٦


ا
ز
ق
ط
ب
ح
ك
د
ل
ن
ف
ج



ط
ك
ز
د
ا
ب
ه
ل
ح
ج
م

الى ـ ح د ـ واذا قلبنا كانت نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ح ل الى ـ ل د ـ واذا خالفنا كانت نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ل د الى ـ ح ل ـ وكانت نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ق ل ـ الى ـ ل د ـ فبالمساواة المضطربة نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ق ل ـ الى ل ح ـ واذا فصلنا ثم خالفنا كانت نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح ق ـ كنسبة ـ ز ط ـ الى ـ ب ط ـ اعنى نسبة ـ ف ـ الى ـ ز ـ ونسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح ق ـ كنسبة مخروط ـ ا ل ج ـ الى مخروط ـ ا ق ج ـ بل كنسبة قطعة كرة ـ ا ج د ـ الى قطعة كرة ـ ا ج ب ـ كما مر فاذا نسبة القطعتين نسبة ف ـ الى ـ ز ـ وذلك ما اردناه (١) .

اقول ولنشتغل ببيان كيفية قسمة خط ـ ب د ـ المعلوم على ـ ح ـ قسمة تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ المعلوم كنسبة مربع ـ د ب ـ المعلوم الى مربع ـ د ج ـ ومرجعه ـ الى قسمه ـ د ز ـ المعلوم قسمة تكون نسبة احد قسميه الى خط معلوم كنسبة سطح معلوم الى مربع القسم الآخر .

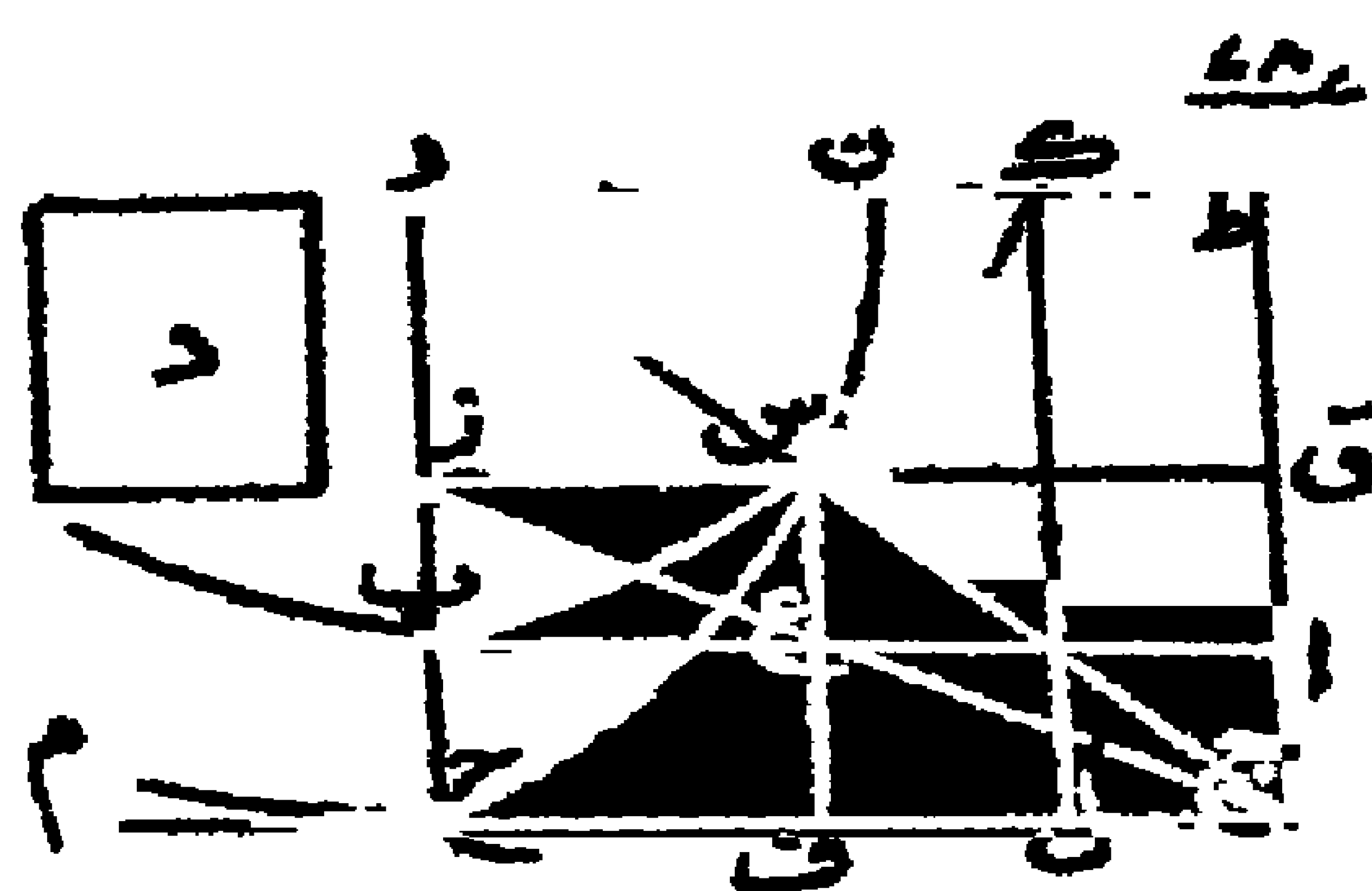
وقد ذكر اوطوقيوس العسقلانى فى شرحه لهذا الكتاب ان ارشميدس وعد بيان ذلك فى كتابه هذا ولم يوجد فى شيء من النسخ ما وعده ولذلك سلك كل واحد من دينوسوذورس وديوقليس بعده طريقا غير الذى سلكه هو فى هذا الكتاب الى قسمة الكرة بقسمين على نسبة مفروضة .

قال وانا وجدت فى كتاب عتيق اشكالا مستغلقة جدا لكثرة ما فيه من الخطأ وما فى الاشكال من التحريف بسبب جهل الناسخين وكان فيه الفاظ من لغة ذريس التى كان ارشميدس يحب استعمالها واصطلاحات له خاصة كما كان يعبر عن القطع المكافى والزائد بالقائم الزاوية والمنفرجة الزاوية فواظبت عليه الى ان تقرر لى هذه المقدمة وهى هذه .

اذا كان خطان معلومان عليهما ـ ا ب ـ ا ج ـ وسطح معلوم عليه ـ د ـ واردنا ان نقسم ـ ا ب ـ على ـ ه ـ قسمة تكون نسبة سطح ـ ا د ـ

(١) الشكل السابع والسبعون ـ ٧٧ ـ.

الى مربع ــ ه ب ــ كنسبة ــ ا ه ــ الى ــ ا ج ــ فلنجعل كأن ذلك قد كان وليقم ــ ا ج ــ عمودا على ــ ا ب ــ ونصل ــ ج ه ــ ونخرجه ومن ــ ب ــ خطا موازيا ــ لا ج ــ فيلتقيان على ــ ز ــ ونخرج ــ ج ح ــ ز ط ــ موازيين ــ لا ب ــ و ــ ج ا ــ ومن ــ ه ــ ه ك ل ــ موازيا له فيتم شكل ــ ز ح ــ ــ ج ط ــ المتوازي الاضلاع ونخرج ــ ج ح ــ ونجعل ــ ج ح ــ ف ــ ح م مساويا لسطح ــ د ــ فنسبة سطح ــ د ــ الى مربع ــ ه ب ــ كنسبة ــ ه ا ــ الى ــ ا ج ــ اعني نسبة ــ ج ح ــ الى ــ ح ز ــ التي هي كنسبة مربع ــ ج ح ــ الى سطح ــ ج ح ــ ف ــ ح ز ــ فنسبة مربع ــ ج ح ــ الى سطح ــ ج ح ــ ف ــ ح ز ــ كنسبة سطح ــ د ــ الى مربع ــ ه ب ــ اعني مربع ــ ك ز ــ واذا ابدلنا كانت نسبة مربع ــ ج ح ــ الى سطح ــ د ــ اعني الى سطح ــ ج ح ــ ف ــ ح م ــ التي هي كنسبة ــ ج ح ــ الى ــ ح م ــ كنسبة ج ح ــ ف ــ ح ز ــ الى مربع ــ ك ز ــ واذا جعلنا ــ ح ز ــ ارتفاعا مشتركا لخطي ــ ج ح ــ ح م ــ كانت نسبة سطح ــ ج ح ــ ف ــ ح ز ــ الى سطح ــ ح م ــ ف ــ ح ز ــ كنسبة سطح ــ ج ح ــ ف ــ ح ز ــ الى مربع ــ ك ز ــ فسطح ــ ح م ــ ف ــ ح ز ــ مساو لمربع ــ ز ك ــ واذا رسمنا قطعا مكافئا على ــ ز ح ــ ومر بنقطة ــ ح ــ وكانت خطوط ترتيبه قوية على السطح المضاف الى ــ ح م ــ كما ذكر في الشكل الثاني والخمسين من المقالة الاولى من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ــ ك ــ وكان معلوم الوضع لأن ــ ح م ــ الذي يحيط مع ــ ج ح ــ المعلوم بسطح معلوم ونقطة ــ ك ــ معلومة الوضع وليكن القطع ــ ح ك ــ وايضا سطح ــ ط ل ــ مساو لسطح ــ ب ج ــ فط ك ــ في ــ ك ل ــ كاب ــ في ــ ب ح ــ واذا رسمنا قطعا زائدا يمر بنقطة ــ ب ــ ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه خطي ــ ج ط ــ ج ح ــ كما ذكر في الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ــ ك ــ ايضا لما تبين في عكس الشكل الثاني عشر من المقالة الثانية منه وهذا القطع ايضا معلوم



الكرة والاسطوانة ص٩١

الوضع لكون خطى ـ ج ط ـ ج ح ـ ونقطة ـ ب ـ معلومة الوضع وليكن القطع ـ ب ك ـ فنقطة ـ ك ـ على قطعين مكافئ وزائد معلومى الوضعين فهي معلومة وخط ـ ك ه ـ عمود منها على ـ ا ب ـ المعلوم الوضع فنقطة ـ ه معلومة ولما كانت نسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ المعلوم كنسبة سطح ـ د ـ المعلوم الى مربع ـ ه ب ـ كان الجسم الذى من مربع ـ ه ب ـ فى ـ ا ه ـ مساويا للجسم الذى من سطح ـ د ـ فى ـ ا ج ـ لان قاعدتيهما مكافئتان لارتفاعيهما(١).

واعلم ان خط ـ ب ه ـ اذا كان ضعف ـ ه ا ـ كان مربع ـ ب ه فى ـ ه ا ـ اعظم من مجسم مربع اى احد القسمين الآخرين فرضنا لخط ـ ب ا ـ فى باقيه من الخط على ما سنبينه فلذلك يجب اذا كان الحكم كليا ان يشترط ان لا يكون الجسم الحاصل من الخط المعلوم فى السطح المعلوم اعظم من الجسم الحاصل من ثلث الخط فى مربع ثلثيه وتركيب ذلك هكذا .

ليكن الخطان ـ ا ب ـ ا ج ـ والسطح ـ د ـ ونريد ان نقسم ـ ا ب قسمة تكون مجسم خط ـ ا ج ـ فى سطح ـ د ـ مساويا لمجسم احد القسمين فى مربع القسم الآخر وننظر هل كان مجسم خط ـ ا ج ـ فى سطح ـ د ـ اعظم من مجسم ثلث خط ـ ا ب ـ فى مربع ثلثيه كانت قسمة الخط على تلك النسبة غير ممكن لما وعدنا بيانه وان كان مساويا له كانت القسمة على التثليث وذلك لان المجسمات المتساوية قواعدها مكافئة لارتفاعاتها فتكون نسبة سطح ـ د ـ الى مربع ثلثى الخط كنسبة ثلث الخط الى ـ ا ج ـ وهو المطلوب وان كان اصغر منه فلنعد ـ ز ط ج ح ـ المتوازى الاضلاع بخطوطه كما كان ولان مجسم سطح ـ د ـ فى ـ ا ج ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ فى ـ ه ا ـ فنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ د ـ الى سطح اصغر من مربع ـ ب ه ـ الذى هو مثل ـ ز ك ـ وليكن كنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ز ن ـ وليكن ـ ج ح ـ فى ـ ح م ـ مساويا لسطح ـ د ـ فنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ج ـ اعنى نسبة ـ ج ح ـ الى ح

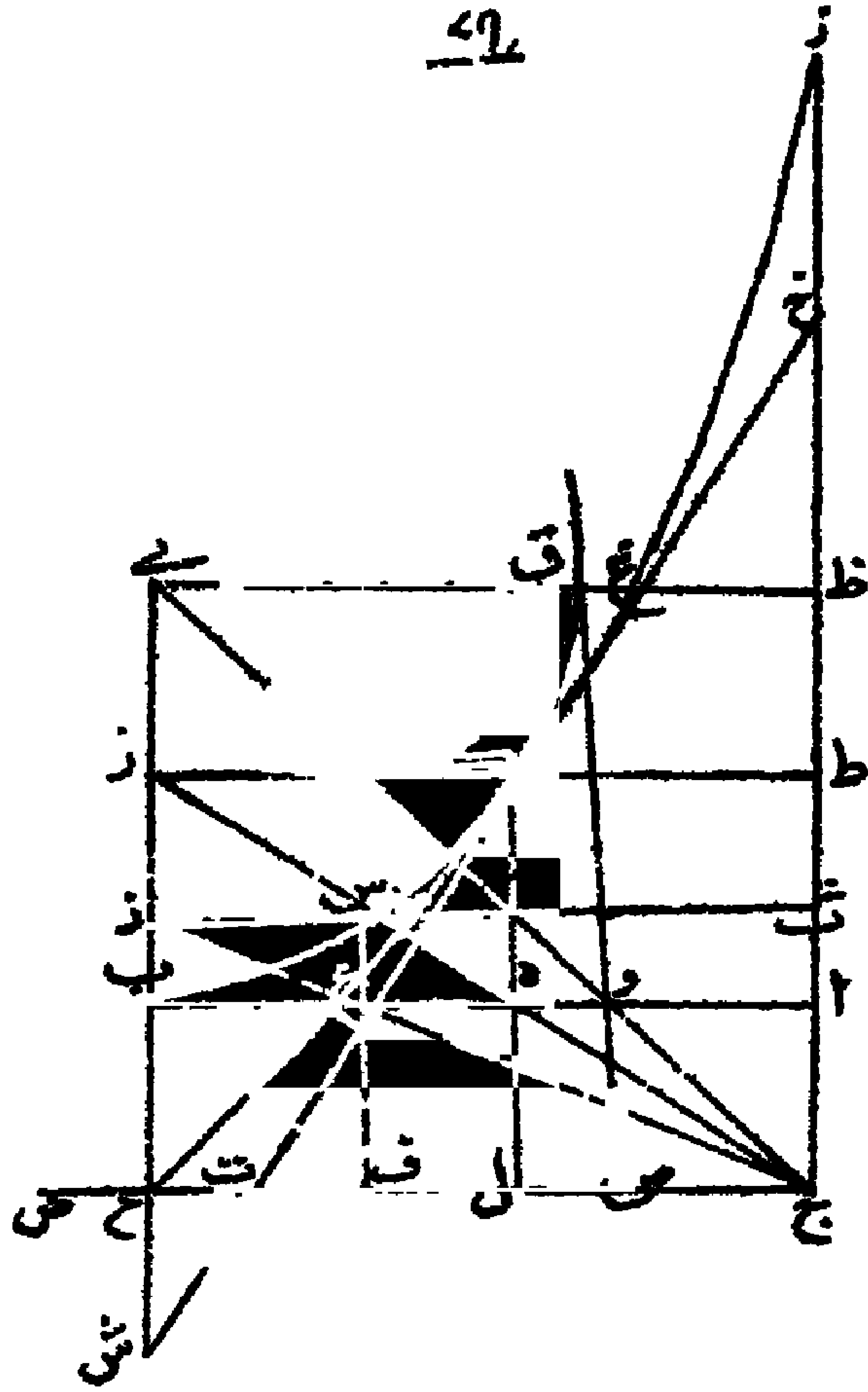
(١) الشكل الثامن والسبعون ـ ٧٨ ـ

. ز ـ التي هي كنسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح م ـ الذي هو سطح ـ د ـ الى مربع ز ن ـ واذا ابدلنا كانت نسبة مربع ـ ج ح ـ الى سطح ـ ج ح ـ ف ح م ـ بل نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح م ـ التي هي نسبة سطح ـ ج ح ـ ف ح ز ـ الى سطح ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ز ـ الى مربع ـ ز ن ـ فسطح ـ ح م ـ ف ـ ح ز ـ مساو لمربع ـ ز ن ـ ونرسم قطع ـ ح س ن ـ المكافي يمر بنقطة ـ ح ـ ويكون سهمه ـ ح ز وضلعه القائم ح م ـ وهو يمر بنقطة ـ ن ـ لما مر وايضا سطحا ـ ط ل ـ اح ـ متساويان وهما من ـ ط ك ـ ف ـ ك ل ـ و ـ ح ب ـ ف ـ ب ا ـ الموازيين لخطي ـ ج ط ـ ج ح ـ فنرسم قطع ـ ب س ك ـ الزائد يمر بنقطة ب ـ ويكون الخطان اللذان لايقعان عليه ـ ج ط ـ ج ح ـ فهو يمر بنقطة ك ـ لما مر ايضا وليتقاطع القطان على ـ س ـ ونخرج من ـ س ـ عمود س ع ـ على ـ ا ب ـ فهو يقسم خط ـ ا ب ـ على ـ ع ـ القسمة المطلوبة وينفذ ـ س ع ـ الى ـ ف ـ ونخرج من ـ س ـ خط ـ ز س ق ـ موازيا ـ اب ا ـ ولان خطي ـ س ق ـ س ف ـ خارجان من نقطة من القطع الزائد الى الخطين اللذين لايقعان عليه وموازيان لخطي ـ ب ا ـ ب ح ـ الخارجين من نقطة اخرى منه اليهما يكون سطح ـ ق ف ـ مساويا لسطح اح ـ لما تبين في الشكل الثاني عشر من المقالة الثانية من المخروطات ويكون لذلك سطح ـ ق ع ـ مساويا لسطح ـ ع ح ـ واذا اخرجنا ـ ج ز ـ من نقطة ع ـ فنسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ز ـ بل كنسبة ج ح ـ ف ـ ح م ـ المساوي لسطح ـ د ـ الى ـ ز ح ـ ف ـ ح م ـ المساوي لمربع ـ ز س ـ لكون ـ ح س ن ـ قطعا مكافئا بل لمربع ـ ب ع ـ فاذا نسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ د ـ الى مربع ـ ب ع ـ وذلك ما قصدناه (١).

---

(١) الشكل التاسع والسبعون -٧٩-.

ونعيد



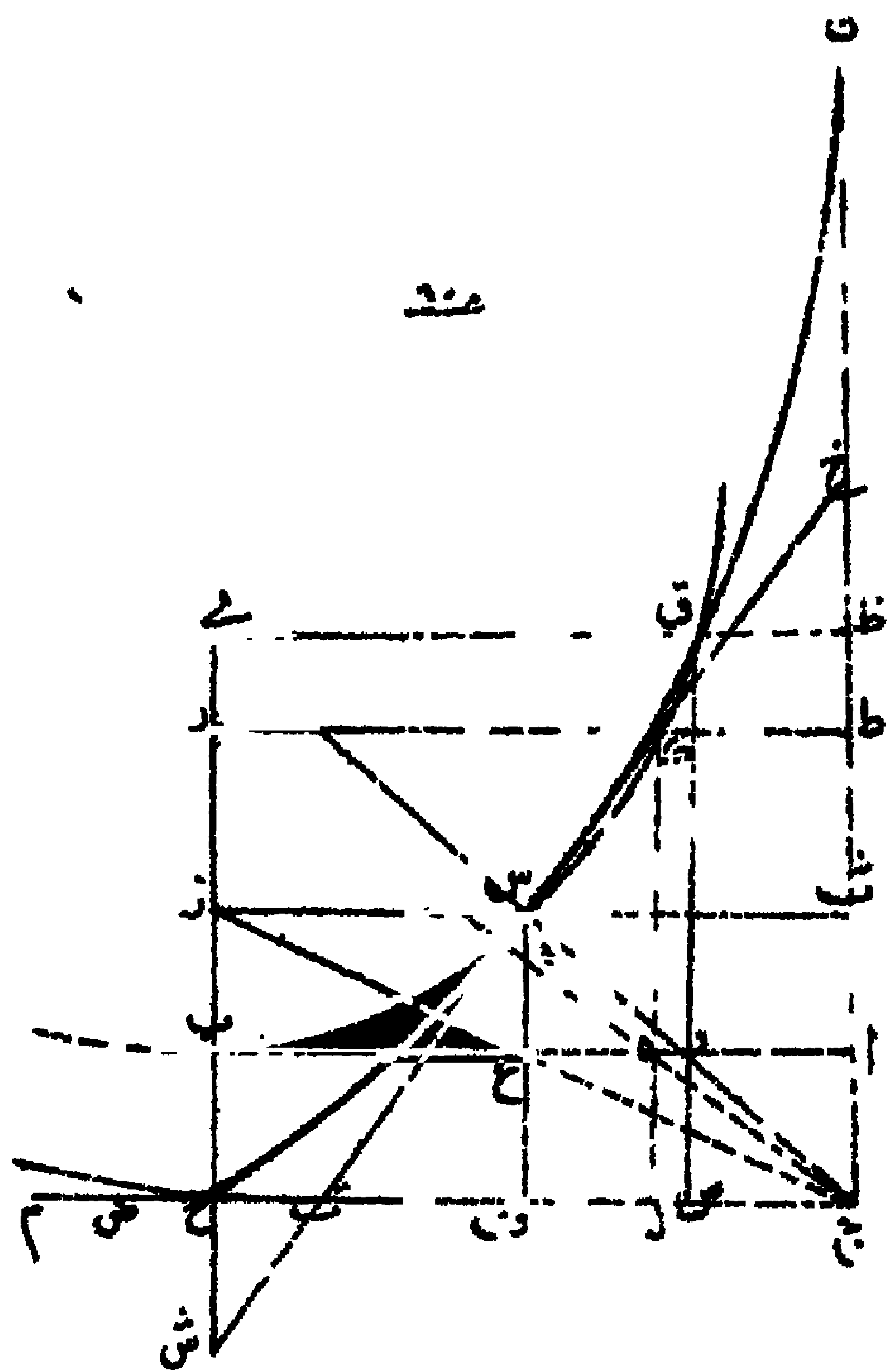
الكرة والاسطوانة ص٩٢

ونعيد لبيان وجوب الشرط المذكور متوازى اضلاع — ح ز — ط ج — مع خطوطه المستقيمة كما كان ولتكن نسبة — اه — ثلث الخط الى اج — كنسبة سطح — ج ح — في — ح م — الى مربع — ب ه — ويكون مجسم مربع — ب ه — في — اه — مساويا لمجسم — ج ح — في — ح م — في اج — لكون القاعدتين متكافئتين للارتفاعين .

ونقول هذا المجسم اعظم من كل مجسم تكون قاعدته مربع اى احد قسمين آخرين كانا لخط — اب — وارتفاعه القسم الباقي ونرسم قطعا مكافئا تمر بنقطة — ح — ويكون سهمه — ح ز — وضلعه القائم — ح م — وهو يمر بنقطة ك — كما مر في الحل واذا اخرج هذا القطع وصل الى — ج ط — الموازى لسهم القطع كما تبين في الشكل السادس والعشرين من المقالة الاولى من المخروطات فلنقطعه على — ن — ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة — ب — ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه — ج ط — ج ح — فهو يمر ايضا بنقطة — ك — كما مر في الحل ونخرج — ز ح — ونجعل — ح ش — مساويا له ونصل — ش ك — ونخرجه الى ان يلقى — ج ط — على — خ — فهو مماس قطع — ح ك — المكافى لما تبين في الشكل الثالث والثلاثين من المقالة الاولى من المخروطات و — ه ب — كان مثلى ه ا — فزك — مثلا — ك ط — ونسبة — زك — الى — ك ش — كنسبة — ك ط — الى — ك خ — فش ك — مثلا — ك خ — وش ك — مثلا — ش ت — لان ش ز — مثلا — ش ح — فت ك — ك خ — متساويان وخط — ت ك خ — لقى قطعا زائدا بمنتصفه فيما بين الخطين اللذين لا يقعان عليه فهو مماس له لما تبين في عكس الشكل الثالث من المقالة الثانية منه فالقطعان متماسان ايضا على — ك ولنخرج القطع الزائد في جانب — ق — ونعلم على خط — ب ه — نقطة — ع كيف وقعت ونجيز عليه خط — ف ع س — موازيا — لج ط — الى ان ينتهى الى القطع الزائد على — س — ونخرج من نقطة — س — خط — ث س ز موازيا — لا ب — وليقطع المكافى على — د — فمن اجل القطع الزائد وخطيه

اللذين لا يقعان عليه يكون سطحا ـ ث ف ـ ا ح ـ بل سطحا ـ ث ع ـ ع ح ـ متساويان واذا وصلنا ـ ج ز ـ مر بنقطة ـ ع ـ ومربع ـ ز د ـ مساو لسطح ـ ز ح ـ ف ـ ح م ـ من اجل القطع المكافى ومربع ـ ز س ـ اصغر منه فليكن كسطح ـ ز ح ـ ف ـ ح ض ـ ونسبة ـ ع ا ـ الى ـ ا ج كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ز ـ بل كنسبة ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ الى ح ز ـ ف ـ ح ض ـ المساوى لمربع ـ ز ص ـ اعنى مربع ـ ب ع ـ فنسبة ع ا ـ الى ـ ا ج ـ كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ الى ـ مربع ـ ب ع ـ ومجسم ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ ف ـ ا ج ـ اصغر من مجسم ـ ج ح ف ـ ح م ـ ف ـ ا ج ـ المساوى لمجسم مربع ـ ب ه ـ ف خط ـ ه ا ـ فمجسم مربع ـ ب ع ـ ف خط ـ ع ا ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ ف ـ خط ه ا ـ ثم نعلم على خط ـ ه ا ـ ايضا نقطة ـ و ـ كيف وقعت ونستأنف التدبير المذكور فيخرج ـ خط ـ ص ـ و ـ ق ـ موازيا ـ لج ط ـ الى ان يلقى القطع الزائد على ـ ق ـ لما تبين فى الشكل الثالث عشر من المقالة الثانية من المخروطات ونخرج من ـ ق ـ خط ـ ظ ى ق ـ موازيا ـ لا ب ـ فيقطع المكافى على غ ـ ويكون من اجل القطع الزائد سطحا ـ ظ ص ـ ا ح ـ بل سطحا ـ ظ و ـ و ح ـ متساويين واذا وصلنا ـ ج ى ـ مر على نقطة ـ و ـ ويكون من اجل القطع المكافى مربع ـ غ ى ـ مساويا لسطح ـ ى ح ـ ف ـ ح م ـ فيكون مربع ـ ق ى ـ اصغر منه فليكن كسطح ـ ى ح ـ ف ـ ح ض ـ ونسبة ـ ا و الى ـ ا ج ـ كنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ح ى ـ بل كنسبة سطح ـ ج ح ـ ف ح ض ـ الى سطح ـ ى ح ـ ف ـ ح ض ـ اعنى مربع ـ و ب ـ المساوى ق ى ـ فمجسم مربع ـ ج ح ـ ف ـ ح ض ـ ف ـ ا ج ـ الذى هو اصغر من مجسم ـ ج ح ـ ف ـ ح م ـ ف ـ ا ج ـ المساوى لمجسم مربع ـ ب ه ـ ف خط ـ ه ا ـ مساو لمجسم مربع ـ ب و ـ ف خط ـ ا و ـ فاذا مجسم مربع ـ ب و ـ ف خط ـ و ا ـ اصغر من مجسم مربع ـ ب ه ـ ف خط ـ ا ه ـ وكذلك

ف



فى سائر النقط فاذا صح ما ادعينا .

ونقول اذا كان معنا سطح وخطان معلومان وكان مجسمهما اصغر من مجسم ــ ب ه ــ فى ــ ه ا ــ قلنا ان نقسم ــ ا ب ــ على نقطتين قسمتين كل واحد منهما كما وصفنا ونرسم لبيان ذلك قطعا مكافئا يكون سهمه ــ ز ح ــ وقطره القائم ــ ح ض ــ فيمر لامحالة بنقطة ــ س ــ واذا كان هذا القطع ــ يجب ان يلقى خط ج ن ــ الموازى لقطره وجب ان يقطع القطع الزائد على نقطة اخرى فوق نقطة ــ ك ــ فليقطعه على ــ ق ــ وعمود ــ ق ــ ويقسم ــ ا ب ــ على ــ و ــ على الصفة المذكورة ويكون حينئذ مجسم مربع ــ ب و ــ فى خط ــ وا ــ مساويا لمجسم مربع ــ ب ع ــ فى خط ــ ع ا ــ اللازم فى الشكل المتقدم فينقسم الخط على نقطتى ــ ع ــ و ــ عن جنبتى نقطة ــ ه ــ قسمتين كما وصفنا ويكون الشكل على ما رسمنا (١) .

وقد بقى علينا ذكر السبب الذى لاجله لم يتعرض ارشميدس للشرط المذكور وذلك انه وضع قطر الكرة ــ د ب ــ ونصفه ــ ب ز ــ والخط المعلوم ز ط ــ والسطح المعلوم مربع قطر ــ د ب ــ ونظر فيه ما ينتهى التحليل به الى ان احتاج الى قسمة ــ د ز ــ على نقطة تكون على القطر كنقطة ــ ح ــ القسمة المذكورة وقد مر ان مجسم مربع السطح المعلوم فى الخط المعلوم لو كان اعظم من مجسم مربع ثلثى الخط الذى يراد قسمته مطلقا فى ثلثه لامتنعت القسمة ولو كان مساويا له لكانت قسمة ــ د ز ــ تقع على نقطة ــ ب ــ طرف القطر ولم تكن تلك القسمة نافعة فيما قصده فمن جهة ان المجسم المعلوم كان ها هنا من مربع قطر الكرة فى ــ ز ط ــ الذى هو اقصر من ــ ز ب ــ اعنى كان اصغر من مجسم مربع ثلثى الخط فى ثلثه فان ارشميدس لما كان قد عين نقطة ــ ح ــ على القطر لم يقع له احتياج الى ذكر القسمين الاولين اعنى غير الممكن وغير النافع اللذين لم يمكن وقوعهما فى الخط على الوجه الذى قصد قسمته ثم ان القسمة المطلوبة لما كانت ممكنة فى خط ــ د ز ــ على نقطتين احديهما تقع فيما بين ــ ز د

(١) الشكل الثمانون ــ ٨٠ ــ .

والاخرى تقطع فيما بين ــ ب د ــ وكانت الثانية متعينة لكون الاولى غير نافعة ايضا فيما قصده لم يقل ارشميدس فى التركيب انا نقسم خط ــ دز ــ لئلا نحتاج الى هذا التفصيل بل قال نقسم خط ــ ب د ــ علی ــ ح ــ قسمة تكون نسبة ح ز ــ الذى هو احد قسمى خط ــ د ز ــ الى ــ ز ط ــ الذى هو الخط المعلوم كنسبة مربع ــ د ب الذى هو السطح المعلوم الى مربع ــ د ح ــ الذى ٣ هو القسم الآخر من خط ــ د ز ــ وان كان قد قال فى الحل انه ينبغى ان يقسم خط ــ زد ــ القسمة المذكورة لأن ذلك كان ما ادى اليه التحليل فى الاول فاذا ظهر انه لم يحتج على الوجه الذى اورده فيما كان محتاجا اليه الى ايراد تفصيل وشرط وذلك انه جعل الحكم خاصا بالصورة التى احتاج اليها ولم يورده عاما على الوجه المحتاج الى الشرط والتفصيل (١) .

طريقة دينوسوذورس ١

فى قسمة الكرة على نسبة مفروضة

ليكن قطر الكرة المفروضة ــ ا ب ــ والنسبة المفروضة نسبة ــ ج د الى ــ د ه ــ والمطلوب قسمة الكرة بسطح يكون ــ ا ب ــ عمودا عليه قسمة تكون نسبة القطعة التى رأسها ــ ا ــ الى القطعة التى رأسها ــ ب ــ كنسبة ــ ج د ــ الى ــ د ه ــ فنخرج ــ ب ا ــ ونجعل ــ ا ز ــ نصف ــ ب ا ــ ونجعل نسبة ــ ز ا ــ الى ــ ا ح ــ نسبة ــ ج ه ــ الى ــ د ه ــ وليكن ــ ا ح ــ عمودا على ا ب ــ ونأخذ خطا مناسبا لخطى ــ ز ا ــ ا ح ــ فيما بينهما وهو ــ ا ط ــ ويكون اطول من ــ ا ح ــ ونرسم على سهم ــ ز ب ــ قطعا مكافئا يمر بنقطة ــ ز ويكون ضلعه القائم ــ ا ح ــ فيمر بنقطة ــ ط ــ لأن ــ مربع ــ ا ط ــ يساوى سطح ــ ز ا ــ فى ــ ا ح ــ وليكن القطع ــ ز ط ك ــ ونخرج من ــ ب خط ــ ب ك ــ الى القطع موازيا ــ لا ط ــ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ح ــ ويكون الخطان اللذان لايقعان عليه ــ ا ب ــ ب ك ــ فهو يقطع القطع المكافى فيما بين ــ ط ك ــ وليقطعه على ــ ل ــ ويخرج من ــ ل ــ عمود ــ لم

(١) الشكل الحادى والثمانون ــ٧١ــ


٨١
د
ه
ح
ب
ط

على ـ ا ب ـ فهو قد قسم ـ ا ب ـ الى سهمى القطعتين و ليخرج من نقطتى ـ ح ل ـ خطى ـ ح ن ـ ل س ـ موازيين ـ لاب ـ ولأن ـ ح ل ـ قطع زائد ـ واب ـ ب ك ـ هما الخطان اللذان لايقعان عليه وخطا ـ ل م ـ ـ ل س ـ موازيان لهما وخارجان من القطع اليهما يكون سطح ـ ا ح ـ ـ فى ـ ح ن ـ مساويا لسطح ـ م ل ـ فى ـ ل س ـ لما تبين فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية من المخروطات و ـ ح ن ـ مساو ـ لاب ـ و ـ ل س ـ مساو ـ لم ب ـ فسطح ـ ل م ـ فى ـ م ب ـ مساو لسطح ـ اح ـ فى ـ ا ب ونسبة ـ ل م ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب م ـ ونسبة مربع ـ ل م ـ الى مربع ـ ا ح ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب م ـ ومربع ـ ل م ـ يساوى سطح ـ م ز ـ فى ـ ا ح ـ من جهة القطع المكافى فنسبة ـ د م ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة مربع ـ ل م ـ الى مربع ـ ا ح ـ التى هى كنسبة مربع ـ ب م ـ ونسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب م ـ كنسبة الدائرة التى نصف قطرها يساوى ـ ب ا ـ الى الدائرة التى نصف قطرها ـ ب م ـ فنسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ الى التى نصف قطرها ـ ب م ـ كنسبة ـ ز م ـ الى ـ ا ح ـ والمخروط الذى قاعدته لدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ح ـ مساو للمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ب م ـ وارتفاعه ـ ز م ـ لكون القاعدتين مكافئتين للارتفاعين ونسبة المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ الى الذى قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه ـ ا ح ـ كنسبة ـ ا ز ـ الى ـ ا ح ـ اعنى نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه د ـ فنسبة المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ الى الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ م ب ـ وارتفاعه ـ م ز ـ كنسبة ـ ج ه الى ـ ه د ـ لكن المخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ وارتفاعه ـ ا ز ـ مساو للكرة والمخروط الذى قاعدته الدائرة التى نصف

قطرها – م ب – وارتفاعه – ز م – مساو لقطعة الكرة التي رأسها – ب .

وليكن لبيان ذلك نسبة – ع م – الى – م ب – كنسبة – ز م – الى – م ا – فالمخروط الذي قاعدته قاعدة هذه القطعة من الكرة وارتفاعه – ع م – مسا ولقطعة الكرة كما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة ولأن نسبة – ز م الى – م ا – كنسبة – ع م – الى – م ب – فبالابدال نسبة – ز م – الى – ع م – كنسبة – م ا – الى – م ب – التي هي كنسبة مربع – ق م – الى مربع م ب – بل كنسبة الدائرة التي نصف قطرها – ق م – الى الدائرة التي نصف قطرها – م ب – فنسبة الدائرة التي نصف قطرها – ق م – الى الدائرة التي نصف قطرها – م ب – كنسبة – ز م – الى – م ع – والمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها – ق م – وارتفاعه – ع م – اعني القطعة التي رأسها ب – من الكرة مساو للمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها – ب م – وارتفاعه – ز م – فقد ظهر ان نسبة الكرة الى القطعة التي رأسها – ب – كنسبة – ج ه – الى – ه د – واذا فصلنا كانت نسبة القطعة التي رأسها – ا وارتفاعها – ا م – الى القطعة التي رأسها – ب – وارتفاعها – ب م – كنسبة ج د – الى – د ه – فاذا السطح المار بخط – ق م – يقسم الكرة القسمة المذكورة وذلك ما اردناه(١) .

طريقة ديوقليس

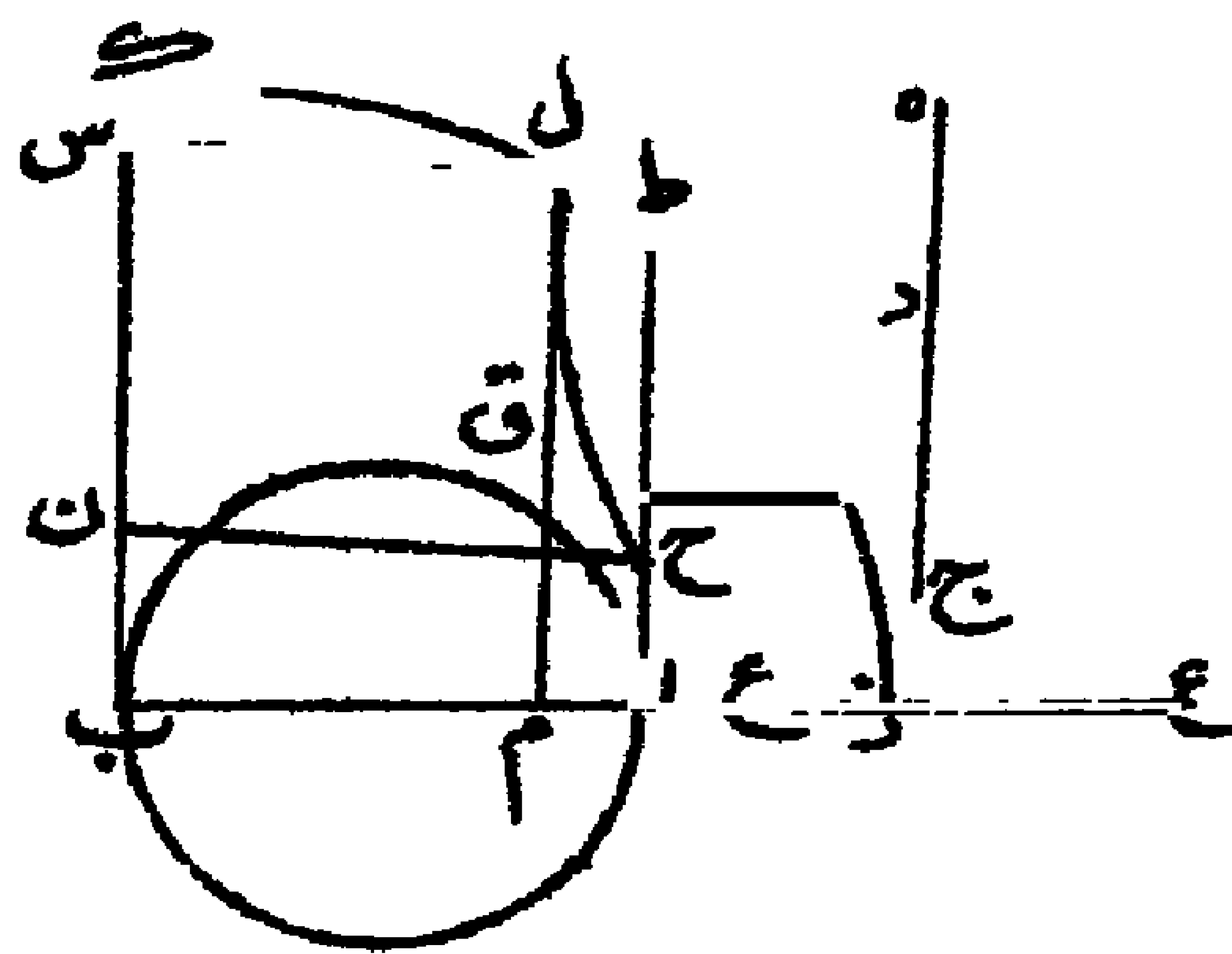
في كتابه في المرايا المحرقة في ذلك

قال لتكن الكرة على قطرها – ا ب – ومركزها – ه – وليقطعها السطح المار – بج د – الى قطعتي – ج ا د – ج ب د – ونجعل نسبة – ه ا – – ز ا – معا الى – ز ا – كنسبة – ط ز – الى – ز ب – ونسبة – ه ب – ب ز – معا الى – ز ب – كنسبة – ح ز – الى – ز ا – وقد بين ارشميدس ان قطعة ج ا د – مساوية لمخروط قاعدته دائرة – ج د – وارتفاعه – ز ح – وان قطعة – ج ب د – مساوية لمخروط قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه – ز ط –

(١) الشكل الثاني والثمانون –٧٢

وان

٨٢



الكرة والاسطوانة ص ٩٨

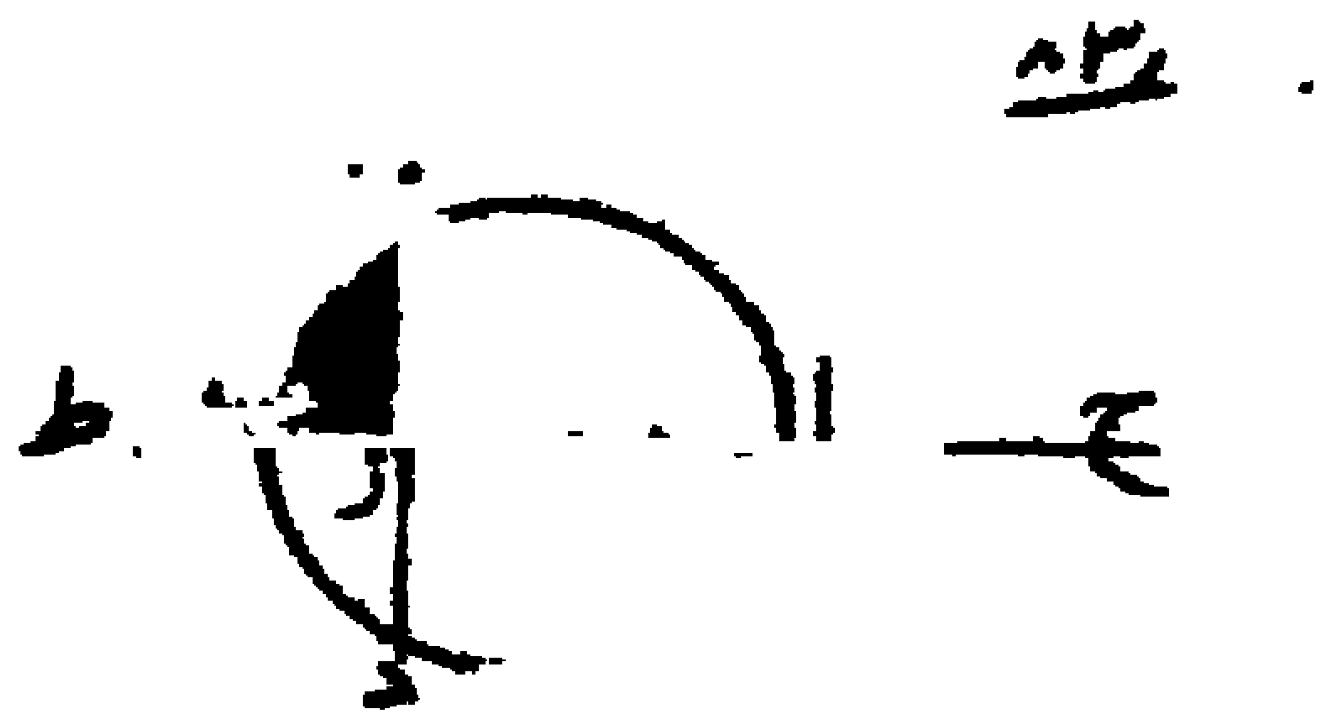
وان نسبة المخروطين كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ ثم انه لما اراد ان يقسم الكرة بقسمين على نسبة مفروضة جعل نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ط ـ تلك النسبة وطول فى برهانه وصار به الى مقدمة لم يثبتها فى كتابه .

ونحن نقول اذا كانت نسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة ـ ه ب ـ ب ز ـ معا الى ـ ز ب ـ فاذا فصلنا كانت نسبة ـ ح ا ـ الى ا ز ـ كنسبة ه ب ـ الى ـ ب ز ـ وبمثل ذلك نسبة ـ ط ب ـ الى ب ز ـ كنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ز ا ـ ايضا فيكون المطلوب انما يحصل بقسمة ـ ا ب ـ على ـ ز ـ قسمة اذا ضم اليهما ـ ا ح ـ ب ط ـ صارت نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة مفروضة ونسبة ـ ح ا ـ الى ـ ا ز ـ كنسبة خط معلوم هو ـ ه ا ـ الى ـ ز ب ـ ونسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ ه ا ـ ايضا الى ـ ز ا ـ فليكن وجود ذلك على طريق التحليل الخط المعلوم الوضع ـ ا ب ـ ونقطتا ـ ا ب منه معلومتان والنسبة المعلومة نسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ ولتكن قسمة الخط على ه ـ وليضم اليه ـ ز ا ـ ح ب ـ فتكون نسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ح ـ كنسبة ج ـ الى ـ د ـ ونسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة خط ـ ا ك ـ المعلوم مثلا الى خط ـ ب ه ـ ونسبة ـ ح ب ـ الى ـ ب ه ـ كنسبة ـ ا ك ـ ايضا الى ه ا ـ وليكن ـ ب م ـ مساويا ـ لا ك ـ وليقوما عمودين على ـ ا ب ـ ونصل ك ه ـ م ه ـ ونخرجهما الى ان يلقيا ـ ب م ـ ا ك ـ على ـ ل ط ـ ونصل ك م ـ ونخرج ـ ل ن ـ موازيا له ونخرج من ـ ه ـ س ه ف ـ موازيا لا ك ـ فلأن نسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ م ب ـ الى ـ ب ه ـ بالفرض وهى كنسبة ـ ط ا ـ الى ـ ا ه ـ فنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ ط ا الى ـ ا ه ـ فز ا ـ مساو ـ لط ا ـ وكذلك تبين ان ـ ح ب ـ مساو ـ لب ل ـ ونسبة ـ ط ا ـ ا ه ـ معا الى ـ م ب ـ ب ه ـ معا كنسبة ـ ك ا ـ ا ه ـ معا الى ـ ل ب ـ ب ه ـ معا لأن نسبة كل الى نظيره كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ه ب ـ وليكن كل واحد من ـ ا ق ـ ب ز ـ مثل ـ ك ا ـ فسطح ـ ط ا ـ ا ه ـ

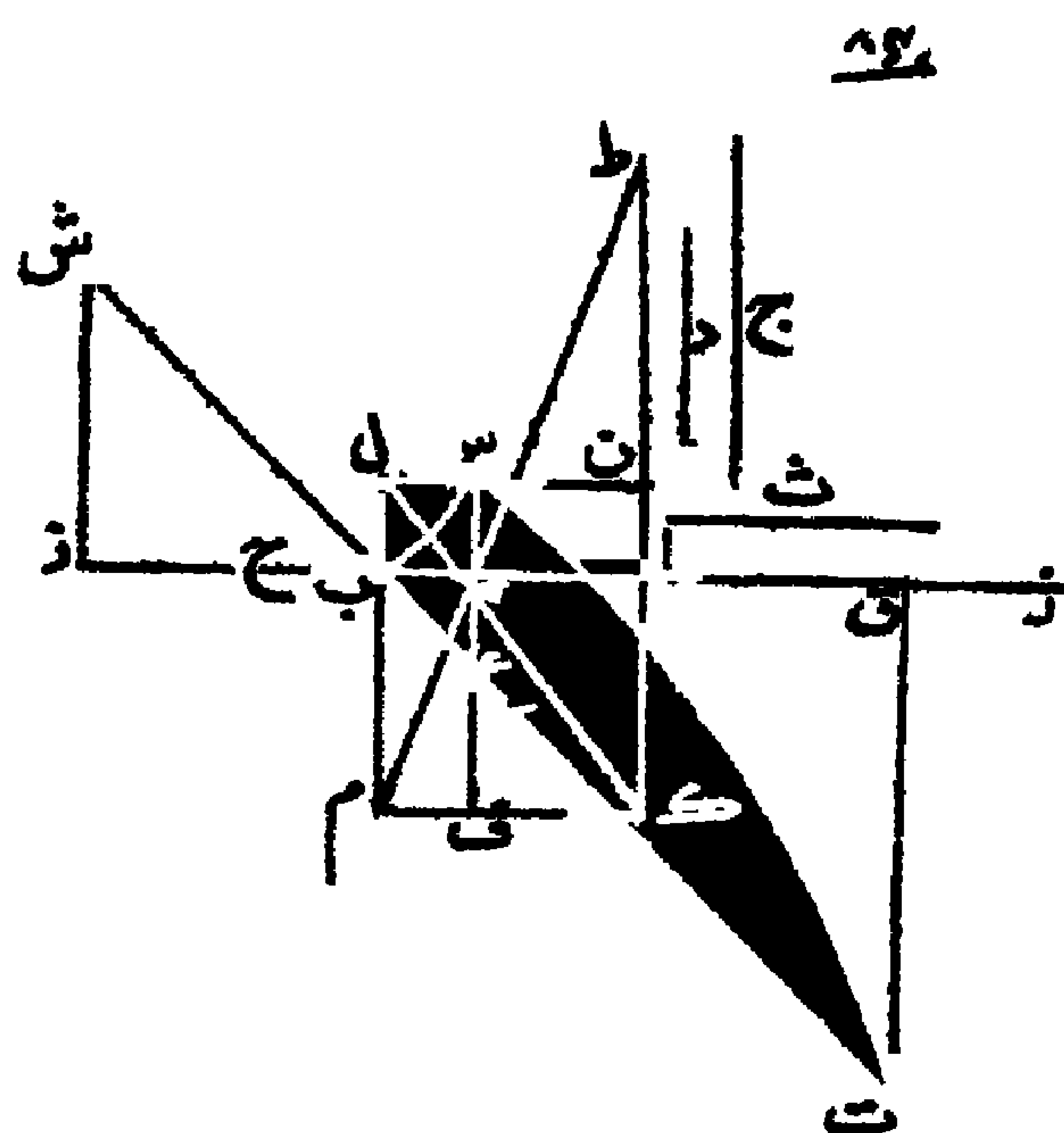
اعني – ز ه – فى – ل ب – ب ه – اعنى – ه ح – مساو لسطح – م ب – ب ه – اعنى ز ه – فى – ك ا – ا ه – اعنى – ق ه – ولذلك يجب اذا كانت – ق بين – ا ل – ان يكون – ز – خارجا عن – ب ح – ولأن نسبة – ج – الى د – كنسبة – ز ه – الى – ه ح – وهى كنسبة سطح – ز ه – فى – ه ح سم اعنى نسبة سطح – ز ه – فى – ق ه – الى مربع – ه ح – تكون نسبة – ج الى – د – كنسبة سطح – ز ه – فى – ق ه – الى مربع – ه ح – ونجعل – ه ع – مساويا – ه ب – ونصل – ب ع – ونخرجه فى الجهتين ونخرج عمود ز ش – ق ت – على – ا ب – الى ان يلقياهما – ب ع – على – ش ت – ولأن ش ت – مر على نقطة معلومة من خط – ا ب – المعلوم الوضع واحاط معه بنصف قائمة اعنى زاوية – ا ب ت – فهو ايضا معلوم الوضع وعمودا – ز ش ق ت – الخارجتين من نقطتين معلومتين من خط معلوم الوضع معلوما الوضع ايضا فنقطتا – ش ت – اللتين هما نقطتا خطوط معلومة الوضع معلومتان فخط ش ت – معلوم الوضع والقدر جميعا ونسبة – ش ب – الى – ب ع – كنسبة ز ب – الى – ب ه – وبالتركيب نسبة – ش ع – الى – ع ب – كنسبة – ز ه – الى – ب ه – ونسبة – ب ع – الى – ع ت – كنسبة – ب ه – الى – ه ق – فبالمساواة المنتظمة نسبة – ش ع – الى – ع ت – كنسبة – ز ه – الى ه ق – ونسبة سطح – ن ع – فى – ع ت – الى مربع – ع ت – كنسبة سطح ز ه – فى – ه ق – الى مربع – ه ق (١) .

وذا ابدا لما كانت نسبة سطح – ش ع – فى – ع ت – الى سطح ز ه – فى – ه ق – كنسبة مربع – ع ت – الى مربع – ه ق – ومربع – ع ت ضعف مربع – ه ق – لأن – ب ع – ضعف – ب ه – فى القوة فسطح – ش ع – فى – ع ت – ضعف سطح – ز ه – فى – ه ق – وكانت نسبة سطح ز ه – فى – ه ق – الى مربع – ه ح – كنسبة – ج – الى – د – و – مربع ه ح – مساو لمربع – س ع – فنسبة – ش ع – فى – ع ت – الى مربع – ع

(١) الشكل الثالث والثمانون – ٧٣ – س –



الكرة والاسطوانة ص ١



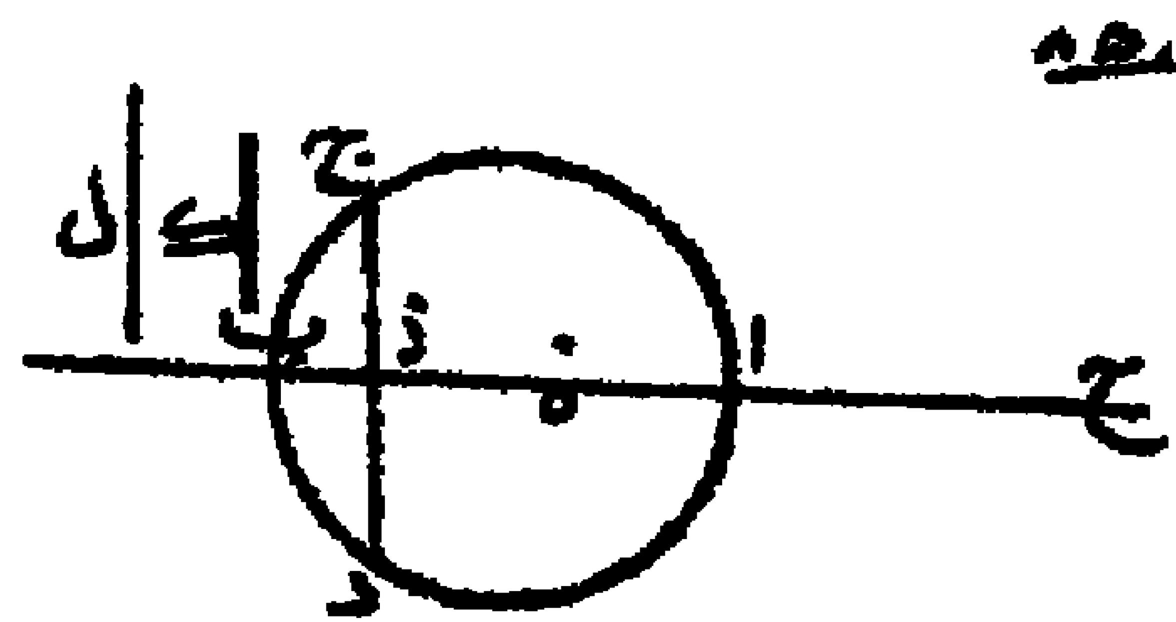
٨٤
ط
ش
ج
د
ن
ل
س
ث
ز
ح
ب
ق
ر
ك
م
ي
ت

س – كنسبة ضعف – ج – الى – د – وهى معلومة فنسبة – ش ع – فى ع ف – الى مربع س ع – معلومة فاذا جعلنا نسبة – ش ت – الى خط آخر وليكن – ث كنسبة – د – الى ضعف – ج – ورسمنا قطعا ناقصا يكون قطره المجانب – ش ت – وضلعه القائم – ث – وزاوية خطوط ترتيبه زاوية – ش ع س – التى هى نصف قائمة كما تبين فى الشكل الثامن والخمسين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات مر ذلك القطع بنقطة – س – اذا كانت نسبة مربع – س ع – الى سطح – ش ع – فى – ح ت – كنسبة الضلع القائم الى القطر المجانب كما تبين فى عكس الشكل الحادى والعشرين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات وليكن ذلك قطع – ش س ت – ويكون معلوم الوضع لكون القطر والزاوية معلومتى الوضع والقدر ولأن – خط – ل ك – قطر سطح – م ن يكون سطح – ن س – فى – س ف – مساويا لسطح – ا ب – فى – ب م فاذا رسمنا قطعا زائدا يمر بنقطة – ب – وكان الخطان اللذان لا يقعان عليه – ك ط – ك م – كما تبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية منه مر ذلك القطع بنقطة س – كما تبين فى عكس الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية منه ويكون القطع معلوم الوضع لأن نقطة – ب – وخطى – ا ب – ب م – معلومة الوضع ويكون خطا – ك ط – ك م – ايضا معلومى الوضع وليكن القطع – س ب – فنقطة – س – على تقاطع قطعين ناقص وزائد معلومى الوضع فهى معلومة الوضع وقد اخرج منها عمود – س ه – الى – خط – ا ب – المعلوم القدر والوضع فنقطة – ه – معلومة وخطوط – ا ه – ه ب – ا ز – ب ح – معلومة النسب المذكورة (١) .

وتركيب ذلك هكذا ليكن الخط الذى نريد قسمته – ا ب – والخط الآخر المعلوم – ا ك – والنسبة المفروضة نسبة – ج – الى – د – ونخرج عمودى – ا ك – ب م – المتساويين على – ا ب – ونصل – ك م – ونجعل – ا ق – ب ر – متساويين – لا ك – ونخرج عمودى – ق ت –

(١) الشكل الرابع والثمانون –٨٤–

ـ ز ش ـ ونعمل على ـ ب ـ من ـ ا ب ـ نصف قائمة وهى زاوية ـ ا ب ع ـ ونخرج ـ ب ع ـ الى ـ ش ـ و ـ ت ـ من العمودين ونجعل نسبة ـ ش ت ـ الى ـ ث ـ كنسبة ـ د ـ الى ضعف ـ ج ـ ونرسم على ـ ش ت ـ قطعا ناقصا تكون خطوط ترتيبه على قطره المجانب اعنى ـ ش ت ـ ب على نصف قائمة وضلعه القائم ـ ق ث ـ وهو قطع ـ ش س ت ـ ونرسم قطعا زائدا بنقطة ـ ب ـ ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ـ ك ا ـ ـ ك م ـ وهو قطع ـ ب س ـ فيقطع القطع الناقص وليكن على نقطة ـ س ونخرج ـ من ـ س ـ على ـ ا ب ـ عمود ـ س ه ـ فهو يقسم الخط على ما نريد وننفذه الى ـ ف ـ ونخرج من ـ س ـ ل س ق ـ موازيا ـ لا ب ـ ونصل م ه ـ ونخرج ـ ك ا ـ م ه ـ الى ان يلتقيا على ـ ط ـ ونصل ـ ك ه ـ ١٣ ـ ل ه ـ فسطح ـ ن ف ـ مساو لسطح ـ ا م ـ من جهة القطع الزائد بل سطح ـ ن ه ـ لسطح ـ ب ف ـ فخط ـ ل ه ك ـ مستقيم وليكن ـ ا د مساويا لـ ا ـ و ـ ب ح ـ مساويا ـ لـ ب ـ ولأن نسبة ضعف ـ ج ـ الى د ـ كنسبة ـ ث ـ الى ـ ش ت ـ التى هى كنسبة سطح ـ ش ع ـ ف ـ ع ت ـ الى ـ مربع ـ س ع ـ ونسبة ـ س ب ـ الى ـ ب ع ـ كنسبة ـ ز ب ـ الى ـ ب ه ـ وبالتركيب نسبة ـ ش ع ـ الى ـ ع ب ـ كنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ب ـ ونسبة ـ ب ع ـ الى ـ ع ت ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ق ـ فبالمساواة نسبة ـ ش ع ـ الى ـ ع ت ـ كنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ق ـ ونسبة سطح ـ ش ع ـ ف ـ ع ت ـ الى مربع ـ ع ت ـ كنسبة سطح ـ ز ه ـ ف ـ ه ق ـ الى مربع ـ ه ق ـ واذا ابدلنا كانت نسبة سطح ـ ش ع ـ ف ـ ع ت ـ الى سطح ـ ز ه ـ ف ـ ه ق ـ كنسبة مربع ـ ع ت ـ الى مربع ـ ه ق ـ ومربع ـ ع ت ـ ضعف مربع ـ ه ق ـ لأن ـ ب ع ـ ضعف ب ه ـ فى القوة فسطح ـ ش ع ـ ف ـ ع ت ـ ضعف سطح ـ ز ه ـ ف ه ق ـ وقد تبين ان نسبة ضعف ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة سطح ـ ش ع ـ ف ع ت


ج
ب
ز
ن
ا
ح
د
ك
ل

ع ت ـ الى مربع ـ ع س ـ اعنى مربع ـ ه ح ـ فنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة سطح ـ ز ه ـ ف ـ ه ق ـ الى مربع ـ ه ح ـ ولأن نسبة ـ ك ا ـ اه ـ اعنى ـ ق ه ـ الى ـ ل ب ـ ب ه ـ اعنى ـ ه ح ـ كنسبة ـ ط ا ـ ا ه اعنى ز ه ـ الى ـ م ب ـ ب ه ـ اعنى ـ ه ز ـ فسطح ـ ز ه ـ ف ـ ه ح ـ مساو لسطح ـ ق ه ـ ه ز ـ ونسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ كنسبة ـ ز ه ـ ف ـ ه ح ـ الى مربع ـ ه ح ـ بل كنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ح ـ ونسبة ـ ز ب ـ الى ب ه ـ اعنى ـ م ب ـ المساوى ـ لك ا ـ الى ـ ب ه ـ كنسبة ـ ط ا ـ ا ه اعنى ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ فنسبة ـ ز ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ ك ا ـ الى ـ ه ب .

وبمثل ذلك تبين ان نسبة ـ ك ا ـ الى ـ ا ه ـ كنسبة ـ ح ب ـ الى ـ ب ه وذلك ما قصدناه والشكل كما كان فى الحل .

واذ تبين ما قدمناه فلنعد قطر الكرة وهو ـ ا ب ـ والمركز وهو ه ـ كما كان اولا ولتكن النسبة المفروضة نسبة ـ ك ـ الى ـ ل ـ ونقسم ـ ا ب على ـ ز ـ قسمة تكون نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ط ـ كنسبة ـ ك ـ الى ـ ل ـ ونسبة ـ ه ب ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ ا ح ـ الى ـ ا ز ـ ونسبة ـ ه ا ـ الى ـ ا ز ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز ـ كما قررناه ونخرج من ـ ز ـ عمود ـ ج د ـ على ـ ا ب ـ ونرسم سطحا يمر ـ بج د ـ ويكون ـ ا ب ـ عمودا عليه فنقسم الكرة الى قطعتين .

ونقول ان نسبتهما النسبة المفروضة وذلك لأن نسبة ـ ه ب ـ الى ب ز ـ كنسبة ـ ح ا ـ الى ـ ا ز ـ وبالتركيب نسبة جميع ـ ه ب ـ ب ز ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ا ـ فمخروط ـ ج ح د ـ مساو لقطعة ج د ـ .

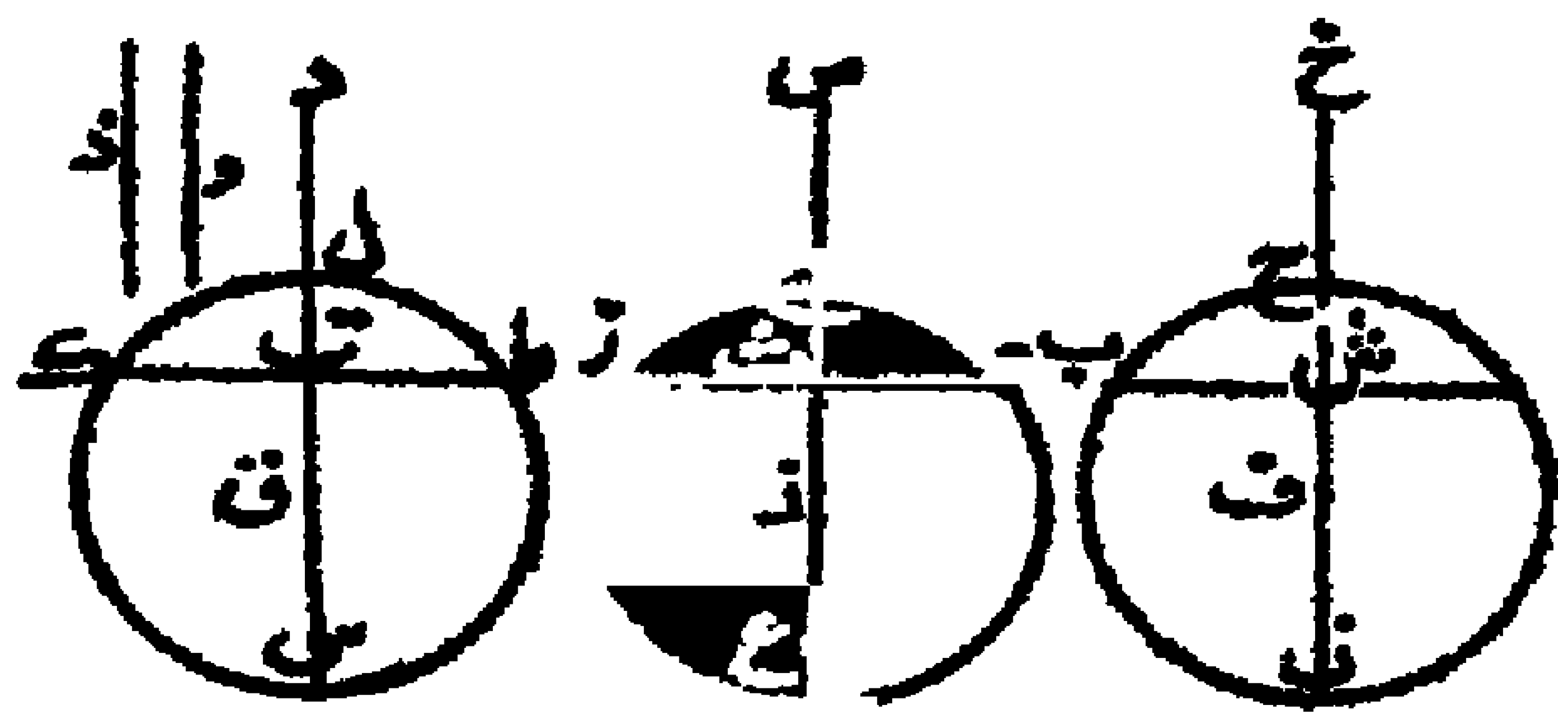
وبمثله تبين ان مخروط ـ ج ط د ـ مساو لقطعة ـ ج ب د ـ ونسبة المخروطين نسبة ـ ح ز ـ ز ط ـ وهى النسبة المفروضة فنسبة القطعتين هى النسبة المفروضة (١) وهذا جميع ما اورده اوطوقيوس فى هذا الباب ونعود

(١) الشكل الخامس والثمانون ـ ٨٥ ـ

الى الكتاب .

(ه) نريد ان نعمل قطعة كرة مساوية لقطعة كرة معلومة شبيهة بقطعة كرة اخرى معلومة فلتكن القطعتان المعلومتان ـ ا ب ج ـ ه ز ح ـ وقاعدة قطعة ـ ا ب ج ـ الدائرة التى قطرها ـ ا ب ـ ورأسها ـ ج ـ وقاعدة قطعة ه ز ح ـ الدائرة التى قطرها ـ ه ز ـ ورأسها ـ ح ـ ونريد ان نعمل قطعة مساوية لقطعة ـ ا ب ج ـ وشبيهة بقطعة ـ ه ز ح ـ فلتكن قطعة ـ ط ك ل ـ كما اردنا ولتكن قاعدتها الدائرة التى قطرها ـ ط ك ـ ورأسها ـ ل ـ ولتكن الدوائر العظمى لهذه الاكر ـ ا ز ب ج ـ ه ع ز ح ـ ط س ك ل ـ ولتكن اقطارها ـ ج ن ـ ح ع ـ ل س ـ وهى اعمدة على قواعد القطع ولتكن المراكز ف ـ ز ـ ق ـ ولتكن نسبة ـ ف ن ـ ن ش ـ معا الى ـ ن ش ـ كنسبة ـ خ ش ـ الى ـ ش ج ـ ونسبة ـ ز ع ـ ع ث ـ معا الى ـ ع ث ـ كنسبة ـ ص ث ـ الى ـ ث ح ـ ونسبة ـ ق س ـ س ت ـ معا الى ـ س ت ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ت ل ـ ولتكن مخروطات قواعدها الدوائر المارة ـ باب ـ ه ز ـ ط ك ـ ورؤسها ـ خ ـ ص ـ د ـ وهى مساوية للقطع كل لصاحبته لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة ولأن قطعة ـ ا ب ج ـ مساوية لقطعة ط ك ل ـ يكون مخروط ـ ا ب ح ـ مساويا لمخروط ـ ط ك د ـ فتكون قاعدتاهما مكافئتين لارتفاعيهما اعنى نسبة دائرة ـ ا ب ـ الى دائرة ـ ط ك ـ بل مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ط ك ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ خ ش ـ ولأن قطعة كرة ـ ه ز ح ـ شبيهة لقطعة كرة ـ ط ك ل ـ يكون مخروط ـ ص ه ز ـ شبيها بمخروط ـ د ط ك ـ كما سأورد ذكره ونسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ط ك ـ ونسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ معلومة فنسبة ـ د ت ـ الى ـ ط ك ـ معلومة ولتكن نسبة ـ خ ش ـ الى ـ ذ ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ط ك ـ المعلوم ـ و خ ش ـ معلوم ـ فذ ـ معلوم وتكون نسبة ـ د ب ـ الى ـ خ ش ـ اعنى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ

ط٦٨



ط ك ـ كنسبة ـ ك ط ـ الى ـ ذ ـ وليكن سطح ـ ا ب ـ ف ـ و ـ مساويا لمربع ـ ط ك ـ فتكون نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ط ك ـ التي هي كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ و ـ فنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ك ـ بالابدال كنسبة ـ و ـ الى ـ ذ ـ ويكون ـ ا ب ـ ط ك ـ و ـ ذ ـ متناسبة على الترتيب وخطا ـ اب ـ ذ ـ معلومان فخطا ـ ط ك ـ و ـ معلومان وتركيبه هكذا (١) .

F.9413

لتكن القطعة التي نريد ان نعمل قطعة تساويها قطعة ـ ا ج ب ـ والتي نريد ان تكون المعمولة شبيهة بها قطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن الدائرتان وساير الاوضاع كما في الحل فمخروط ـ خ ا ب ـ مساو لقطعة ـ ا ب ج ـ ومخروط ص ه ز ـ مساو لقطعة ـ ه ز ح ـ ولتكن نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة خ ش ـ الى ـ ذ ـ ونأخذ خطين فيما بين خطي ـ ا ب ذ ـ يناسبانهما وهما ط ك ـ و ـ حتى يكون ـ ا ب ـ ط ك ـ و ـ ذ ـ متناسبة ونرسم على ـ ط ك قطعة ـ ط ك ل ـ من الدائرة شبيهة بقطعة ـ ه ز ح ـ من دائرتها ونتمم دائرة ط ل ك س ـ وليكن القطر ـ ل س ـ ونثبته ونديرالدائرة فتحدث الكرة ومركزها ـ ق ـ ونرسم على ـ ط ك ـ سطحا يكون القطر عمودا عليه فنقسم الكرة بقطعتين وتكون قطعة ـ ط ك ل ـ كما اردنا اما كونها شبيهة بقطعة ه ز ح ـ فلتشابه قطعتي الدائرتين واما كونها مساوية لقطعة ـ ا ب ج ـ فلانا اذا جعلنا نسبة ـ ق س ـ س ت ـ معا الى ـ س ت ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ت ل ـ كان مخروط ـ د ك ط ـ مساويا لقطعة ـ ل ك ط ـ لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة ويكون لكون مخروطي ـ د ط ـ ك ص ـ ه ز ـ متشابهين نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ه ز ـ اعني نسبة ـ خ ش ـ الى ـ ذ ـ كنسبة د ت ـ الى ـ ط ك ـ ونسبة ـ ت د ـ الى ـ خ ش ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ذ ـ ولأن خطوط ـ اب ـ ك ط ـ و ـ ذ ـ متناسبة تكون نسبة مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ك ط ـ كنسبة ـ ط ك ـ الى ـ ذ ـ أعني كنسبة ـ د ت ـ الى

---

(١) الشكل السادس والثمانون ـ ٨٦ ـ

غ ش ـ ونسبة مربع ـ اب ـ الى مربع ـ ك ط ـ كنسبة دائرتيهما اللتين هما قاعدتا القطعتين والمخروطين فنسبة قاعدتى المخروطين مكافئتان لارتفاعيهما فهما متساويان فالقطعتان متساويتان فاذا قطعة ـ ط ك ل ـ المعمولة مساوية لقطعة ـ ا ب ج ـ ومشابهة لقطعة ـ ه ز ح ـ وذلك ما اردناه .

اقول انما يجب من تشابه قطعتى ـ ه ز ح ـ ط ك ل ـ من الكرتين تشابه مخروطى ـ ص ه ز ـ د ط ك ـ لأنهما يوجبان تشابه قطعتى ـ ه ز ح ـ ط ك ل ـ من الدائرتين وكون نسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ه ـ كنسبة ـ ل ت ـ الى ـ ت ط ـ ونسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ع ـ كنسبة ـ ا ت ـ الى ت س ـ ونسبة ـ ح غ ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ ل س ـ الى ـ ل ت ـ وقد مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة ان نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ز ـ كنسبة ـ ح ث ـ الى ـ ث ع ـ ونسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ق ـ كنسبة ـ ل ت ـ الى ـ ت س ـ فتكون نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ز ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ق ـ ونسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ع ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل س وكانت نسبة ـ ح ع ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ ل س ـ الى ـ ل ت ـ فبالمساواة نسبة ـ ص ح ـ الى ـ ح ث ـ كنسبة ـ د ل ـ الى ـ ل ت ـ وبالتركيب نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ث ح ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ل ت ـ وكانت نسبة ث ح ـ الى ـ ث ه ـ كنسبة ل ت ـ الى ـ ت ط ـ فبالمساواة نسبة ـ ص ث ـ الى ـ ث ه ـ ثم الى ـ ز ه ـ كنسبة ـ د ت ـ الى ـ ت ط ثم الى ـ ك ط ـ فاذا مخروطا ـ ص ه ز ـ د ط ك ـ متشابهان .

واما الطريق الى وجود خطى ـ ط ك ـ و ـ فيما بين خطى ـ ا ب ـ ز ـ على نسبة فكما ذكرت بعد الشكل الاول من هذه المقالة انه كيف يوجد خطان مناسبان لخطين معلومين فيما بينهما بحسب اصول كتاب المخروطات وليس فى هذا الكتاب ماهو مبنى على اصول ذلك الكتاب سوى هذه المقدمة المحتاج اليها فى الشكل الاول المذكور وفى هذا الشكل وسوى المقدمة المذكورة فى

فى الشكل الرابع من هذه المقالة ايضا وهى قسمة الخط الى قسمين تكون نسبة خط معلوم الى احدهما كنسبة مربع الآخر الى سطح معلوم ونعود الى الكتاب .

(و) نريد ان نعمل قطعة كرة تشبه قطعة اخرى معلومة من كرة ويساوى سطحها سطح قطعة اخرى معلومة من تلك الكرة او من كرة اخرى فلتكن القطعتان المعلومتان قطعتى ــ ا ب ج ــ د ه ز ــ ولتكن قطعة ــ ك ل م ــ شبيهة بقطعة ــ ا ب ج ــ وسطحها مسا ولسطح ــ د ه ز ــ وهى المطلوبة فنفرضها موجودة ولتكن الدوائر العظام التى لاكرها القائمة سطوحها على قواعد القطع دوائر ــ ا ب ج ط ــ ه ز ح د ــ ك ل م ن ــ والفصول المشتركة التى فى القواعد ــ ا ج ــ د ز ــ ك م ــ والاقطار القائمة عليها ــ ب ط ــ ه ح ــ ل ن ــ ونصل خطوط ــ ب ج ــ ه ز ــ ل م ــ فلأن سطح قطعة ــ ك ل م ــ مسا ولسطح قطعة ــ د ه ز ــ تكون الدائرة التى نصف قطرها ــ ل م ــ مساوية للتى نصف قطرها ــ ه ز ــ لأن كل واحد منهما مساوية لسطح قطعتها كما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى فخطا ــ ه ز ــ ل م ــ متساويان ولأن قطعتى كرتى ــ ك ل م ــ ا ب ج ــ متشابهتان تكون نسبة ــ ق ل ــ الى ــ ق م كنسبة ــ ب ف ــ الى ــ ف ج ــ ونسبة ــ ق م ــ الى ــ ق ن ــ كنسبة ــ ف ج ــ الى ــ ف ط ــ فنسبة ــ ل ق ــ الى ــ ق ن ــ كنسبة ــ ب ف ــ الى ــ ف ط ــ وبعد العكس والتركيب نسبة ــ ن ل ــ الى ــ ل ق ــ كنسبة ــ ط ب ــ الى ــ ب ف ــ ونسبة ــ ق ل ــ الى ــ ل م ــ كنسبة ــ ب ف ــ الى ــ ب ج ــ فنسبة ــ ن ل ــ الى ــ ل م ــ بل الى ــ ه ز ــ كنسبة ــ ط ب ــ الى ــ ب ج ــ ونسبة ــ ه ز ــ الى ــ ب ج ــ كنسبة ــ ن ل ــ الى ــ ط ب ــ ونسبة ــ ه ز ــ الى ــ ب ج ــ معلومة وكل واحد من ــ ه ز ــ ب ج ــ معلوم فنسبة ــ ن ل ــ الى ــ ب ط ــ معلومة و ــ ب ط ــ معلوم ــ فن ل ــ معلوم فكرة ــ ل م ــ ن ك ــ معلومة وتركيبه هكذا .

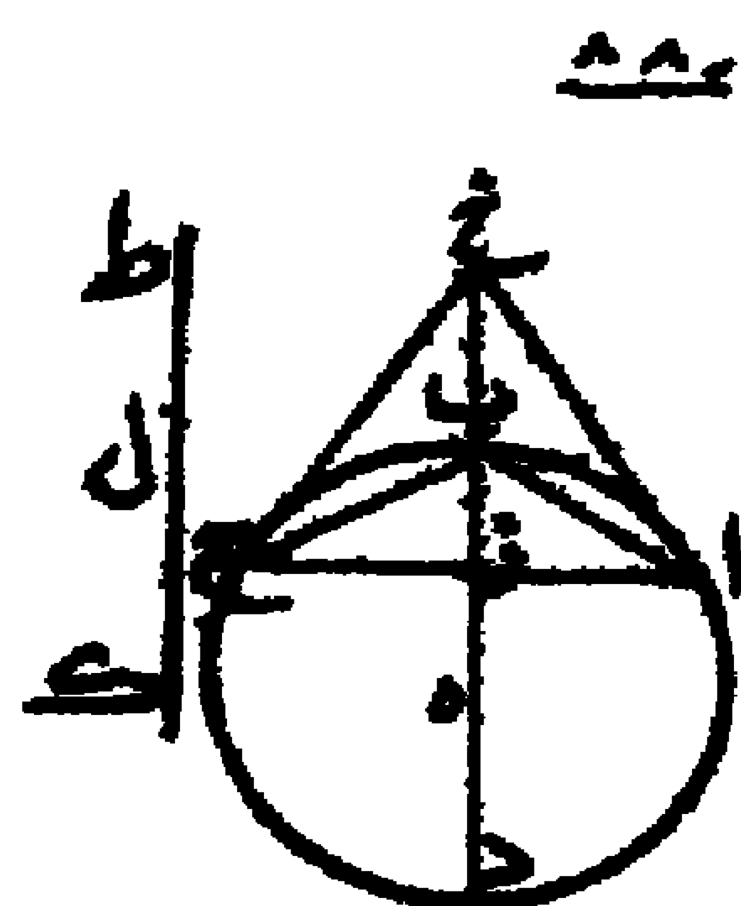
لتكن قطعتا ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ من الكرتين معلومتين ونريد قطعة كرة تشبه قطعة كرة ـ ا ب ج ـ وبساوى سطحها سطح قطعة ـ د ه ز ـ ولتكن الدائرتان والقطران كما وصفنا فى الحل ونجعل نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ل ن ـ ونعمل على ـ ل ن ـ دائرة ثم كرة دائرتها العظيمة دائرة ـ ل ك ـ ن م ـ ونقسم ـ ن ل ـ على ـ ق ـ قسمين تكون نسبة ـ ن ق ـ الى ـ ق ل ـ كنسبة ـ ط ف ـ الى ـ ف ب ـ ونخرج من ـ ق ـ سطحا ـ يكون ـ ن ل ـ عمودا عليه وليمر بـ م ك ـ ونصل ـ ل م ـ ولأن قطعتى ـ ك م ل ـ ا ج ب ـ من الدائرتين متشابهتان تكون قطعتاهما من الكرتين متشابهتين فنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ف ـ كنسبة ـ ن ل ـ الى ـ ل ق ـ ونسبة ـ ب ف ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ل ق ـ الى ـ ل م ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ل ن ـ الى ـ ل م ـ وبالابدال نسبة ـ ب ط ـ الى ـ ل ن ـ التى هى كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ل م ـ فه ز ـ ل م ـ متساويان فسطحا قطعتى ـ ه ز د ـ ـ ل م ك ـ من الكرتين متساويتان فاذا قد عملنا ما اردنا (١).

(ز) نريد ان نفصل من كرة معلومة بسطح قطعة تكون نسبتها الى المخروط الذى قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها كنسبة مفروضة فلتكن اعظم دائرة فى الكرة المعلومة ـ ا ب ج د ـ وقطرها ـ ب د ـ والمركز ـ ه ـ ونريد ان نفصل من الكرة بسطح كالذى تمر على ـ ا ج ـ قطعة ـ ا ب ج ـ تكون نسبتها الى مخروط ـ ا ب ج ـ كنسبة مفروضة وليكن كما فرضنا ونجعل نسبة ـ د ه ـ د ز ـ معا الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ز ب ـ فمخروط ا ج ح ـ مساو لقطعة كرة ـ ا ب ج ـ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة فنسبة مخروط ـ ا ج ح ـ الى مخروط ـ ا ب ج ـ اعنى نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ب ز ـ معلومة فنسبة ـ ه د ـ د ز ـ معا الى ـ د ز ـ معلومة ـ ونسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ معلومة وخط ـ ه د ـ معلوم فخط ـ د ز ـ معلوم فخط ـ ا ج ـ

(١) الشكل السابع والثمانون ـ ٨٧ .

معلوم


مج
ب
ا
ج
د
ط
ل
ز
م
ق
ن



الكرة والاسطوانة ص ١٠٩

معلوم ولأن نسبة ـ د ه ـ الى ـ د ز ـ اعظم من نسبته الى ـ د ب ـ تكون نسبة ـ د ه ـ د ز ـ بالتركيب الى ـ د ز ـ اعنى النسبة المفروضة اعظم من نسبة ـ د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ ونسبة د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ كنسبة الثلاثة الى الاثنين فان ـ د ه ـ دب ـ ثلاثة امثال ـ د ه ـ و ـ د ب ـ مثلاه فالنسبة المفروضة يجب ان تكون اعظم من نسبة الثلاثة الى الاثنين وتركيبه هكذا ـ لتكن الدائرة العظيمة فى الكرة المعلومة ـ ا ب ج د ـ والقطر ـ ب د ـ والمركز ـ ه ـ والنسبة المفروضة نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ و هى اعظم من نسبة الثلاثة الى الاثنين اعنى من نسبة ـ د ه ـ د ب ـ الى ـ د ب ـ و بالتفصيل نسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ اعظم من نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ب ـ و نجعل نسبة ـ ه د ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ ونخرج من نقطة ـ ز ـ عمودا على ـ ب د ـ وهو ـ ا ج ـ ويمر عليه سطحا يكون ـ ب د ـ عمودا عليه فتكون قطعة كرة ـ ا ب ج ـ هى المطلوبة لأنا اذا جعلنا نسبة ـ د ه ـ د ز ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ب ـ كانت نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز ب ـ اعنى نسبة مخروط ـ ح ا ج ـ الى مخروط ـ ب ا ج ـ بل كنسبة قطعة كرة ـ ب ا ج ـ الى مخروط ـ ب ا ج وذلك ما اردناه (١).

(ح) اذا قطع الكرة سطحا على غير مركزها بقطعتين كانت نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة سطح القطعة العظمى الى سطح القطعة الصغرى مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة من نسبة السطحين المذكورة و من نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطحين المذكورة فلتكن الدائرة العظمى على تلك الكرة ـ ا ب ج د ـ والقطر ـ ب د ـ والمركز ه ـ ويقطعها سطح يمر ـ با ج ـ ويكون ـ ب د ـ عمودا عليه ونصل ـ ا ب ـ ا د ـ ونجعل نسبة ـ ه د ـ د ز ـ الى ـ د ز ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ز ب ـ ونسبة ـ ه ب ـ ب ز ـ الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د

(١) الشكل الثامن والثمانون ـ ٨٨ ـ

ويكون بالتفصيل والابدال كما مر ارا نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ط ب ـ الى ـ ب ه ـ وكنسبة ـ ه د ـ الى ـ ح د ـ ونرسم مخروطي ـ ا ط ج ـ ا ح ج ـ المساويين للقطعتين من الكرة كما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة فنسبة سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الى سطح قطعة ـ ا د ج ـ كنسبة ش مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ونسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ا د ـ اعنى نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ه ـ و ليكن ـ ب ك ـ مساويا لب ه ـ و ـ ب ط ـ اطول من ـ ب ك ـ لأن ـ ب ز ـ اطول من ـ ز د ـ ونسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ز د ـ واذا ابدلنا كانت نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ اعنى نسبة ط ب ـ الى ـ ب ه ـ بل الى ـ ب ك ـ ونسبة ـ ط ز ـ الى ـ زك ـ اصغر من ۴ نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ك ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ك ـ اصغر من نسبة ك ز ـ الى ـ ز ح ـ وسطح ـ ط ز ـ فى ـ ز ح ـ اصغر من مربع ـ ك ز ـ فنسبة سطح ـ ط ز ـ فى ـ ز ح ـ الى مربع ـ ز ح ـ التى هى كنسبة ط ز ـ الى ز ح ـ اصغر من نسبة مربع ـ ك ز ـ الى مربع ـ ب ح ـ ونسبة مربع ـ ك ز ـ كنسبة ـ ك ز الى ـ ز ح ـ مثناة وكانت نسبة ـ ك ز ـ الى ـ ز ح ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ فنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ح ـ اعنى نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز د ـ مثناة اعنى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ د ا ـ بل نسبة السطح الى السطح ونقول ايضا خط ـ ب د ـ نصف عـلى ـ ه ـ وقسم بمختلفين على ـ ز ـ فسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز د ـ اصغر من مربع ـ ب ه ـ ونسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ه ـ اصغر من نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ز د ـ وكانت نسبة ـ ه د ـ المساوى ـ لب ه ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز ـ فنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ه ـ اعنى الى ـ ب ك ـ اصغر من نسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ز

٨٩



الكرة والاسطوانة ص١١١

ز ـ فمربع ـ ب ز ـ اصغر من سطح ـ ط ب ـ ق ـ ب ك ـ وليكن مربع ب ل ـ كسطح ـ ط ب ـ ق ـ ب ك ـ فنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ل كنسبة ـ ب ل ـ الى ـ ب ك ـ وكنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ط ـ وهى النسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ك ـ بل ـ ط ب ـ الى ـ ب ه ـ التى هى كنسبة ـ ز ك ـ الى ـ ز ح ـ المساوية لنسبة ـ ب د الى ـ ز د ـ اعنى نسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا د ـ التى هى نسبة السطحين ولما كانت نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ز ـ اعظم من نسبة ـ ط ك ـ الى ـ ك ل فبالتركيب تكون نسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ك ـ اعظم من نسبة ـ ط ل ـ الى ل ك ـ واذا الفت نسبة ـ ز ك ـ الى ـ ز ح ـ اعنى نسبة السطحين بنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ك ـ كانت المؤلفة نسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ح ـ وهى نسبة مخروط ـ ط ا ج ـ الى مخروط ـ ح ا ج ـ اعنى قطعة كرة ـ ب ا ج ـ الى قطعة كرة ـ ح ا ج ـ وهى اعظم من نسبة ـ ز ك ـ الى ـ ز ح ـ اعنى نسبة السطحين اذا الفت بنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ك ـ التى هى النسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطحين فنسبة قطعة كرة ـ ب ا ج ـ الى قطعة كرة ـ ح ا ج ـ اصغر من نسبة السطح الى السطح مثناة واعظم من نسبة السطح الى السطح المذكورة مؤلفة بالنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطح الى السطح المذكورة (١) .

وبوجه آخر ولتكن الدائرة العظمى فى الكرة ـ ا ب ج د ـ والقطر ا ج ـ والمركز ـ ه ـ ولينفصل بسطح يمر ـ بب د ـ ويكون ـ ا ج ـ عمودا عليه إلى قطعتى ـ ا د ب ـ ج د ب ـ ونصل ـ ا ب ـ ب ج ـ ونجعل كل واحد من ـ ا ز ـ ج ح ـ مثل ـ ه ا ـ ونقول نسبة قطعة كرة ـ ا د ب الى قطعة كرة ـ ج د ب ـ مؤلفة من نسبة قطعة كرة ـ ا د ب ـ الى مخروط ا د ب ـ ومن نسبة مخروط ـ ا د ب ـ الى مخروط ـ ج د ب ـ ومن نسبة مخروط ـ ج د ب ـ الى قطعة كرة ـ ج د ب ـ وكانت نسبة قطعة كرة ـ ا د

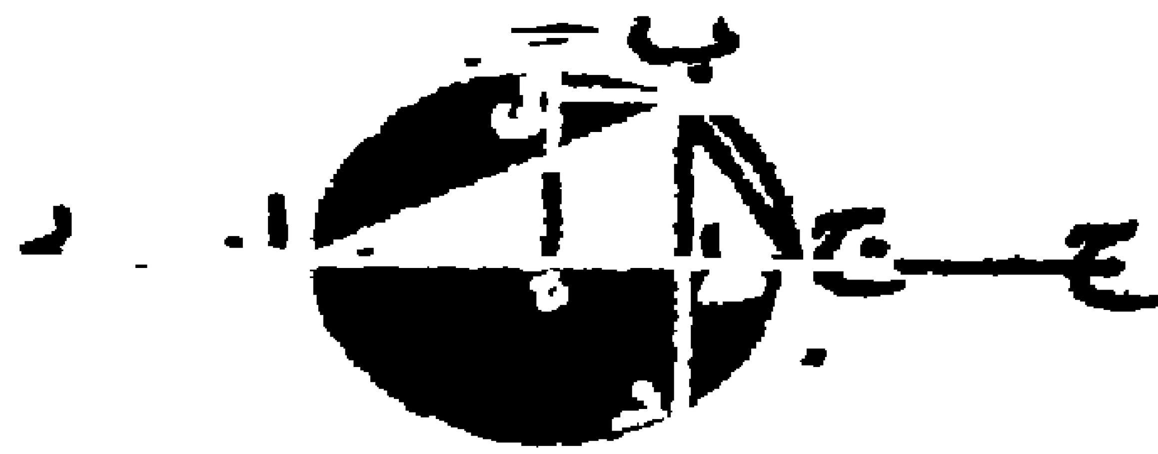
(١) الشكل التاسع والثمانون ـ ٨٩ ـ

ب – الى – مخروط – ا د ب – كنسبة – ح ط – الى – ط ج – لما تبين فى الشكل الثانى من هذه المقالة ونسبة مخروط – ا د ب – الى مخروط – ج دب كنسبة – ا ط – الى – ط ج – ونسبة مخروط – ج د ب – الى قطعة – ج د ب – كنسبة – ا ط – الى – ط ز – والنسبة المؤلفة من نسبة – ح ط – الى ط ج – ونسبة – ا ط – الى – ط ج – الاولتين هى نسبة سطح – ح ط – فى ا ط – الى مربع – ط ج – والنسبة المؤلفة منها ومن نسبة – ا ط – الى – ط ز – الاخيرة هى نسبة – ح ط – فى – ا ط – فى – ا ط – الى مربع – ط ج – فى – ط ز – اعنى نسبة – ح ط – فى مربع – ا ط – الى – ط ز – فى مربع – ط ج – ونسبة السطحين نسبة – ا ط – الى – ط ج – فحاصل الدعوى الاولى هو ان نسبة – ح ط – فى مربع – ا ط – الى – ط ز – فى مربع – ط ج – اصغر من نسبة – ا ط – الى – ط ج – مثناة اعنى من نسبة مربع – ا ط – الى مربع – ط ج .

وانما يتبين ذلك ان نبين ان نسبة – ح ط – فى مربع – ا ط – الى – ط ز – فى مربع – ط ج – اصغر من نسبة مربع – ج ط – التى هى كنسبة – ط ج – فى مربع – ا ط – الى – ط ح – فى مربع – ط ج – وانما يتبين ذلك ان يتبين ان – ط ز – فى مربع – ط ج – اعظم من – ط ح فى مربع – ط ج – وذلك بين لأن – ط ز – اعظم من – ط ح – وايضا نسبة سطح قطعة – ا د ب – الى سطح قطعه – ج د ب – هى نسبة مربع – ا ب – الى مربع – ب ج – والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كهذه النسبة هى نسبة ا ب – الى ب ج – والنسبة المؤلفة من نسبة السطحين ومن النسبة التى مثناها السطحين هى نسبة مكعب – ا ب – الى مكعب – ب ج – فحاصل الدعوى الثانية كنسبة هو ان نسبة – ح ط – فى مربع – ا ط – الى – ط ز – فى مربع – ط ج اعظم من نسبة مكعب – ا ب – الى مكعب – ب ج – التى هى كنسبة مكعب ا ط – الى مكعب – ط ب – وهذه النسبة مؤلفة من نسبة مربع – ا ط – الى

مربع

عـ ٩



انظر ج وأ ك [illegible] ص ١١٣

مربع ـ ط ب ـ ومن ـ ا ط ـ الى ـ ط ب ـ ونسبة مربع ـ ا ط ـ إلى مربع ـ ط ب ـ كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ فالنسبة المؤلفة هي مؤلفة من نسبة ـ ا ط ـ الى ـ ط ج ـ ومن نسبة ـ ا ط الى ـ ط ب ـ اعني نسبة مربع ـ ا ط ـ الى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ وهي كنسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ .

فعلينا ان نبين ان نسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ز ـ فى مربع ـ ط ج ـ اعظم من نسبة ـ ط ح ـ فى مربع ـ ا ط ـ الى ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ وانما يتبين ذلك ان نبين ان ـ ط ز ـ فى مربع ط ج ـ اصغر من ـ ط ح ـ فى سطح ـ ط ج ـ فى ـ ط ب ـ ويتبين ذلك ان نبين ان نسبة مربع ـ ط ج ـ الى سطح ـ ط ج ـ فى ط ب ـ التى هى كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ اصغر من نسبة ـ ط ح ـ الى ـ ط ز ـ وتبين ذلك ان تبين ان نسبة ـ ط ح ـ الى ـ ط ز ـ اعظم من نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ ونخرج من مركز ـ ه ـ عمود ـ ه ك ـ على ا ج ـ ومن ـ ب ـ عمود ـ ب ل ـ على ـ ه ك ـ فاذا القينا المقدم والتالى الاخيرين من المقدم والتالى الاولين بقيت نسبة ـ ج ح ـ اعني ـ ه ك ـ الى ـ ك ل ـ ط ا ـ جميعا اعظم من نسبة ـ ط ج ـ الى ـ ط ب ـ اعنى نسبة ط ب ـ الى ـ ط ا ـ بل ـ ل ه ـ الى ـ ط ا ـ .

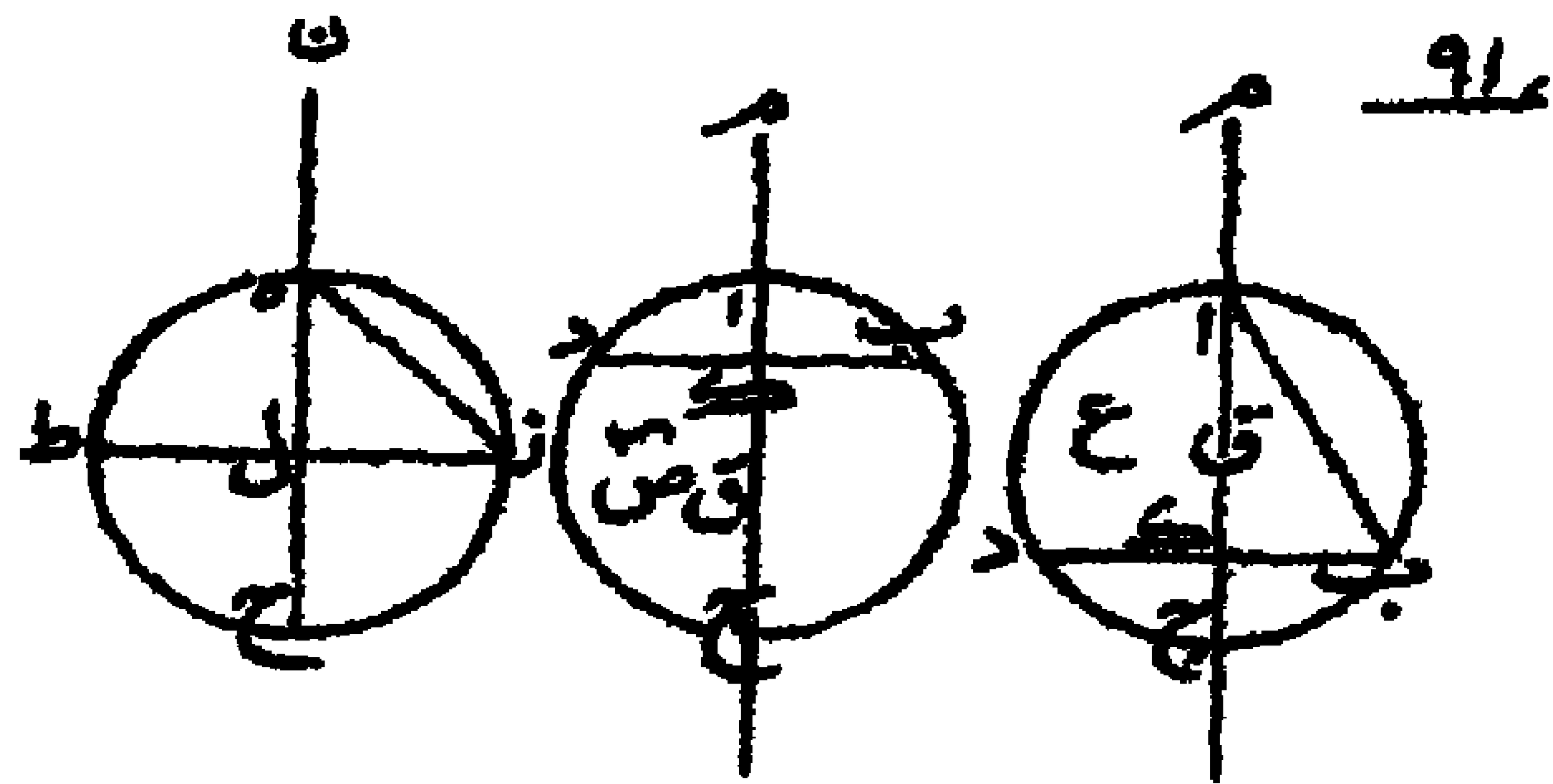
ونحتاج ان نبين انا اذا ابدلنا كانت نسبة ـ ه ك ـ الى ـ ل ه ـ اعظم من نسبة ـ ل ك ـ ط ا ـ جميعا الى ـ ط ا ـ وتبين ذلك اذا فصلنا وكانت نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ه ل ـ اعظم من نسبة ـ ك ل ـ الى ـ ط ا ـ وذلك كذلك لأن ـ ه ل ـ اصغر من ـ ط ا ـ فاذا الحكمان ثابتان وذلك ما اردناه (١) .

(ط) اذا كان نصف كرة سطحه مساو لسطح قطعة كرة اخرى اصغر او اكبر من نصفها كان مجسم النصف اعظم من مجسم القطعة فلتكن الدائرة العظمية لكرة ا ب ج د ـ وا قطر ـ ا ج ـ والاخرى ـ ه ز ـ ح ط ـ والقطر ـ ه ح

(١) الشكل التسعون ـ ٩٠ ـ

ولتقطع الأولى سطحا لايمر بمركزها والأخرى سطحا يمر بمركزها والقطر ان عمود ان على السطحين وفصلاهما المشتركان ـ د ب ط ز ـ فتكون قطعة ـ ط ز ـ نصف الكرة وقطعة ـ ب د ـ اعظم من النصف فى الصورة التى عليها ـ ع ـ واصغر منه فى الصورة التى عليها ـ ص ـ وليكن سطح النصف مساويا لسطح كل واحدة من القطعتين فنقول ان مجسم نصف ـ ز ه ط ـ اعظم من مجسم ـ ب ا د ـ فلان السطوح متساوية كان ـ ه ز ـ مساويا ـ لا ب ـ لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ولأن قطعة دائرة ـ ب ا د ـ فى صورة ـ ع ـ اعظم من النصف يكون ـ ا ب ـ فى القوة اصغر من مثلى ـ ا ك ـ فى القوة واعظم من مثلى نصف قطر الكرة فى القوة وليكن مثلى ـ ا ق ـ فى القوة ولان قطعة دائرة ـ ب ا د ـ فى صورة ـ ص ـ اصغر من النصف يكون ـ ا ب ـ فى القوة اعظم من مثلى ـ ا ك ـ فى الصورة واصغر من مثلى نصف القطر ـ س ـ فى القوة وليكن مثلى ـ ا ق ـ فى القوة وليكن ـ ج س ـ مساويا لنصف قطر دائرة ـ ا ب ج د ـ ونجعل نسبة ـ م ا ـ الى ـ ا ك ـ كنسبة ـ ج س ـ الى ـ ج ك ـ ونعمل مخروطا رأسه ـ م ـ وقاعدته دائرة ـ ب د ـ فهو مساو لقطعة كرة ـ ب ا د ـ لما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة وليكن ـ ه ن ـ مساويا لنصف قطر دائرة ـ ه ز ح ط ـ ونعمل مخروطا رأسه ـ ن ـ وقاعدته دائرة ـ ز ط ـ فهو مساو لنصف كرة ـ ز ه ط ـ ولأن ـ ج ا ـ فى ـ ا ك ـ مثل مربع ـ ا ب ـ ونصف ـ ج ا ـ فى ـ ا ك ـ مثل مربع ـ ا ق ـ يكون ـ ا ق ـ وسطا بين ـ ا ك ـ ونصف ـ ا ج ـ فى النسبة ويكون ـ ق ـ الى منتصف ـ ا ج ـ اقرب من ـ ك ـ فيكون ـ ا ق ـ فى ـ ق ج ـ اعظم من ـ ا ك ـ فى ـ ك ج واذا زيد عليهما مربع ـ ا ق ـ اعنى ـ ا ك ـ فى ـ ج س ـ صار ـ ج ا ـ فى ا ق ـ اعظم من ـ ا ك ـ فى ـ ك س ـ وكان ـ ا ك ـ فى ـ ك س ـ مساويا لم ك ـ فى ـ ك ج ـ لكون الاربعة متناسبة فتصير نسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ

اعظم



الكرة والاسطوانة ص١١٥

اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ا ق ـ ونسبة ـ ج ا ـ الى ـ ج ك ـ كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ب ك ـ فنسبة نصف مربع ـ ا ب ـ اعنى مربع ـ ز ل ـ الى مربع ـ ب ك ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى مثلى ـ ا ق ـ المساويين ـ لل ن ـ فنسبة الدائرة التى قطرها ـ ز ط ـ الى الدائرة التى قطرها ـ د ب ـ اعظم من نسبة ـ م ك ـ الى ـ ن ل ـ فاذا مخروط ـ ن ز ط ـ اعنى نصف كرة ـ ه ز ط ـ اعظم من مخروط ـ ب م د ـ اعنى قطعة كرة ـ ا ب د ـ وذلك ما اردناه (١) وهذا آخر اشكال الكتاب .

اقول ولأبى سهل يحيى بن رستم القوهى رسالة وسمها بسد الخلل الذى فى المقالة الثانية من كتاب ارشميدس وقال فيها ان هاهنا ثلاثة اعمال من حيز واحد أحدها عمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة وتشبه قطعة كرة اخرى

وثانيها عمل قطعة كرة يساوى سطحها سطح قطعة كرة وتشبه هى قطعة كرة آخرين .

وثالثها عمل قطعة كرة يساوى هى قطعة كرة وسطحها سطح قطعة كرة اخرين فبين ارشميدس الاولين واهمل الثالث ولم يلحقه بهما من بعده ثم انه اورده وبيانه هكذا .

لنا ان نعمل قطعة كرة تساوى قطعة كرة اخرى معلومة ويساوى سطحها سطح قطعة كرة اخرى معلومة ايضا فلتكن على سبيل التحليل قطعة ـ ا ب ج د ـ جسمها مساولقطعة معلومة من كرة معلومة وسطحها مساولسطح معلوم لقطعة معلومة من كرة اخرى ولتكن الكرة على خط ـ ب ه المعلوم الوضع الذى مبدؤها نقطة ـ ب ـ المعلومة وليكن ـ ب د ـ قطرها و ـ د ه ـ نصف قطرها ونسبة ـ د ه ـ مع ـ د ز ـ اعنى ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ فيكون مخروط ـ ط ا ج ـ الذى ارتفاعه ط ز ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ـ ا ز ـ مساويا لجسم قطعة ـ ا ب ج ـ كما مر فى الشكل الثانى من هذه المقالة هو معلوم بالفرض وانسم مخروط القطعة ونصل

(١) الشكل الحادى والتسعون ـ ٩١ ـ

ا بـ ا د ـ و ـ ا بـ مسا وانصف قطر دائرة تساوى سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى لما مر فى الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ولكون سطح القطعة معلوما بالفرض يكون ـ ا ب ـ معلوما واذا رسمنا مخروطا يكون ارتفاعه مثل ـ ا ب ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ايضا مثل ـ ا ب ـ يكون ايضا معلوما ولنسم مخروط السطح فنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة المعلومين معلومة ولأن نسب المخروطات مؤلفة من نسب ارتفاعاتها ومن نسب قواعدها تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مؤلفة من نسبة الارتفاعين اعنى نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة القاعدتين اعنى نسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ الى الدائرة التى نصف قطرها ا ز ـ وهى كنسبة مربع ـ ا ب ـ الى مربع ـ ا ز ـ بل كنسبة مربع ـ د ب ـ الى مربع ـ د ا ـ اعنى نسبة ـ د ب ـ الى ـ د ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة ـ د ب ـ الى ـ د ز ـ هى نسبة سطح ـ ا ب فى ـ د ب ـ الى سطح ـ ط ز ـ فى ـ د ز ـ وسطح ـ ط ز ـ فى ـ د ز ـ كسطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ لأن نسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ كنسبة ـ ه ز الى ـ ز د ـ على ما مر فنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ د ب ـ الى سطح ـ ب ز فى ـ ز ه ـ كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة ولتكن نسبة سطح ا ب ـ فى خط ما كخط ـ د ك ـ الى مربع ـ ب ز ـ لتلك النسبة فتكون نسبة سطح ـ ا ب ـ فى جميع ـ ب ك ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ د ه ـ مع مربع ب ز ـ اعنى سطح ـ ب ه ـ فى ـ ب ز ـ ايضا كتلك النسبة ولأن ـ د ه ـ نصف ـ د ب ـ و سطح ـ د ب ـ فى ـ ب ز ـ اعنى مربع ـ ا ب ـ معلوم يكون سطح ـ ب ه ـ فى ـ ب ز ـ الذى هو مرة ونصف مثل مربع ـ ا ب معلوما فيكون سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب ك ـ ايضا معلوما و ـ ا ب ـ معلوم فب ك ـ معلوم ونقطة ـ ب ـ معلومة فنقطة ـ ك ـ معلومة ونخرج من نقطة ـ د ـ عمود ـ د م ـ على ـ ب ه ـ مساويا ـ لب ز ـ فتكون نسبة سطح

ا ب

ش ٩٢

ا ط ب ز س د ه ك ه ع م

اب ـ فى ـ دك ـ الى مربع ـ دم ـ التى هى كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة معلومة ولتكن نسبة ـ اب ـ الى ـ س ـ كتلك النسبة ايضا واذا اخذنا ـ دك ـ ارتفاعا مشتركا كانت نسبة سطح ـ اب ـ فى ـ دك ـ الى سطح ـ س ـ فى ـ دك ـ كنسبة سطح ـ اب ـ فى ـ دك ـ الى مربع ـ دم ـ ويكون لذلك سطح ـ س ـ فى ـ دك ـ مساويا لمربع ـ دم ـ واذا توهمنا قطعا مكافئا يكون رأسه نقطة ـ ك ـ وسهمه ـ ك ب ـ وضلعه القائم ـ س ـ كان يمر بنقطة ـ م ـ ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ونخرج من ـ ب ـ عمود ب ع ـ على ـ ب ك ـ ونتوهم قطعا زائدا لايلقاه خطا ـ ب ع ـ ب ه ـ يكون سطح الخطين الخارجين من كل نقطة منه الى خطى ـ ب ه ـ ب ع ـ موازيين لهما مساويا لسطح ـ ب د ـ فى ـ ب ز ـ المعلوم كان مارا بنقطة ـ م ـ يكون ـ دم ـ مساويا ـ لب ر ـ ويكون ذلك القطع ايضا معلوم الوضع فنقطة ـ م ـ المشتركة بين قطعين معلومى الوضع معلومة وعمود ـ م د ـ الخارج منها الى خط ـ ب ه ـ المعلوم الوضع معلوم فنقطة ـ د ـ معلومة وكانت نقطة ـ ب ـ معلومة ـ فب د ـ قطر الكرة معلوم وخط ـ ب ز ـ منه المساوى ـ لم د ـ معلوم فقطعة ـ اب ج ـ الكرية معلومة وذلك ما اردناه.(١)

وقد بان ان ـ اب ـ وسط فى النسبة بين ـ ب د ـ قطر الكرة و ـ دم ـ اعنى ـ ب ز ـ وان ـ دم ـ اصغر من ـ ب ا ـ وهو اصغر من ب د ـ وسطح ـ س ـ فى ـ ك د ـ اصغر من سطح ـ ب د ـ فى ـ دم ـ اعنى مربع ـ اب ـ ونسبة ـ س ـ الى ـ اب ـ اصغر من نسبة ـ اب ـ الى ـ ك د ـ .

ونقول لايجوز ان تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اى نسبة كانت بل يجب ان يكون لها فى الصغر حد لايتجاوزه وذلك عند كون القطعين متماسين عند نقطة ـ م ـ ونخرج ـ ع م ل ـ مماسا لهما ومارا بنقطة المماس فيكون لأجل القطع الزائد ـ ع م ـ مساويا ـ لم ل ـ كما تبين

(١) الشكل الثانى والتسعون ـ ٩٢ ـ

فى الشكل الثالث من المقالة الثانية من كتاب المخروطات ولتوازى ـ د م ـ و ـ ب ع ـ يكون ـ د ل ـ مساويا ـ لد ب ـ اعنى قطر الكرة ولكون ل م ـ مماسا لقطع المكافى يكون ـ ل ك ـ مساويا ـ لك د ـ لماتبين فى الشكل الثالث والثلاثين من المقالة الاولى ـ فد ك ـ مثل نصف قطر الكرة ويكون لذلك نقطة ـ ك ـ واقعة على نقطة ـ ه ـ .

وتقدم فى الحل ان نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب ك ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ب ه ـ اعنى ـ ب ز ـ فى ـ ب ك ـ وهى نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ وكانت كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ س ـ فب ز ـ اعنى ـ د م ـ مساو ـ لس ـ وسطح ـ س ـ فى ـ د ك ـ مساولمربع ـ د م ـ فد ك ـ مساو ـ لد م ـ اعنى ـ ب ز ـ فب ز ـ نصف قطر الكرة وكذلك ـ ا ز ـ فتكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة التى هى كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ فى هذه الصورة نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة الاثنين الى الواحد لأن نسبة ـ ا ب الى ـ ب ز ـ مثناة بالتكرير هى نسبة ـ ب د ـ الى ـ ب ز ـ والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة الاثنين الى الواحد هى نسبة الاثنين الى جذرهما ونسبة جذر الاثنين الى الواحد وانما لا يجوز ان تكون النسبة المذكورة اصغر من ذلك لأن نسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ التى هى نسبه مخروط السطح الى مخروط القطعة تكون مؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ اعنى نسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ا ـ ومن نسبة ـ د ب ـ الى ـ ز ه ـ التى هى نسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ا ب ـ فى ز ه ـ ونجعل ـ ب د ـ ارتفاعا مشتركا فتكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم ـ ا ب ـ فى ـ ز ه ـ فى ـ ب د ـ وايضا اذا جعلنا السطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ و ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ ارتفاع ـ ز ه ـ مشتركا كانت نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مجسم

ا ب

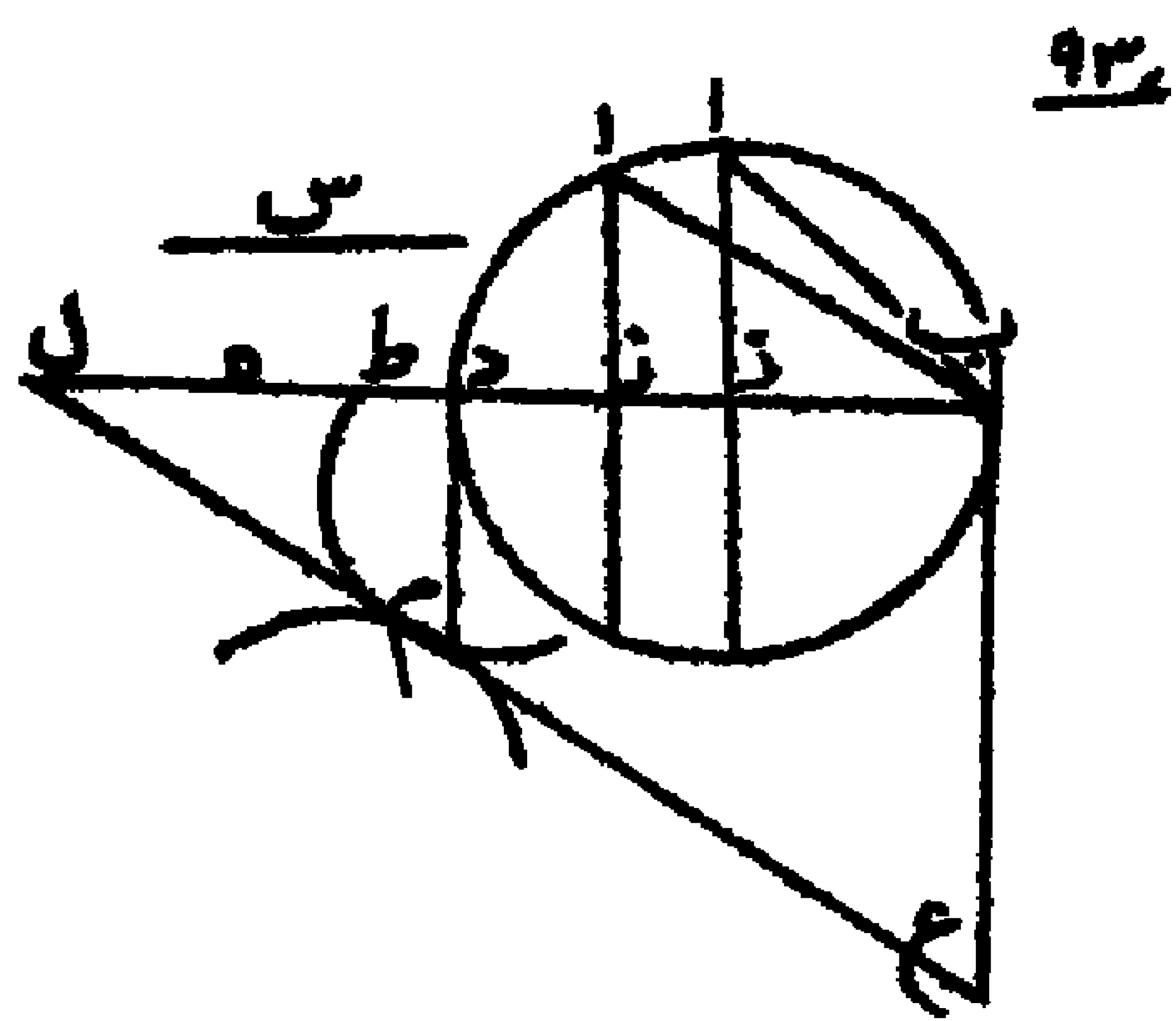
ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ فى ـ ز ه ـ الى مجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ـ ز ه ـ فبالمساواة نسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ـ ز ه كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مثناة بالتكرير ومجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ـ ز ه ـ انما يكون اعظم ما يمكن اذا كان ـ ب ز ـ نصف ـ ز ه كما تبين فيما اوردناه حكايــة عن اوطوقيوس بالقطوع وسنورد بيانه ايضا مجردا عن القطوع فنسبة مكعب ـ ب د ـ الى مجسم خط ـ ب ز ـ فى مربع ز ه ـ اصغر ما يكون انما يكون عند كون ـ ب ز ـ نصف قطر الكرة واذا جعل مخروط السطح فى جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اعظم ما يكون واما فى الكبر فلا يكون للنسبة المــذكورة جدا وان كانت القطعة اصغر من نصف الكرة واما اذا كانت القطعة اكبر من نصف الكرة فلا يجوز ان يكون اكبر من نسبة الاثنين الى الواحد لان سطح ـ ا ب ـ فى ب د ـ يكون اصغر من مربع ـ ب د ـ فنسبة سطح ـ ب ا ـ فى ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ تكون اصغر من نسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ ولكون ـ ز ـ اقرب الى منتصف ـ ب ه ـ من ـ د ـ يكون سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ اعظم من سطـــح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ ونسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ب ز ـ فى ـ ز ه ـ اصغر من نسبة مربع ـ ب د الى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ فنسبة سطح ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ الى سطح ب ز ـ فى ـ ز ه ـ اعنى نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اصغر كثيرا من نسبة مربع ـ ب د ـ الى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ اعنى نسبة ـ ب د الى ـ د ه ـ التى هى كنسبة الاثنين الى الواحد فاذا نسبة الاثنين الى الواحد هى الحد التى لا يتجاوزه تلك النسب فى الكبر واذا جعلنا مخروط السطح فى جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اصغر ما تكون .

فقد بان من ذلك ان نسبة الاثنين الى جذرهما هى اصغر جميع النسب الواقعة فى الكرة بين مخروط السطح ومخروط القطعة وأن ما بينهما وبين

نسبة الا ثنين الى الواحد يمكن ان يقع فى نصفى الكرة ولا يقع شئ منه من نسب الا ثنين الى ما هو اقل من الواحد فى القسم الاعظم من النصف بل يختص جميع ذلك بالقسم الاصغر من النصف (١) .

واذا تقرر ذلك فلنشتغل بالتركيب ونقول ليكن على طريق التركيب القطعتان المعلومتان الكرتين المختلفتين قطعتي ـ ح ن ف ـ ص ق و ـ والمطلوب بأن نعمل قطعة كرة سطحها الكرى مساو لسطح قطعة ـ ح ن ف ـ الكرى وجسمها مساو لجسم قطعة ـ ص ق و ـ ونخرج ـ ح ن ـ نصف قطر دائرة يساوى سطح قطعة ـ ح ن ف ـ ونتوهم مخروطا ارتفاعه ـ ن ح ـ ونصف قطر دائرة قاعدته ـ ن ح ـ وهو مخروط السطح ومخروطا آخر يساوى قطعة ق ص و ـ وهو مخروط القطعة ويكونان معلومين وينبغى ان لا تكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اقل من نسبة الا ثنين الى جذرها لما تقدم ونجعل نسبة خط ما وليكن ـ ب ك ـ الى ـ ن ح ـ كنسبة مخروط السطح الى ثلثى مخروط القطعة ونسبة ـ ن ح ـ الى ـ س ـ كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة ونرسم قطعا مكافئا سهمه ـ ب ك ـ ورأسه ـ ك ـ وضلع القائم ـ س ـ على ما تبين فى الشكل الثانى والخمسين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات وليكن هو قطع ـ ك م ـ ونخرج من نقطة ـ ب ـ على خط ـ ب ك ـ عمود ـ ب ع ـ ونجعل سطح ـ ب ك ـ فى ـ ك ى ـ مساويا لمربع ـ ن ح ـ ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ـ ى ـ ولا يقع عليه خطا ـ ب ك ب ع ـ على ماتبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانية منه وليكن هو قطع ـ ى م ـ فيجب ان يتلاقى القطعان على نقطة ما مثل نقطة ـ م ـ التى بعدها عن خط ب ك ـ وهو عمود ـ م د ـ يقوى على سطح ـ س ـ فى ـ د ك ـ ويساوى ب ز ـ الذى ـ سطحه ـ فى ـ ب ك ـ يساوى مربع ـ ن ح ـ اعنى سطح ب ك ـ فى ـ ك ى ـ على ما تقدم فى الحل فليتلاقيا على ـ م ـ ونخرج من م ـ عمود ـ م د ـ على ـ ب ك ـ فيكون اقصر من ـ ب د ـ على ما مر فى

(١) الشكل الثالث والتسعون ــ٩٣ــ



الكرة والاسطوانة ص ١٢٠

الحل ونرسم على ـ ب د ـ كرة دائرتها العظيمة الحادثة من قطع سطح خطى ب د ـ د م ـ المتقاطعين اياها دائرة ـ ا ب ج د ـ ونفصل من ـ ب د ـ ب ز مثل ـ م د ـ ونخرج ـ سطحا يمر بنقطة ـ ز ـ ويقوم ـ ب ز ـ عمودا عليه فتحدث فى الكرة دائرة قطرها ـ ا ج ـ وتنفصل من الكرة قطعة ـ ا ب ج .

فنقول فهى التى سطحها الكرى مساو لسطح قطعة كرة ـ ح ن ف ـ وجسمها مساو لقطعة ـ ص ق ـ ونصل ـ ا ب ـ ا د ـ ونجعل ـ د ه ـ مثل نصف ـ ب د ـ ونسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ز ط ـ الى ـ ز ب ـ نصل ـ ا ط ـ فيكون مخروط ـ ط ا ج ـ مساويا لقطعة ـ ا ب ج ـ كما مر فى الشكل الثانى من المقالة الثانية من الكتاب ولأن ـ د م ـ يساوى ـ ب ز ـ يكون ـ ب د ـ فى ـ د م ـ مساويا لمربع ـ ا ب ـ وكان مساويا للسطح ـ ب ك ـ فى ـ ك ى ـ المساوى لمربع ـ ح ن ـ من اجل القطع الزائد كما تبين فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانية من المخروطات ـ فح ن ـ مساو ـ لا ب ـ فالدائرة التى نصف قطرها ـ ح ن ـ اعنى سطح قطعة ـ ح ن ف ـ الكرى مساوية للدائرة التى نصف قطرها ـ ا ب ـ اعنى سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرية وايضا لأن نسبة ـ ب ك ـ الى ـ ن ح ـ اعنى ـ ا ب ـ كنسبة مخروط السطح الى التى مخروط قطعة كرة ـ ص ق و ـ ونسبة ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ب ـ كنسبة ـ ب ك ـ الى ـ ا ب ـ فنسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ب ا ـ كنسبة مخروط السطح الى ثلثى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مربع ـ ب ا ـ كنسبة مخروط السطح الى ثلثى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى مرة ونصفه مثل مربع ـ ا ب ـ كنسبة مخروط السطح الى تمام مخروط قطعة ـ ص ق و ـ وكان مربع ـ ب ا ـ مثل سطح ـ د ب ـ فى ـ ب ز ـ ونصفه مثل سطح ـ ه د ـ فى ـ ب ز ـ ونسبة سطح ـ ب ك ـ فى ـ ب ا ـ الى سطح ـ ه ب ـ فى ـ ب ز

كنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ـ ص ق و ـ وهى كنسبة ـ ا ب ـ الى ـ س ـ بل ـ كنسبة سطح ـ ا ب ـ ف ـ د ك ـ الى سطح ـ س ـ ف ـ د ك ـ المساوى لمربع ـ د م ـ بل لمربع ـ ب ز ـ فنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ـ ص ق ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ ف ـ ب ك ـ الى سطح ـ ه ب ـ ف ـ ب ز ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ ف ـ د ك ـ الى مربع ـ ب ز بل كنسبة سطح ـ ا ب ـ ف ـ ب د ـ الباقى الى سطح ـ ب ز ـ ف ـ ز ه الباقى وكان سطح ـ ب ز ـ ف ـ ز ه ـ كسطح ـ ط ز ـ ف ـ ز د ـ لكون نسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز د ـ كنسبة ـ ط ز ـ الى ـ ز ب ـ فنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ـ ص ق ـ وكنسبة سطح ـ ا ب ـ ف ـ ب د ـ الى سطح ـ ط ز ـ ف ـ ز د ـ التى هى مؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة ـ ب د ـ الى ـ ز د ـ اعنى نسبة مربع ـ ب د ـ الى مربع ـ د ا ـ بل كنسبة مربع ـ ب ا ـ الى مربع ـ ا ز ـ التى هى كنسبة الدائرة التى نصف قطرها ـ ب ا الى الدائرة التى نصف قطرها ـ ا ز ـ والنسبة المؤلفة من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ز ـ ومن نسبة دائرة نصف قطرها ـ ب ا ـ الى دائرة نصف قطرها ـ ا ز ـ هى نسبة مخروط ارتفاعه ـ ا ب ـ وقاعدته دائرة نصف قطرها ـ ا ب ـ وهو مخروط السطح بعينه الى مخروط ارتفاعه ـ ط ز ـ وقاعدته دائرة نصف قطرها ـ ا ز ـ المساوى لقطعة كرة ـ ا ب ج ـ فنسبة مخروط السطح الى قطعة كرة ـ ص ق و ـ والى مخروط قطعة ـ ا ب ج ـ واحدة فقطعة ـ ا ب ج ـ مساوية لقطعة ـ ص ق و ـ وقد بينا ان سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى مساو لسطح قطعة ـ ح ن ف ـ الكرى فاذا حصل ما قصدناه وذلك ما اردناه (١) .

ويتبين مما ذكرنا ان النسبة المذكورة اذا كانت اصغر من نسبة الاثنين الى جذرها امتنع وجود المطلوب اما اذا لم يكن اصغر منها امكن ذلك وان كانت مثل النسبة الاثنين الى جذرها يماس القطعان على نقطة ـ م ـ وحدها

(١) الشكل الرابع والتسعون ـ ٩٤ ـ

وكانت

٩٣

الكرة والاسطوانة ص١٢٢

وكانت القطعة المطلوبة نصف الكرة لاغير واتحدت نقطتا ــ ه ك ــ واذا كانت اعظم من نسبة الاثنين الى جذرها واصغر من نسبة الاثنين الى الواحد تقاطع القطعان على نقطتين واذا اخرج منهما عمود ان على ــ ب ك ــ كان ماينفصل منه نكل واحد من العمودين صالحا لأن يكون قطر الكرة وتكون القطعة المطلوبة فى احداها اصغر من نصف الكرة وذلك انما يكون ان كان العمود المعين لقطر الكرة خارجا من ابعد التقاطعين من نقطة ــ ب ــ وتقع نقطة ــ ه ــ حينئذ خارجة عما بين نقطتى ــ ب ك ــ ويكون فى الاخرى اعظم من نصف الكرة وذلك يكون اذا كان العمود المذكور خارجا من اقربهما من ــ ب ــ وتقع نقطة ــ ه حينئذ فيما بين نقطتى ــ ب ك ــ واذا كانت النسبة مثل نسبة الاثنين الى الواحد كان ما ينفصل من خط ــ ب ك ــ بالعمود الاقرب من ــ ب ــ مساويا ــ لاب ــ والقطعة العظمى هى الكرة باسرها وما ينفصل بالعمود الاربعة تكون القطعة المطلوبة من كرتها اصغر من النصف وسهم القطعة قريب من ثمن قطر الكرة بل اقصر منه بشئ قليل يعرف ذلك بالاستقراء والحساب واذا كانت النسبة اعظم من نسبة الاثنين الى الواحد لم يكن ما ينفصل من ــ ب ك ــ بالعمود الاقرب صالحا لأن يكون قطر الكرة لأن ــ اب ــ يكون اطول منه بل كان ما ينفصل بالعمود الابعد منه وحده صالحا لذلك وتكون القطعة اصغر من النصف وسهمها اصغر من ثمن القطر وجميع ذلك على تقدير تساوى ــ اب ــ فى الاحوال كلها .

واذا تبين ذلك فلنبين ما وعدنا ه وهو ان مجسم خط ــ ب ز ــ فى مربع ــ ز ه ــ انما يكون اعظم مما يمكن ان يكون عند كون ــ ب ز ــ نصف ز ه ــ وليكن لبيانه ــ اب ــ نصف ــ ب ج ــ و ــ د ــ فيما بين ــ اب ــ اولا اقول فمجسم خط ــ اب ــ فى مربع ــ ب ج ــ اعظم من مجسم خط ــ اد ــ فى مربع ــ د ج ــ ونجعل ــ ج ه ــ مساويا ــ لج ب ــ فلأن نسبة ــ اب ــ الى ــ ب ج ــ كنسبة ــ ب ج ــ الى ــ ب ه ــ يكون سطح ــ اه ــ فى

ب ه ـ مساويا لمربع ـ ب ج ـ وسطح ـ ا ب ـ فى ـ ب ه ـ اعظم من سطح ـ ا د ـ فى ـ د ه ـ لكون ـ ب ـ اقرب الى منتصف ـ ا ه ـ من د ـ فمربع ـ ب ج ـ اعظم من سطح ـ ا د ـ فى ـ د ه ـ ونسبة سطح ه د ـ فى ـ د ب ـ وهو مقدار آخر الى سطح ـ ه د ـ فى ـ ا د ـ اعنى نسبة ب ب د ـ الى ـ دا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه د ـ فى ـ د ب ـ الى مربع ـ ب ج وبالتركيب نسبة ـ ب ا ـ الى ـ د ا ـ اعظم من نسبة سطح ـ ه د ـ فى د ب ـ مع مربع ـ ب ج ـ اعنى مربع ـ د ج ـ الى مربع ـ ب د ـ فمجسم خط ـ ب ا ـ فى مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم خط ـ ا د ـ فى مربع ـ د ج ـ (١) وايضا ليكن ـ د ـ فيما بين ـ ب ج ـ والباقى بحاله فيكون سطح ـ اب ـ فى ـ ب ه ـ اعنى مربع ـ ب ج ـ اصغر من سطح ـ ا د ـ فى ـ د ه ـ لكون ـ د ـ اقرب الى منتصف ـ ا ه ـ من ـ ب ـ وتكون نسبة سطح ـ آ ب د ـ فى ـ د ه ـ وهو مقدار آخر الى مربع ـ ب ج ـ اعظم من نسبته الى سطح ـ ا د ـ فى ـ د ه ـ اعنى من نسبة ـ ب د ـ الى ـ دا ـ وبالعكس نسبة مربع ـ ب ج ـ الى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ اصغر من نسبة ـ اد ـ الى ـ د ب ـ وبالتفصيل نسبة مربع ـ د ج ـ الى سطح ـ ب د ـ فى ـ د ه ـ اصغر من نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب د ـ وبالعكس نسبة سطح ـ ب د ـ فى د ه ـ الى مربع ـ د ج ـ اعظم من نسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ا ـ وبالتركيب نسبة مربع ـ ب ج ـ الى مربع ـ د ج ـ اعظم من نسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ب ـ ء فمجسم ـ ا ب ـ فى مربع ـ ب ج ـ اعظم من مجسم ـ ا د ـ فى مربع ـ د ج ـ وذلك ما اردناه (٢) .

واقول ان كانت نقطتا ـ د ز ـ فيما بين نقطتى ـ اب ـ وكانت ـ د ـ اقرب الى ـ ب ـ من ـ ز ـ كان مجسم خط ـ ا د ـ فى مربع ـ د ج ـ اعظم من مجسم خط ـ ا ز ـ فى مربع ـ ز ج ـ وذلك لأن مربع ـ ج د ـ اعظم من مربع ـ ج ب ـ الذى هو اعظم من سطح ـ ا ز ـ فى ـ ز ه ـ فنسبة

(١) الشكل الخامس والتسعون ـ ٩٥ ـ (٢) الشكل السادس والتسعون ـ ٩٦

٩٥

ا د ب ج ه

٩٦

ا ب د ج ه

الكرة والاسطوانة ص ١٢٤

ش٩٤

ا ز د ب ج

الكرة والاسطوانة ص ١٢٥

سطح ــ ه ز ــ ق ــ ز ه ــ وهو مقدار آخر الى سطح ــ ه ز ــ ق ــ ز ا ــ اعنى نسبة ــ ز د ــ الى ــ ز ا ــ اعظم من نسبة سطح ــ ه ز ــ ق ــ ز د ــ الى مربع ــ د ج ــ وبالتركيب نسبة ــ د ه ــ الى ــ ا ز ــ اعظم من نسبة مربع ــ ز ج الى مربع ــ د ج ــ فمجسم خط ــ ا د ــ فى مربع ــ د ج ــ اعظم من مجسم خط ــ ا ز ــ فى مربع ــ ز ج ــ .

وبمثل ذلك تبين ان كانت نقطتا ــ د ز ــ فيما بين نقطتى ــ ب ــ ج وكان ــ د ــ اقرب الى ــ ب ــ من ــ ز ــ ان مجسم ــ ا د ــ فى مربع ــ د ه اعظم من مجسم ــ ا ز ــ فى مربع ــ ز ه ــ وهذا مما نحتاج اليه فيما سنورده (١)

وقد بين الشيخ ابو سهل القوهى هذا المطلوب بوجه آخر لم نورده لكونه مبنيا على مقدمات يطول الكتاب بذكرها .

ثم بين بعد ذلك الحكم المذكور فى آخر اشكال كتاب ارشميدس ببيان اقرب متناولا مما ذكر هناك وقدم على ذلك مقدمة وهى هذه .

لتكن كرة دائرتها العظمى ــ ا ب ج د ــ و ــ ا ب ــ ج د ــ قطريها على المتقاطعين على قوائم عند ــ ح ــ و ــ د ك ــ مثل نصف القطر ولتقطع الكرة بسطح ينصفها ويمر على ــ ا ح ج ــ وبآخر تقسمها بمختلفين ويمر على ــ ه ط ز ــ ونصل ــ ا ب ــ ه ب .

اقول فنسبة مكعب ــ ا ب ــ الى قطعة ــ ا ب ج ــ التى هى نصف الكرة اصغر من نسبة مكعب ــ ه ب ــ الى قطعة ــ ه ب ز ــ التى هى اصغر واعظم من نصف الكرة وكلما كانت القطعة اقرب الى نصف الكرة كانت هذه النسبة فيها اصغر مما يكون فى القطعة التى هى ابعد فلأن مجسم خط ــ ب ه فى مربع ــ ح ك ــ اعظم من مجسم خط ــ ب ط ــ فى مربع ــ ط ك ــ كما تكون نسبة مكعب ــ ب د ــ الى مجسم خط ــ ب ح ــ فى مربع ــ ح ك ــ اصغر من نسبته الى مجسم خط ــ ب ط ــ فى مربع ــ ط ك ــ وقد بينا فيما مر ان نسبة مكعب ــ ب د ــ الى مجسم خط ــ ب ح ــ فى مربع ــ ح ك ــ كنسبة

(١) الشكل السابع والتسعون ــ ٩٧ ــ

مخروط سطح قطعة ــ ه ب ز ــ الى قطعة ــ ه ب ز ــ فنسبة مخروط سطح قطعة ــ ا ب ج ــ الى قطعة ــ ا ب ح ــ اصغر من نسبة مخروط سطح قطعة ه ب ز ــ الى قطعة ــ ه ب ز ــ وبالابدال نسبة مخروط سطح قطعة ــ ا ب ج ــ الى مخروط سطح قطعــة ــ ه ب ز ــ اصغر من نسبة قطعة ــ ا ب ج الى قطعة ــ ه ب ز ــ ونسبة مخروط سطح قطعــة ــ ا ب ج ــ الى مخروط سطح قطعة ــ ه ب ز ــ المتشابهين كنسبة مكعب ــ ا ب ــ الى مكعب ــ ه ب ــ لأن كل واحد منهما كنسبة ــ ا ب ــ الى ــ ه ب ــ مثلثة بالتكرير فنسبة مكعب ــ ا ب ــ الى مكعب ــ ه ب ــ اصغر من نسبة قطعة ــ ا ب ج ــ الى قطعة ــ ه ب ز ــ وبالابدال نسبة مكعب ــ ا ب ــ الى قطعه ــ ا ب ج ــ التى هي النصف اصغر من نسبة مكـعب ــ ه ب ــ الى قطعة ــ ه ب ز ــ التى هي اصغر اواعظم من النصف .

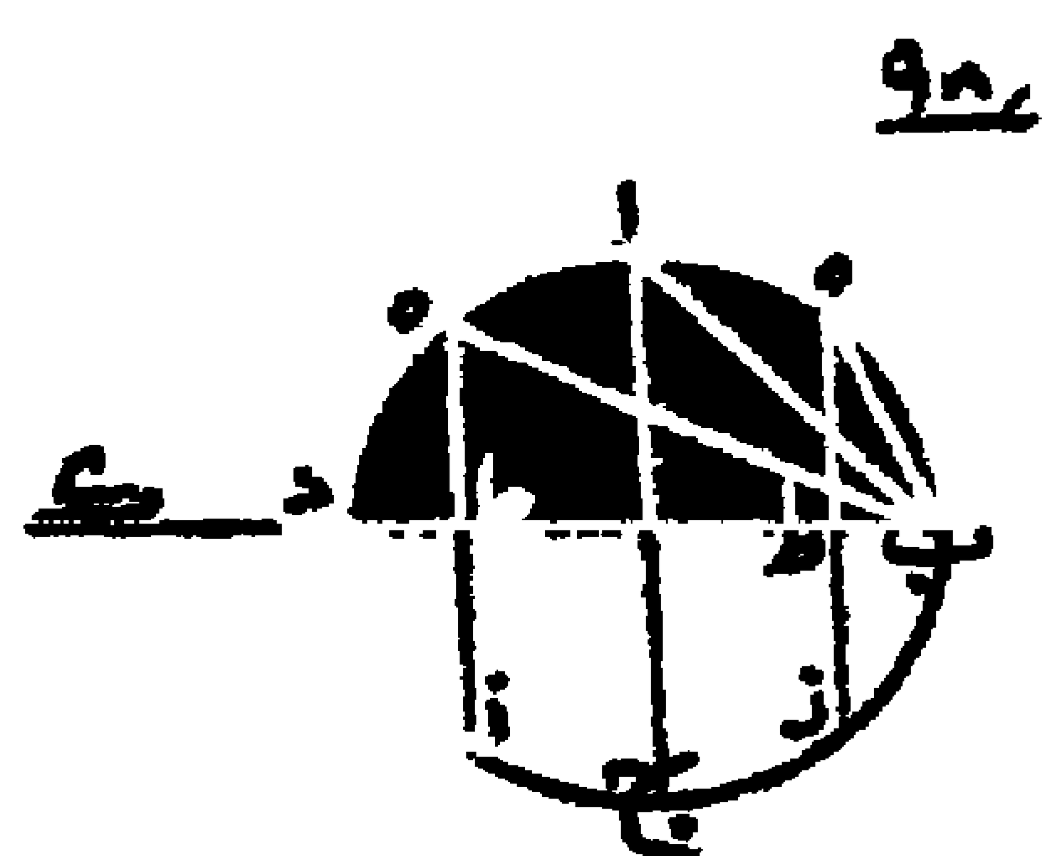
وبمثله تبين الحكم فى كل قطعتين تكون احداها اقرب الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه (١) .

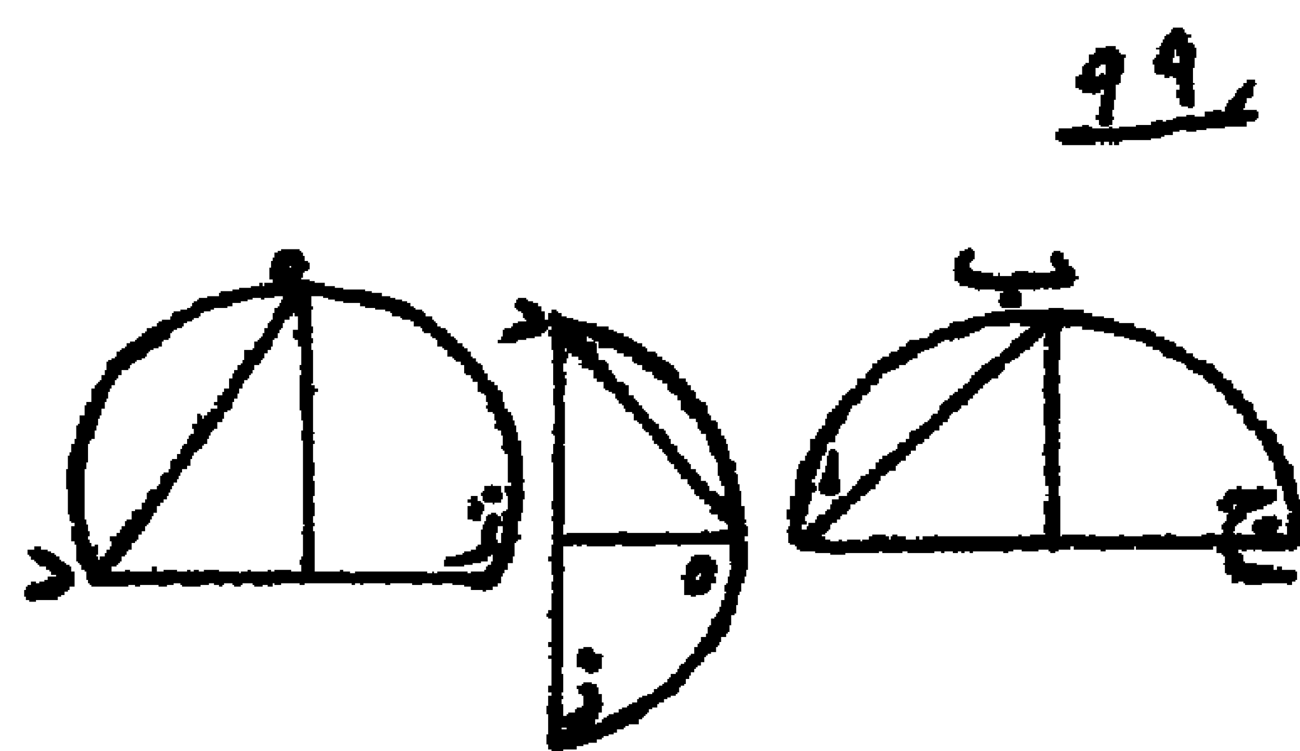
واذا تقدم ذلك فنقول كل قطعتين تكون احداها نصف كرة والاخرى اصغرا واعظم من النصف وسطحاها الكريان متساويان فجسم النصف اعظم من جسم الاخرى وان لم تكن احداها نصف كرة بل كانت احداها اقرب الى النصف من الاخرى فهى اعظم جسما من التى هى ابعد فلتكن القطعتان قطعتى ــ ا ب ج ــ د ه ز ــ وقطعة ــ ا ب ج ــ نصف كرتها فليكن سطحاها متساويين .

اقول فجسم قطعة ــ ا ب ج ــ اعظم من جسم قطعة ــ د ه ز ــ فنصل خطى ــ ا ب ــ د ه ــ ويكونان متساويين لتساوى السطحين ونسبة مكعب ا ب ــ الى ــ قطعة ا ب ج ــ التى هى النصف اصغر من نسبة مكعب ــ د ه اعنى مكعب ــ ا ب ــ الى قطعة ــ د ه ز ــ التى هى اصغر او اكبر من النصف واذا قطعة ــ ا ب ج ــ اعظـم من قطعة ــ د ه ز ــ وبمثل ذلك تبين فى كل

(١) الشكل الثامن والتسعون –٩٨–

قطعتين


ا
ه
ب
د
ط
ح
ز
ج


٩٩
ب
ا
ج
د
ه
ز

قطعتين تكونان جميعا اصغر او اعظم من نصف الكرة وكانت احداها اقرب الى نصف الكرة من الاخرى ان التى هى اقرب اعظم جسما من التى هى ابعد بشرط ان يكون سطحاها متساويين وذلك ما اردناه(١) .

وايضا ان كانت القطعتان متساويتين اعنى قطعة ـ ا ب ج ـ التى هى ٢ نصف كرة وقطعة ـ د ه ز ـ التى هى اصغر او اعظم من نصف كرة كان سطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى اصغر من سطح قطعة ـ د ه ز ـ الكرى والتى هى اقرب الى نصف الكرة اصغر سطحا من التى هى ابعد اذا كانتا متساويتين وذلك لأن نسبة مكعب ـ ا ب ـ الى قطعة ـ ا ب ـ اصغر من نسبة مكعب ـ د ه الى قطعة ـ د ه ز ـ بل الى قطعة ـ ا ب ج ـ المساوية لها فكعب ـ ا ب ـ اصغر من مكعب ـ د ه ـ و ـ ا ب ـ اقصر من ـ د ه ـ والدائرة التى نصف قطرها ا ب ـ اصغر من التى نصف قطرها ـ د ه ـ وكل واحدة من الدائرتين مساوية لسطح قطعتها الكرى فسطح قطعة ـ ا ب ج ـ الكرى اصغر من سطح قطعة د ه ز ـ الكرى وبمثل ذلك تبين فى كل قطعتين تكونان اصغر او اعظم من النصف ويكون احداها اقرب الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه .

فهذا ما اورده ابو سهل القوهى

تمت المقالة الثانية وتم بتمامها كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس .

مقالة

ارشميدس فى تكسير الدائرة وهى ثلاثة اشكال

(١) كل دائرة فهى مساوية لمثلث قائم الزاوية يكون احد ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة مساويا لنصف قطر تلك الدائرة والثانى مساويا لمحيطها والحاصل انها تساوى سطح نصف قطرها فى الخط المساوى لنصف محيطها فلتكن الدائرة دائرة ـ ا ب ج د ـ والمثلث المذكور مثلث ـ ه ـ فان لم تكن الدائرة مساوية له فهى اما اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونرسم فى الدائرة مربع ـ ا ب ج ـ وهو يفصل منها اعظم من نصفها وننصف ـ ا ب ـ على ـ ف ـ وهكذا القسى

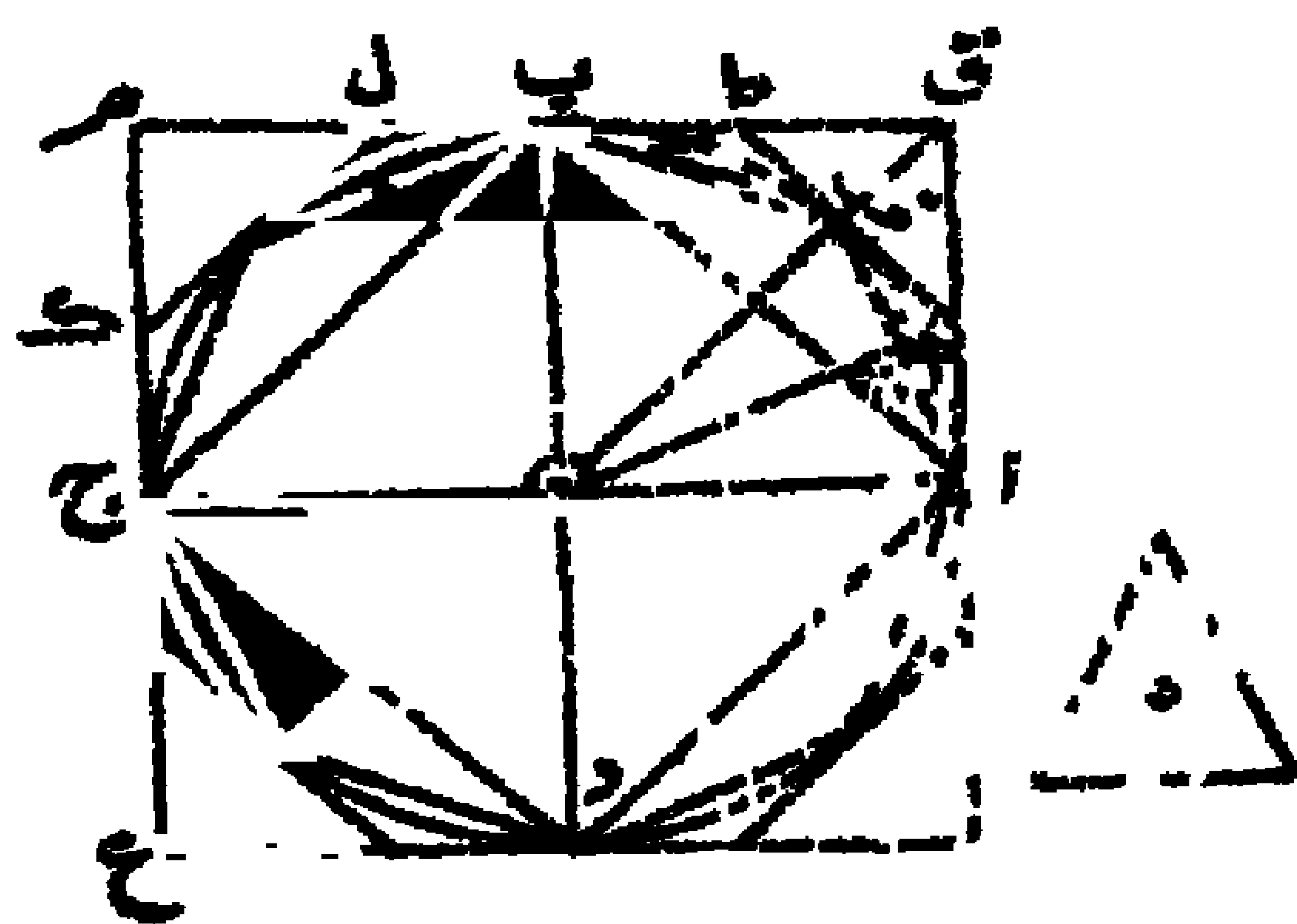
(١) الشكل التاسع والتسعون ـ ٩٩ ـ

الاربع ونعمل الاوتار فنفصل المثلثات الحادثة اعظم من نصف القطع لما مر بيانه وهكذا مرة بعد اخرى الى ان تبقى من الدائرة قطع هي اصغر من مقدار زيادة الدائرة على مثلث — ه — فيكون الشكل المتساوى الاضلاع الذى فى الدائرة اعظم من المثلث وليكن المركز — ن — ونخرج منه على احد الاضلاع عمودا وليكن — ن س — وهو اصغر من — ن ص — المساوى لاحد ضلعى مثلث — ه — ومحيط الشكل المتساوى الاضلاع اصغر من محيط الدائرة المتساوى للضلع الآخر من مثلث — ه — فسطح — ن س — فى محيط الشكل اعنى ضعف مقدار الشكل اصغر من ضعف المثلث فالشكل اصغر من المثلث وكان اعظم منه هذا خلف (١) .

ثم لتكن الدائرة اصغر من المثلث ونرسم عليها مربع — ع ق — فهى تفصل من المربع اعظم من نصفه وينصف قوس — ب ا — على — ف — ونخرج ز ف ط — مماسا للدائرة على — ف — ويكون نصف قطر — ن ف — عمودا عليه وهكذا نعمل فى سائر القسى ولأن — ق ب — ق ا — متساويان وكذلك — ط ب — ط ف — ز ف — ز ا — الاربعة متساوية يكون — ط ق — ق ز — متساويين وهما معا اطول من — ط ز — فق ط — اطول من — ب ط — فمثلث — ق ف ط — اعظم من مثلث — ط ف ب — الذى هو اعظم من قطعة — ط ف ى ب — الخارجة من الدائرة وكذلك فى البواقى فالمثلثات الاربعة التى على زوايا المربع تفصل من باقى المربع بعد نقصان الدائرة منه اعظم من النصف وتنصف القسى هكذا مرة بعد اخرى وتخرج الخطوط المماسة للدائرة الى ان تبقى قطع خارجة من الدائرة مجموعها اصغر من زيادة مثلث — ه — على الدائرة فيكون الشكل الكثير الاضلاع الذى على الدائرة اصغر من مثلث — ه — ولكن سطح — ن ف — نصف القطر فى محيط الشكل الذى على الدائرة اعنى ضعف مقدار الشكل اعظم من ضعف المثلث لكون محيط الشكل اعظم من محيط الدائرة فالشكل اعظم من المثلث وكان اصغر منه هذا خلف فاذا الدائرة مساوية بمثلث — ه — فسطح

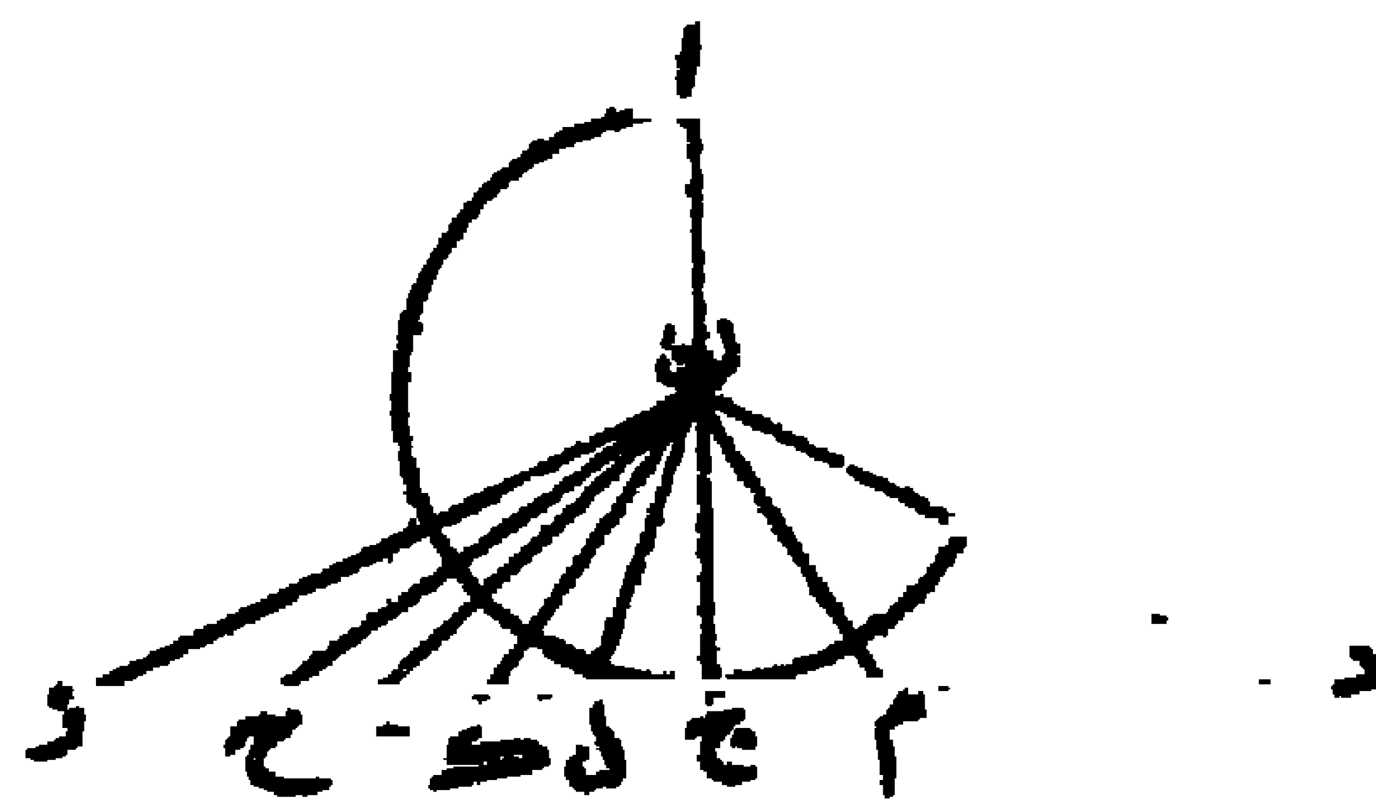
(١) الشكل الموفى المائة — ١٠٠

ع ١٠٠



مطولات ص ٣٢٨

ح١٠١



الكرة والاسطوانة ص ١٢٩

نصف القطر فى نصف المحيط مسا ولسطح الدائرة وذلك ما اردناه (١) .

وقد بان من ذلك ايضا ان سطح نصف القطر فى نصف قطعة من المحيط يكون مساويا للقطاع الذى يحيط به تلك القطعة مع الخطين الخارجين من المركز الى طرفى تلك القطعة .

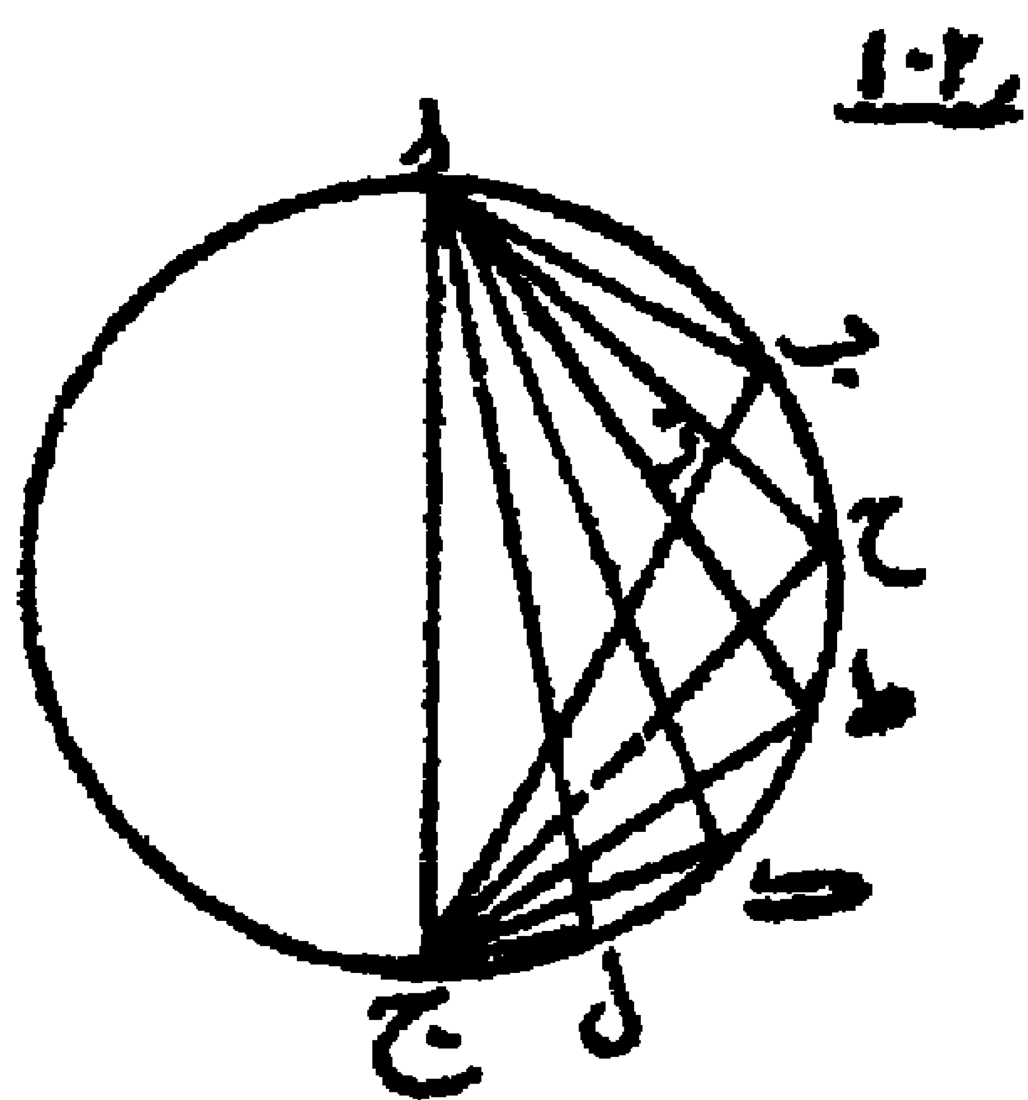
(ب) محيط الدائرة اطول من ثلاثة اضعاف قطرها باقل من سبع القطر واكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من القطر فليكن ـ ا ج قطر الدائرة و ـ ه ـ مركزها و ـ د ز ـ مماسا للدائرة وزاوية ـ ز ه ج ـ ثلث زاوية قائمة اعنى نصف زاوية من زوايا المثلث المتساوى الاضلاع فنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ز ج ـ هى نسبة الاثنين الى الواحد ولتكن كنسبة (٣٠٦) الى (١٥٣) واذا القينا مربع العدد الذى بازاء ـ ز ج ـ من مربع العدد الذى بازاء ـ ه ز ـ واخذنا جذر الباقى كان ـ ه ج ـ بذلك المقدار اكثر من (٢٦٥) بكسر ما وننصف زاوية ـ ز ه ج ـ على ـ ح ـ بخط ـ ه ح ـ فنسبة ـ ز ه ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ز ح ـ الى ـ ح ج ـ واذا ركبنا وابدلنا كانت نسبة ـ ز ه ـ ه ج ـ معا الى ـ ز ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ح ـ فاذا جمعنا العددين اللذين بازاء ـ ز ه ـ ه ج ـ كان اكثر من (٥٧١) فنجعله بازاء ـ ه ج ـ ويصير الذى بازاء ـ ج ح ـ بهذا المقدار (١٥٣) واذا جمعنا مربعيهما واخذنا جذرهما كان ـ ه ح ـ بهذا المقدار اكثر من (٥٩١) وثمن وايضا ننصف زاوية ـ ح ه ج ـ على ـ ط ـ بخط ـ ه ط ـ ويكون كما تقدم نسبة ـ ح ه ـ ه ج ـ الى ـ ح ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ط ـ واذا جمعنا عددى ـ ح ه ـ ه ج ـ وجعلناهما بازاء ـ ه ج ـ كان ـ ه ج ـ اكثر من (١١٦٢) وثمن و ـ ط ج ـ بذلك المقدار (١٥٣) ويكون بمثل ما مر ـ ه ط ـ بذلك المقدار اكثر من (١١٧٢) وثمن وننصف ايضا زاوية ط ه ج ـ على ـ ك ـ بخط ـ ه ك ـ وتكون نسبة ـ ط ه ـ ه ج ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى خط ـ ج ك ـ فتصير هذه النوبة بازاء ـ ه ج ـ

(١) الشكل الواحد بعد المائة ـ ١٠١ ـ.

اكثر من (٢٣٣٤) وربع وثمن وبازاء ـ ج ك (١٠٣) ويكون ـ ه ك بهذا المقدار اكثر من (٢٣٣٩) وربع وثمن وننصف ايضا زاوية ـ ك ه ج ـ على ـ ل ـ بخط ـ ه ل ـ ويصير على القياس المذكور بازاء ـ ه ج ـ اكثر من (٤٦٧٣) ونصف وربع ويكون ـ ج ل ـ بهذا المقدار (١٠٣) فلكون زاوية ـ ز ه ج ـ ثلث قائمة تكون زاوية ـ ل ه ج ـ جزءا من ثمانية واربعين جزءا من قائمة ونعمل على نقطة ـ ه ـ من خط ـ ج ه ـ زاوية ج ه م ـ مثل زاوية ـ ج ه ل ـ فزاوية ـ ل ه م ـ جزء من اربعة وعشرين جزءا من قائمة ويكون ضلع ـ ل م ـ ضلع الشكل المتساوى الاضلاع والزوايا ذى الستة والتسعين ضلعا المحيط بالدائرة فاذا ضربنا العدد الذى بازاء ل م ـ فى ستة وتسعين بلغ ضعف هذا العدد (١٤٤٨٨) ويكون القطر بذلك المقدار ضعف (٤٦٧٣) ونصف فالذى بازاء محيط الشكل اعظم من ثلاثة امثال الذى بازاء القطر بست مائة وسبعة وستين ونصف التى نسبتها الى عدد القطر اقل من السبع فاذا محيط الشكل المذكور اطول من ثلاثة امثال قطر دائرة با نقص من سبع القطر ويكون نقصان محيط الدائرة من ثلاثة امثال القطر وسبعه اكثر من ذلك النقصان لا محالة ونعيد الدائرة على قطرها ـ ا ج ـ ونرسم عليه زاوية ـ ج ا ب ـ ثلث قائمة ولتكن نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب التى هى نسبة الاثنين الى الواحد كنسبة (١٥٦٠) الى (٧٨٠) فيكون ـ ا ب ـ بذلك المقدار اقل من (١٣٥١) وننصف زواية ـ ب ا ج ـ بخط ـ اح ونصل ـ ج ح ـ ولان فى مثلثات ـ ا ح ج ـ ج ح ز ـ ا ب ز ـ زوايا ح ا ج ـ ح ج ز ـ ب ا ز ـ متساوية وزوايا(١) ـ ح ب ـ قائمة تكون المثلثات متشابهة وتكون لذلك نسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ج ـ كنسبة ـ ح ج ـ الى ح ز ـ وكنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ز ـ وكنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ز ـ بل كنسبة ـ ج ا ـ ا ب ـ جميعا الى ـ ج ب ـ ونسبة ـ ج ا ـ ا ب ـ جميعا الى ـ ج ب ـ كنسبة ـ ا ح ـ الى ـ ح ج ـ وعددا ـ اج ـ ا ب ـ جميعا

(١) كذا

اقل



اكرة واسطوانة ص ١٣١

اقل من (٢٩١١) وعدد ـ ج ب (٧٨٠)(١) فاذا جعلناها بازاء ـ ا ح ـ ح ج ـ كان ـ ا ج ـ بذلك المقدار اقل من (٣٠١٣) ونصف وربع وننصف زاوية ـ ح ا ج ـ بخط ـ ا ط ـ ونصل ـ ط ج ـ فيكون على قياس ما مر بازاء ـ ا ط ـ اقل من (٥٩٢٤) وبازاء ـ ط ج (٧٨٠) ويكون ذلك على نسبة (١٨٢٣) الى (٢٤) لأن نسبة كل واحد من العددين الاولين الى نظيره من هذين العددين نسبة ثلاثة وربع الى واحد ويكون ـ ا ج ـ بهذا المقدار اقل من (١٨٣٨) وتسعة اجزاء من احد عشر جزءا من الواحد وننصف زاوية ـ ط ا ج ـ بخط ـ ا ك ـ فيكون بازاء ـ ا ك ـ اصغر من (٣٦٦١) وتسعة اجزاء الى احد عشر وبازاء ـ ك ج (٢٤٠) ويكون على نسبة (١٠٠٧) الى (٦٦) لأن نسبة كل واحد منهما الى نظيره من هذين نسبة اربعين الى احد عشر وننصف زاوية ـ ك ا ج ـ بخط ـ ا ل ـ فيكون بازاء ال ـ اقل من (٢٠ ٦) وسدس وبازاء ـ ل ج (٦٦) ويكون ـ ا ج بذلك المقدار (٢٠١٧) وربع فنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ل ـ اصغر من نسبة (٢٠ ٧) وربع الى (٦٦) واذا ضربنا ستة وستين فى ستة وتسعين صار جميع اضلاع الشكل ذى الستة والتسعين ضلعا الذى على الدائرة (٦٣٣٦) وهو اكثر من ثلاثة اضعاف الفين وسبعة عشر وربع باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد فمحيط الشكل المتساوى الاضلاع والزوايا المذكورة التى على الدائرة تزيد على ثلاثة اضعاف قطرها باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد ومحيط الدائرة اعظم منه فاذا محيط الدائرة يزيد على ثلاثة اضعاف قطرها باقل من سبعة واكثر من عشرة اجزاء الى احد وسبعين جزءا وذلك ما اردناه (١) .

اقول وللنجمين طريق آخر وهو انهم يحصلون وتر قوس صغيرة يكون جزءا من محيط الدائرة بالاصول التى تبينت فى كتاب المجسطى وغيره من كتبهم البرهانية ويجعلونه ضلعا من اضلاع الشكل الذى فى الدائرة وتكون

---

(١) الشكل الثانى بعد المائة ـ ١٠٢

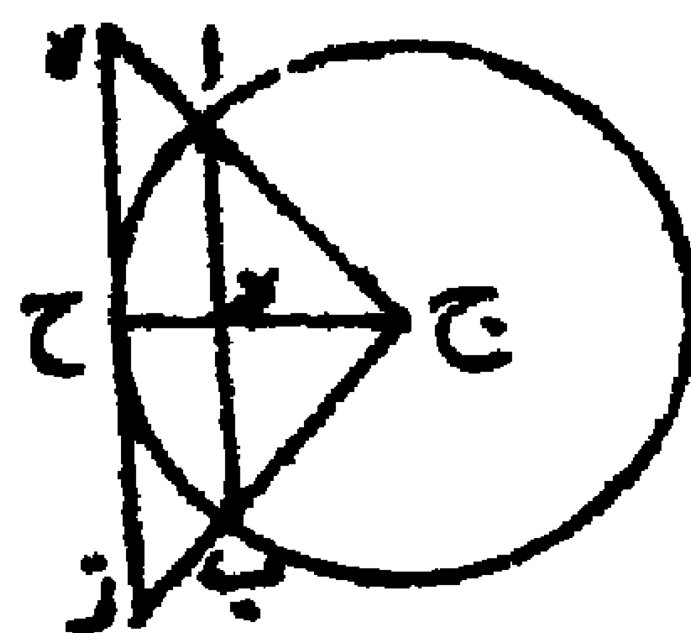
نسبته الى العمود الواقع من مركز الدائرة عليه كنسبة ضلع الشكل الذى على الدائرة الشبيهة به الى نصف القطر فيحصلون ذلك الضلع ايضا ويحصلون بحسبها المقدارين اللذين يزيد المحيط على احدهما وينقص من احدهما فيتحصل المحيط باقرب تقريب .

مثاله لتكن الدائرة ــ اب ــ ومركزها ــ ج ــ و ــ اب ــ منه جزء من سبع مائة وعشرين جزءا هى المحيط ونصل وتر ــ اب ــ فيكون مقداره بحساب ابى الوفا البوزجانى على الاصول المذكورة باقرب تقريب (ه لا كدنه ندنه) خامسة وهو وتر نصف درجة اذا جعل القطر مائة وعشرين جزءا واذا جعلناه ضلع شكل ذى سبع مائة وعشرين ضلعا فى الدائرة يكون محيط ذلك الشكل بحسبه (٣٧٦) نط ى نط ــ ثالثة واذا نصفنا وتر نصف درجة كان مقدار ــ ا د ــ ديه مب كز نز كز ــ خامسة مربعة ــ ح د و ــ مدب ــ د نز كه يح ل ط ــ عاشرة ومربع نصف القطر الذى هو خط ــ اج ــ (٣٦٠٠) جزءا نقصنا من مربع ــ ا د ــ منه بقى مربع ــ د ج ــ (٣٥٩٩) نه كج نه نز نه ــ ب الدما جذره هو خط ــ د ج ــ نط نط نز نو نا سادسة ضربنا ــ ا د ــ فى ــ ج ح ــ نصف القطر وقسمناه على ــ د ج ــ خرج مقدار ه ــ ح ه ــ يه مب كج كط ه ه ــ خامسة ضعفناه بلغ ــ ه لا كد ــ نز ــ نط ــ لا ــ خامسة وهو مقدار ه ز ــ وهو ضلع شكل ذى سبع مائة وعشرين ضلعا على الدائرة شبيهة بالاول ومحيط الشكل بحسبه يكون (٣٧٦) يو نط كج ند يب ــ خامسة ايضا فاذا جعلنا القطر مائة وعشرين كان المحيط (٣٧٦) جزءا وكسرا اكثر من ــ نط ى نط ه ــ رابعة واقل من ــ نط كج ند يب ــ رابعة واذا حولناهما الى المقدار الذى ذكره ارشميدس كان المحيط يزيد على ثلاثة امثال القطر بما هو اكثر من عشرة اجزاء من سبعين جزءا (ولح ماكا) ثالثة واقل من عشرة اجزاء من سبعين جزءا ــ و ــ لز مز كز ــ ثالثة ويكون بالتقريب عشرة اجزاء من سبعين جزءا ــ و ــ نح يد كط ــ ثالثة (١) .

---

(١) الشكل الثالث بعد المائة ــ س ١٠ .

١٠٣ع



الكرة والاسطوانة ص ١٣٢

ش ١٠٤

ب ا

ز د ج

(ج) اذا كان محيط الدائرة ثلاثة امثال القطر وسبعة وهى نسبة تقريبية اصطلح عليه المساحون كانت نسبة سطح الدائرة الى مربع قطرها نسبة احد عشر الى اربعة عشر بحسب ذلك وليكن قطر الدائرة ـ اب ـ ونرسم عليه مربع ـ ج ح ـ وليكن ـ ج د ـ نصف ـ د ه ـ و ـ ه ز ـ سبع ـ ج د ـ فلان نسبة مثلث ـ ا ج ه ـ الى مثلث ـ ا ج د ـ نسبة احد وعشرين الى سبعة ونسبة مثلث ـ ا ج د ـ الى مثلث ـ اه ز ـ نسبة سبعة الى واحد تكون نسبة مثلث ـ ا ج ز ـ الى مثلث ـ ا ج د ـ نسبة اثنين وعشرين الى سبعة ومربع ـ ج ح اربعة امثال مثلث ـ ا ج د ـ ومثلث ـ ا ج ز ـ مسا ولسطح الدائرة لان ـ ا ج ـ مسا ولنصف القطر و ـ ج ز ـ مسا وبالتقريب للمحيط فنسبة مربع القطر الى سطح الدائرة نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين بل نسبة اربعة عشر الى احد عشر وذلك ما اردناه (١).

وهذا تمام القول فى تكسير الدائرة ولنقطع الكلام حامدين لله تعالى على حسن توفيقه .

صورة ما فى الرامفورية

وقع الفراغ من نسخه فى بلدة تبريز دامت عماراتها فى الرابع عشر من ذى القعدة سنة تسع وسبعمائة من نسخة المصنف وقوبلت بها لمقبول بن اصيل الرومى الغير شهرى حامدا لله ومصليا على نبيه .

تمت الرسالة بعونه تعالى وحسن توفيقه ـ

---

(١) الشكل الرابع بعد المائة ـ ١٠٤ ـ

صورة ما على النسخة الآصفية

حصل الفراغ من نسخه يوم الجمعة من ايام ذى القعدة لسنة تسع وثلاثين وسبع مائة. والحمد لواهب القوة على حمده ومعطى المزايا للشاكر على رفده والصلوة على محمد نبيه وعبده وعلى المصطفين من آله المعصومين من بعده

تم الكتاب

بعون الملك

الوهاب

كتاب الطلوع والغروب

لاوطولوقس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ھ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب اوطولوقس فى الطلوع والغروب

من اصلاح ثابت وهو مقالتان وستة و ثلاثون شكلا

المقالة الاولى

يه شكلا

صدر

يقال لبعض طلوعات الكواكب وغروباتها وخصوصا الثوابت انها خفية ولبعضها انها ظاهرة اما الخفية فالطلوع بالغدوات منها هو ان يطل الكوكب عند طلوع الشمس والغروب بالغدوات ان يغيب عند طلوعها (: والطلوع بالعشيات ان يطلع عند غروبها والغروب بالعشيات ان يغرب عن غروبها .

واما الظاهرة فالطلوع بالغدوات منها ان يظهر الكوكب طالعـ (اولا قبل طلوع الشمس والغروب بالغدوات ان يظهر غاربا اولا قبل طلوعها والطلوع بالعشيات ان يظهر طالعا ــ .) اخيرا بعد غروبها والغروب بالعشيات ان يظهر غاربا اخيرا بعد غروبها .

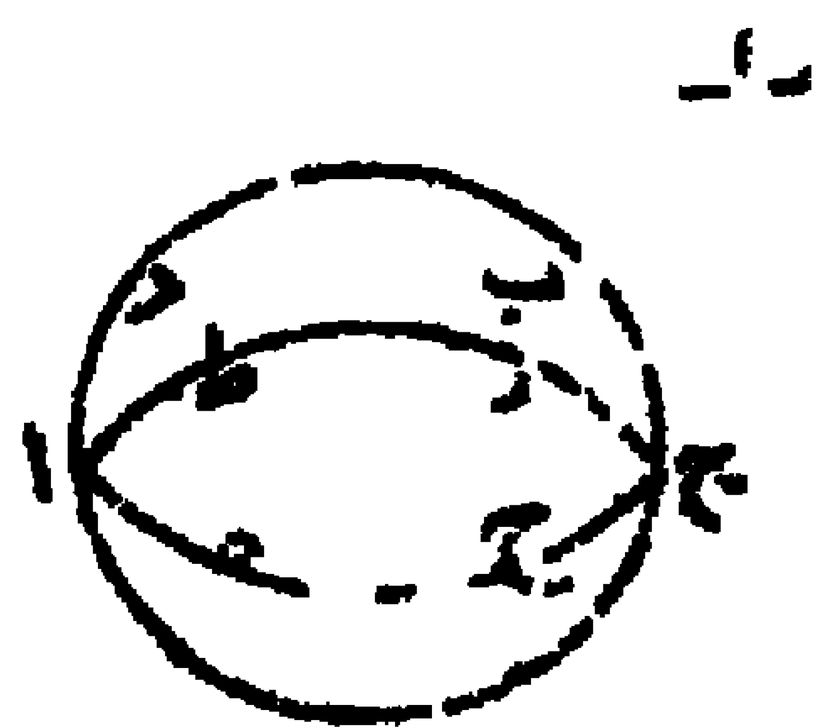
الاشكال

(ا) طلوعات الثوابت و غروباتها الظاهرة تكون بالغدوات بعد الخفية وبالعشيات قبلها فليكن الافق ــ ا ج ــ ب د ــ و وضع دائرة الشمس كوضع دائرة ــ ا ه ج ز ــ والمشرق من جانب ــ د ــ والمغرب من جانب ــ

---

(١) صف ق ــ عند غروبها (٢) سقط ــ من د .

ب


ا
د
ط
ب
ز
ج
ه
ح

ب - ونصف - اه ج - (١) تحت الارض ولتكن الشمس طالعة من - ا - وكوكب عند ذلك من - د - وطلوعه خفى بالغدوات نقول فسيظهر طلوعه بعد ذلك عند مرور الشمس بقوس - اه ج - لأنه ان لم يظهر حينئذ لم يظهر ايضا عند مرورها بقوس - ج ز ا - على ما سنبين فيما يجئ فكوكب - د - سيظهر بعد ان تقطع الشمس قوسا يكون مقدار ما يخرج فيه كوكب - د - عن ضوء الشمس فليظهر طلوعه اولا والشمس فى - ه - وحينئذ يكون طلوعه الظاهر بالغدوات ولأن الشمس تمر بنقطة - ا - قبل مرورها بنقطة - ه - كان الطلوع الخفى بالغدوات متقدما على الطلوع الظاهر وايضا لتغرب الشمس فى - ج - وليطلع كوكب - د - حينئذ وطلوعه خفى بالعشيات نقول فالطلوع الظاهر يتقدمه لأنه ان لم يطلع ظاهرا فيما مر فهو لا يطلع عند مرور الشمس بقوس - ج ز ا - على ما يجئ فليطلع ظاهرا بآخره والشمس فى - ح - ولأنها تمر بنقطة - ح - قبل مرورها بنقطة - ج - يكون طلوع كوكب - د - الظاهر بالعشيات قبل طلوعه الخفى وايضا لتغرب الشمس فى - ج - وليغرب كوكب - ب - خفيا بالعشيات نقول فهو قد غرب ظاهرا بالعشيات قبل ذلك والا فهو لا يغيب ظاهرا عند مرور الشمس وقوس - ج ز ا - فليغرب ظاهرا بآخره والشمس فى - ح - ولأنها تمر بنقطة - ح - قبل مرورها بنقطة - ج - يكون الغروب الظاهر بالعشيات قبل الغروب الخفى وايضا لتطلع الشمس فى - ا - وليغرب كوكب - ب - خفيا بالغدوات وتبين بمثل ما مر ان غروبه الظاهر بالغدوات يكون بعد ذلك ثم لتكن هذه الاشياء باعيانها ونقول كوكب - د - لا يطلع ظاهرا عند مرور الشمس بقوس - ج ز ا - ولنفرض الشمس فى - ط - فلان ط - يطلع قبل - ا - و - د - يطلع مع - ا - فط - يطلع قبل - د - فاذا - د - لا يطلع ظاهرا وكذلك فى سائر النقط وتبين بمثله ان كوكب - ب - لا يغرب ظاهرا عند ذلك ايضا وذلك ما اردناه (٢).

(ب) كل كوكب من الثوابت فانه يرى كل ليلة طالعا ظاهرا طلوعه من

---

(١) صف ق - نصف - اب ج - (٢) الشكل الاول - ا

اول طلوعاته الظاهرة بالغدوات الى آخر طلوعاته الظاهرة بالعشيات وذلك الزمان اقل من نصف السنة وفى باقى الازمنة فلايكون طلوعه ظاهرا اصلا فلنعد الافق ودائرة الشمس ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ ومعها كوكب ـ د ـ خفى الطلوع بالغدوات وليظهر طلوعه اولا بالغدوات والشمس فى ـ ه ـ وايضا لتغيب الشمس فى ـ ج ـ ويكون حينئذ كوكب ـ د ـ خفى الطلوع بالعشيات وليظهر طلوعه آخرا بالعشيات والشمس فى ـ ح ـ وعند مرورها بقوسى ـ ا ه ـ ح ج ـ اذا لم يكن كوكب ـ د ـ ظاهر الطلوع لم يكن عند مرورها بقوس ج ز ا ـ ظاهر الطلوع ايضا وطلوعه انما يظهر عند مرورها بقوس ـ ه ح ـ فقط ولأن ـ ه ح ـ اقل من نصف دائرة يكون ذلك الزمان اقل من نصف سنة وذلك ما اردناه (١).

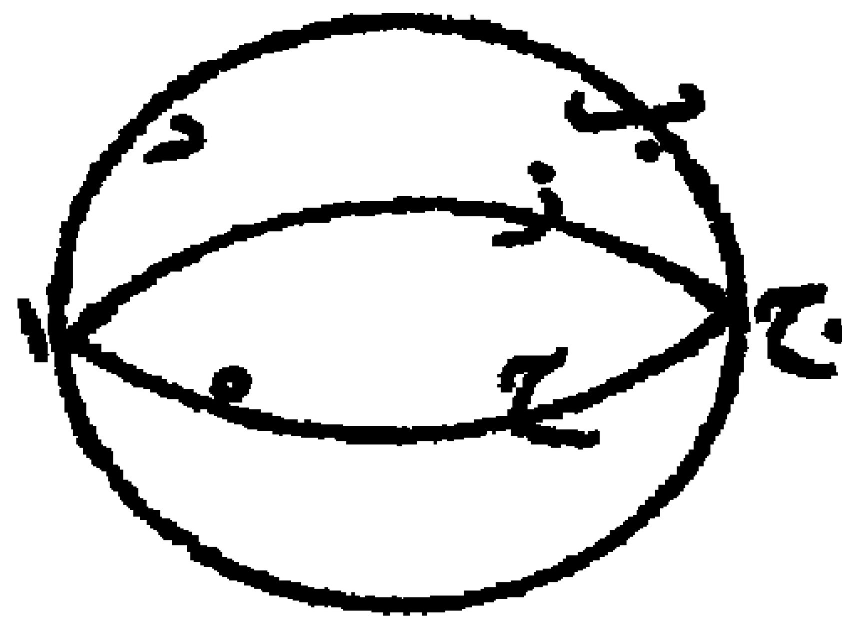
(ج) (٢) كل كوكب من الثوابت فانه يرى كل ليلة غاربا ظاهر الغروب من اول غروباته الظاهرة بالغدوات الى آخر غروباته الظاهرة بالعشيات وذلك الزمان اقل من نصف السنة وفى باقى السنة فلايكون غروبه ظاهرا اصلا ونعيد الشكل ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالغدوات فيكون غروبه الظاهر بعد ذلك وليكن اولها والشمس فى ـ ه ـ ثم لتغرب الشمس فى ـ ج ـ وليغرب كوكب ـ ب ـ خفيا بالعشيات فيكون غروبه الظاهر قبل ذلك وليكن آخرها والشمس فى ـ ح ـ واذا لم يكن غروبه عند مرور الشمس بقوسى ـ ا ه ـ ح ج ـ ظاهرا ولا يكون عند مرورها بقوس ج ز ا ـ ايضا ظاهرا فلايكون غروب الكوكب ـ ب ـ ظاهرا الا عند مرور الشمس بقوس ـ ه ح ـ وهو اقل من نصف السنة وذلك ما اردناه .

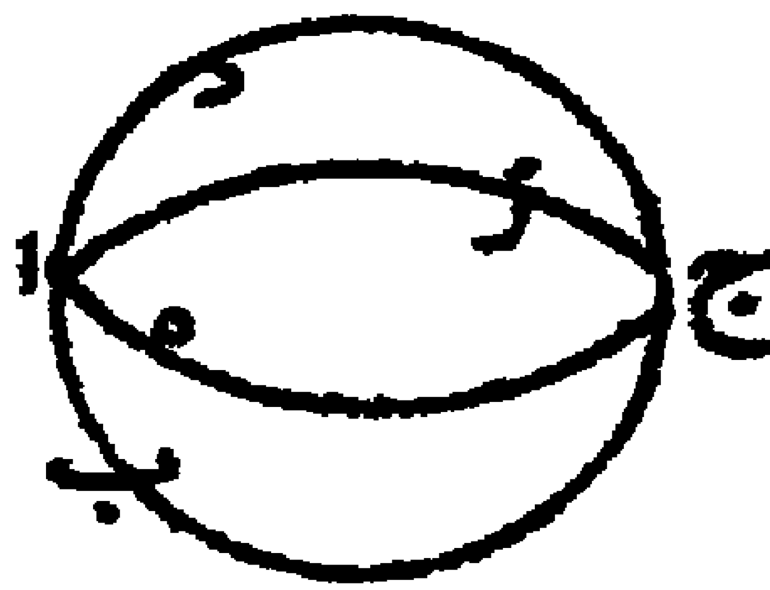
(د) كل كوكب من الثوابت يكون على دايرة البروج فانه يحدث بعد اول طلوعه الظاهر بالغدوات بنصف سنة غروبا ظاهرا بالغدوات وكل كوكب يكون فى ناحية بنات نعش اعنى فى الشمال فانه يحدث ذلك فى زمان اكثر منه وكل كوكب يكون فى ناحية الجنوب فانه يحدث ذلك فى زمان اقل منه وذلك

---

(١) الشكل الثانى ـ ٢ (٢) هذا العنوان خال عن الشكل فى الاصول

ش٢




ل٣
د
ز
ا
ج
ه
ب

انما يكون فى المساكن الشمالية واما فى الجنوبية فبالعكس من ذلك وليفهم ذلك فيما ياتى من بعد من ذكر الشمال والجنوب وليكن الافق ـ ا ب ج د ـ والدايرة الشمسية ـ ا ه ج ز ـ ونصف ـ ا ه ج ـ تحت الارض ولتطلع الشمس فى ـ ا ـ ومعها كواكب ـ ب ـ ا ـ د ـ منها ـ ا ـ على الدائرة الشمسية و ـ ب ـ فى الشمال منها و ـ د ـ فى الجنوب فلأن هذه الكواكب حينئذ تكون فى طلوعات الخفية بالغدوات تكون طلوعاتها الظاهرة بعد ذلك فليكن هى كون الشمس فى ـ ه ـ ولأن الكواكب المتقاطرة(١) التى على فلك البروج يطلع ويغيب على التبادل معا فعند غروب ـ ا ـ يطلع ـ ج ـ ويصير نصف ـ ا ه ج ـ فوق الارض واذا كانت الشمس فى ـ ج ـ طالعة كان كوكب ـ ا ـ فى غروبه الخفى بالغدوات ويكون غروبه الظاهر بعد ذلك بقوس مساوية لقوس ـ ا ه ـ يخرج بها الكوكب عن ضوء الشمس وهى قوس ـ ج ز ـ و ـ ه ج ز ـ نصف دائرة وكان ـ ه ـ اول طلوعات كوكب ـ ا ـ الظاهرة و ـ ز ـ اول غروباته الظاهرة فاذا ما بينهما نصف سنة ولأن كواكب ـ ب ـ ا ـ د ـ تطلع معا وكوكب ـ ب ـ يغيب بعد كوكب ـ ا ـ وكوكب ـ د ـ يغيب قبله فتبين ان ذلك انما يكون لكوكب ـ ب ـ فى اكثر من ذلك الزمان ولكوكب ـ د ـ فى اقل منه وذلك ما اردناه (٢) .

(٥) وليكن لبيان ذلك فى الكواكب الجنوبية والشمالية ليكن الافق ـ ا ب ج د والدايرة الشمسية ـ ا ه ج ز ـ وليكن كوكب ـ ب ـ من كواكب ـ ب ا د ـ فى الشمال وكوكب ـ ا ـ على الدائرة الشمسية وكوكب ـ د ـ فى الجنوب فنقول ان كوكب ـ ب ـ يحدث من طلوع الغدوات الظاهر غروب الغدوات الظاهر فى زمان اكثر من نصف سنة وكوكب ـ د ـ فى زمان اقل فلتكن المتوازيتان اللتان يتحرك عليهما كوكبا ـ ب ـ ا ـ دايرتى ـ ب ح ـ ا ط ـ فلأن كوكب ـ ب ـ يغيب بعد كوكب ـ ا ـ كان عند

(١) صف ج ـ المتناظرة (٢) الشكل الثالث ـ م

غروب كوكب ـ ا ـ كوكب ـ ب ـ فوق الارض ولكن اذا غاب ا ـ طلع ـ ج ـ فليغب ـ ا ـ عند ـ ط ـ وليطلع ـ ج ـ عند ـ ك ـ وليصر حينئذ وضع البروج كدائرة ـ ن ك ـ ل ط ـ ونصف ـ ا ه ج ـ الذى كان تحت الارض كنصف ـ ط ن ك ـ وهو فوق الارض ويصير قوس ـ ا ه ـ قوس ـ ط ن ـ و ـ ه ـ التى كانت الشمس فيها عند اول طلوع ـ ب ـ الظاهر بالغدوات هى ـ ن ـ وليكن الجزء الذى يطلع عند غروب ـ ب ـ فى ـ ح هو ـ م ـ فاذا كانت الشمس فى ـ م ـ كان غروب ـ ب ـ خفيا بالغدوات واول الغروبات الظاهرة يكون بعد ذلك ولا محالة تقطع الشمس قوسا حتى يخرج كوكب ـ ب ـ عند الغروب عن ضوء الشمس وليكن هى قوس م ع ـ وتكون مساوية لقوس ـ ط ن ـ اعنى قوس ـ ا ه ـ فتكون قوس ع ك ـ اعظم من قوس ـ ط ن ـ ونأخذ ـ ن ك ـ مشتركة فتكون قوس ن ك ع ـ اعظم من قوس ـ ط ن ك ـ وقوس ـ ط ن ك ـ نصف الدائرة فقوس ـ ن ك ع ـ اعظم من النصف واول الطلوعات الظاهرة بالغدوات حين تكون الشمس فى ـ ن ـ واول الغروبات الظاهرة بالغدوات حين تكون فى ـ ع ـ فاذا يكون ما بينهما اعظم من نصف السنة وذلك ما اردناه (١) .

(و) وايضا كوكب ـ د ـ تحدث ذلك فى زمان اقل من نصف السنة وذلك لأن ـ ا ـ اذا غابت عند ـ ط ـ غابت ـ د ـ قبل ذلك فى مدارها عند ـ ص ـ وصارت وضع البروج كما ذكرنا ـ و ـ ا ه ـ مثل ـ ط ن والجزء الذى يطلع عند غروب ـ د ـ يكون على قوس ـ ط ن ك ـ قبل نقطة ـ ك ـ وليكن ـ س ـ فاذا كانت الشمس عند ـ س ـ وطلعت غاب كوكب ـ د ـ غروبا خفيا بالغدوات ويجب ان تقطع الشمس قوسا يخرج بها د ـ عن ضوء الشمس الى ان يظهر غروبه بالغدوات وليكن هى قوس ـ س ك ف ـ وتكون مساوية لقوس ـ ا ه ـ اعنى ـ ط ن ـ فيكون ـ ك ف ـ

(١) الشكل الرابع ـ ٤

اصغر



الطلوع والغروب ص٦

اصغر من ـ ط ن ـ ونجعل ـ ن ك ـ مشتركة فيكون جميع ـ ن ك ف ـ اصغر من ـ ط ن ك ـ و ط ن ك ـ نصف دائرة فقوس ـ ن ك ف ـ اصغر من نصف دائرة ـ و ـ ن ـ اول الطلوعات الظاهرة بالغدوات ـ و ف ـ اول الغروبات الظاهرة بالغدوات فاذا ما بينهما اقل من نصف السنة وذلك ما اردناه (١).

(ز) كل كوكب من الثوابت على فلك البروج فانه يحدث من طلوع العشيات الظاهر غروب العشيات الظاهر فى نصف سنة وكل كوكب شمالى عنها فانه يحدثه فى اكثر من ذلك فكل كوكب جنوبى عنها فانه يحدثه فى اقل من ذلك وليكن الافق ـ ا ب ـ ج د ـ ودائرة الشمس ـ ا د ـ ج ز ـ ونصف ا ه ج ـ تحت الارض فاذا كانت الشمس على ـ ج ـ فليطلع من كواكب ب ـ ا ـ د ـ ب ـ فى الشمال ـ و ـ ا ـ على دائرة الشمس و ـ د ـ فى الجنوب فتكون طلوعاتها خفية بالعشيات و تكون طلوعاتها الظاهرة بالعشيات قبل ذلك وليكن ذلك عند كون الشمس فى ـ ه ـ ولكون الاجزاء المتقاطرة (٢) من دائرة الشمس متبادلة فى الطلوع والغروب يكون اذا طلع ـ ج ـ وكانت الشمس فى ا ـ غاب فى ـ ا ـ وغاب معها كوكب ـ ا ـ ويكون غروبه غروبا خفيا بالعشيات ويكون غروبه الظاهر بالعشيات قبل ذلك فليكن ذلك والشمس فى ـ ز ـ و ـ ا ز ـ مساوية ـ لج ه ـ فيكون ـ ه ج ز ـ نصف دائرة ويكون لذلك من طلوعه الظاهر بالعشيات الى غروبه الظاهر بالعشيات نصف سنة ويتبين من ذلك كون ذلك لكوكب ـ ب ـ فى زمان اكثر منه ولكوكب ـ د ـ فى زمان اقل على ما مر ويتبين هذه بعينها فى الطلوعات والغروبات الخفية ويستبين من ذلك ان سكان خط الاستواء يحدث عندهم (٣) كل كوكب من طلوع الغدوات الى غروبها الشبيه به ومن طلوع العشيات الى غروبها الشبيه به ازمنة متساوية كان الكوكب شماليا اوجنوبيا وذلك لأن وضع الكل

---

(١) الشكل الخامس ـ ه (٢) صف ج ـ المتناظرة (٣) صف ق ـ عنهم

عندهم بحيث تكون الكواكب التى تطلع معا تغيب معا وبالعكس (١) .

(ح) كل كوكب يطلع ويغرب من الثوابت فان طلوعه مع الشمس يكون فى كل عام بالتقريب مرة وكذلك غروبه واعنى بطلوعه مع الشمس الصباحى الخفى وكذلك فى غروبه الصباحى فليكن الافق ـ ا ب ج د ـ ودائرة الشمس ـ ا ه ج ز ـ واذا طلعت الشمس من ـ ا ـ فليطلع معها كوكب ـ د طلوعا خفيا بالغدوات ولكون الشمس فى كل دورة مارة بنقطة ـ ا ـ كان من الواجب ان جعلت الدورة فى ايام تامة ان يطلع ـ د ـ معها فى كل سنة طلوعا خفيا بالغدوات حقيقيا فان نقص فى دوراتها جزء من دورة امكن ان يكون فيه اختلاف ولم يطلع كوكب ـ د ـ بالحقيقة معها .

وذلك انه قد وجد بالرصد ان كل كوكب من غير المتحيرة يخفى عن ضوء الشمس فى خمسة عشر درجة والسنة للشمس تكون من دورات تامة ومن ربع دورة فطلوع كل كوكب منها الخفى بالغدوات الحقيقى يكون فى تقريب من سنة وكذلك تبين انه ايضا تغيب معها كذلك وذلك ما اردناه (٢)

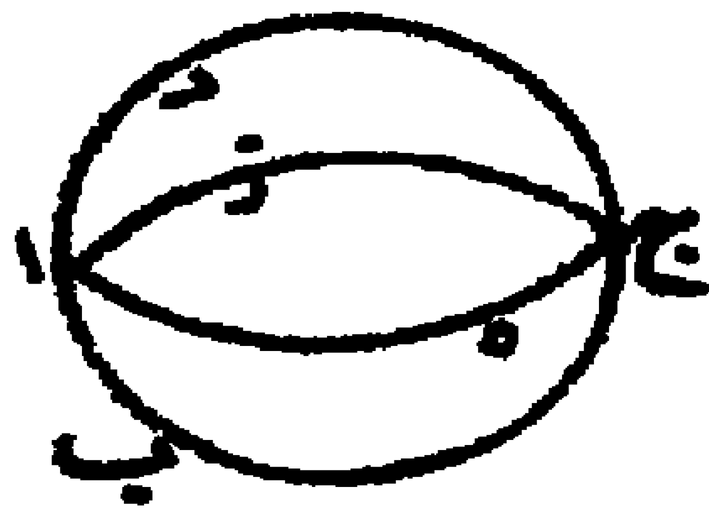
(ط) كل كوكب من الثوابت يحدث من طلوع الغدوات الخفى طلوع العشيات الخفى فى تقريب من نصف سنة ومن غروب العشيات الخفى غروب الغدوات الخفى فى مثله ايضا فنعيد الشكل ولتكون الشمس فى ـ ا ـ وليطلع معها كوكب ـ د ـ فان قطعت الشمس نصف ـ ا ه ج ـ فى نصف السنة وكان من الايام التامة فهى تغيب على نقطة ـ ج ـ ويحدث طلوع العشيات الخفى الكوكب ـ د ـ بالحقيقة فى تلك المدة وان لم يقطعه فى الايام التامة امكن ان يقع فيه اختلاف يسير ولم يغب الكوكب معها على الحقيقة فيحدث ذلك فى تقريب من نصف سنة بالتقريب وكذلك القول فى حدوث غروب الغدوات الخفى من غروب العشيات الخفى وذلك ما اردناه (٣) .

(ى) كل كوكب من الثوابت على دائرة البروج فانه يحدث بعد آخر

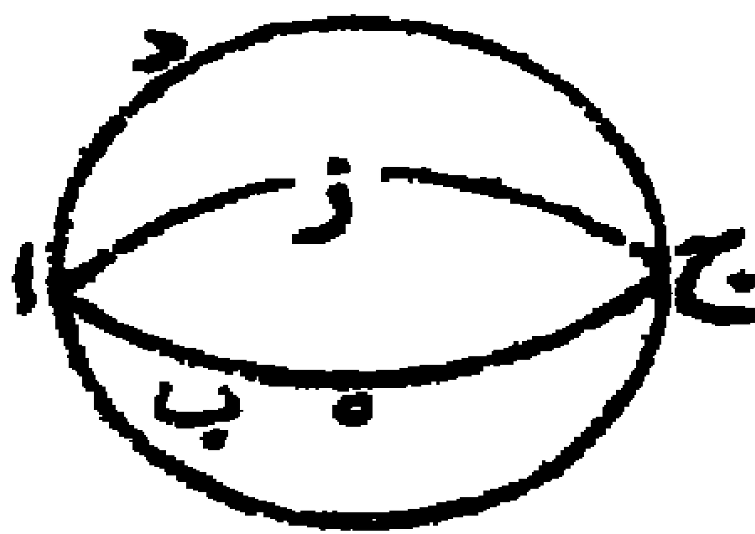
---

(١) الشكل السادس ـ ٦ (٢) الشكل السابع ـ ٧ ـ (٣) الشكل الثامن ـ ٨

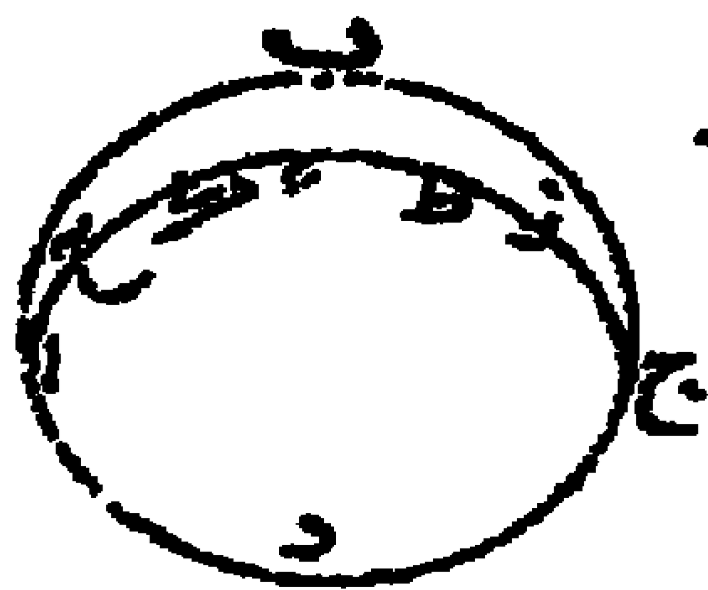
عـ٣



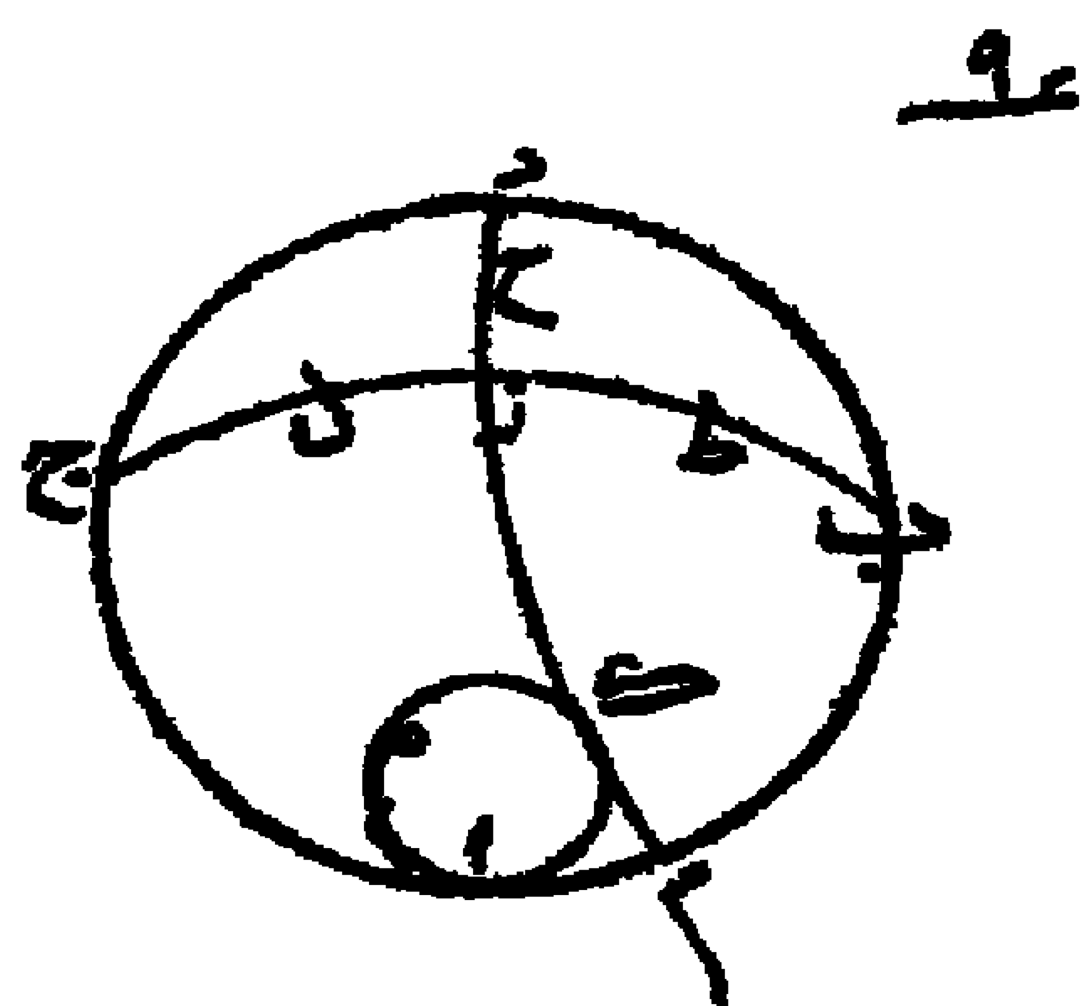
عـ٤



عـ٨



الطلوع والغروب، صت



الطلوع والغروب ص٩

ظهوراته بالعشيات ظهورا بالغدوات بعد ان يخفى اياما وليالى فليكن الافق — ا ب ج د — ودائرة الشمس — ج ا ه — ولتسر الشمس من — ج — الى — ه وليكن الكوكب — ه — على دائرة البروج وليكن اول احاطة ضوء الشمس بكوكب — ه — والشمس عند — ز — وآخر خفائه والشمس عند — ح — اعنى بهما ظهور العشيات الأخر وظهور الغدوات الاول فعند مرور الشمس بقوس ز ح — لا يظهر كوكب — ه — ولتكن الشمس مثلا عند — ط — وذلك لانها لاتطلع ظاهرا لكون الشمس طالعة قبلها ولا تغرب ظاهرا لأن آخر ظهورها بالعشيات كان عند — ز — فاذا لايظهر عند كونها فى — ط — البتة .

وايضا لتكن عند — ك — وتبين بمثل ذلك انه لايظهر عند ذلك ايضا فاذا صح ما ادعينا وذلك ما اردناه (١) .

(يا) كل كوكب من الثوابت جنوبى عن دائرة البروج فانه بعد آخر رؤيته المسائية يخفى اياما وليالى ثم يرى اول رؤيته الصباحية وتكون مدة خفائه بينهما اكثر من مدة خفاء الذى على دائرة البروج فليكن الافق — ا ب د — ج — والدائرة الابدية الظهور العظمى — ا ك ه — ووضع دائرة الشمس مثل — ب ج — وكوكب — ح — جنوبيا عن دائرة البروج ولتمر بنقطة — ح دائرة مماسة لدائرة — ا ك ه — وهى دائرة — د ح ك — فالنصف من الدائرة الخارجة من — ك — الى جهة — ح د — لايلقى النصف من الدائرة التى تخرج من — ا — الى ناحية — م ب — وليكن كوكب — ز — على دائرة البروج ولتكن الشمس فى — ط — عند كون — ز — فى آخر رؤيته المسائية وفى — ل — عند كونه فى اول رؤيته الصباحية فاذا مرت الشمس بقوس — ط ل — لايظهر كوكب — ز — ولأن كوكبى — ز ح — يغيبان معا وذلك لأن الواقع من مداريهما بين المصمين غير المتلاقيين المذكورين متشابهان بكون وقوع كوكبى ز ح — فى ضوء الشمس معا اول وقوعهما اعنى يكون ظهور العشيات الآخر لهما معا عند كون الشمس فى — ط .

(١) الشكل التاسع — ٩ .

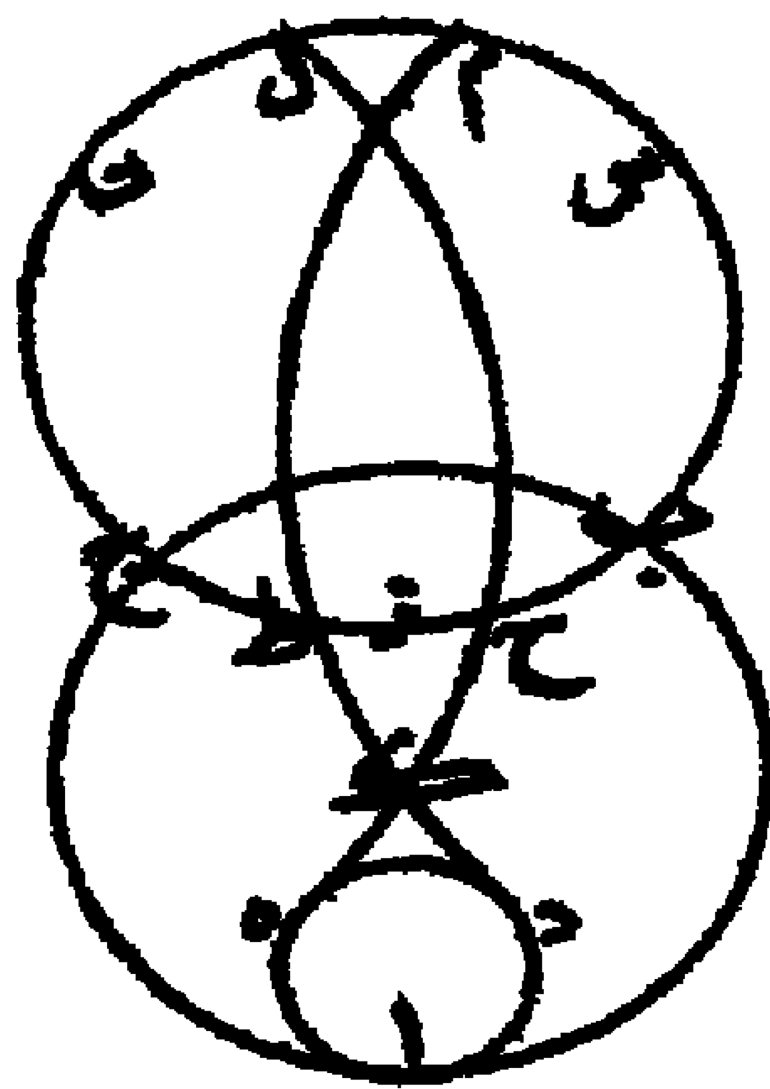
وايضا لانهما يغيبان معا فيكون ظهور كوكب ـ ز ـ قبل ظهور كوكب ح ـ وكان اول ظهور كوكب ـ ز ـ عند كون الشمس فى ـ ل ـ يكون اول ظهور كوكب ـ ح ـ بعد كون الشمس فى ـ ل ـ فاذا كوكب ـ ح ـ يحدث من ظهور العشيات الاخر ظهور الغدوات الاول اذا غاب اياما وليالى اكثر مما يغيب فيها كوكب ـ ز ـ وان فرضنا كوكبا آخر على فلك البروج فيكون زمان خفائه مساويا لزمان خفاء كوكب ـ ز ـ وذلك لأن ازمنة خفاء جميع كواكب دائرة البروج متساوية وكل واحد منها ثلاثون ليلة فلذلك يكون زمان خفاء كوكب ـ ح ـ اكثر من زمان خفاء كل كوكب يكون على فلك البروج وبمثل ذلك تبين ان الكواكب الشمالية التى تغيب عن ضوء الشمس تغيب زمانا اقل من التى على دائرة البروج وقد بان انها جميعا تغيب فى خط الاستواء ازمنة متساوية لأن الكواكب التى تغيب معا عندهم تطلع معا وبالعكس وذلك ما اردناه (١).

(يب) من الثوابت الشمالية التى تطلع وتغرب ما يرى كل ليلة ودائما فليكن الافق ـ اب ج ـ واعظم الابدية الظهور ـ اده ـ ودائرة البروج ـ ب زج ـ واذا كانت الشمس فى ـ ز ـ فليكن ـ ح ـ من كوكبى ـ ح ـ ط فى اول طلوع الغدوات الظاهر وكوكب ـ ط ـ فى آخر غروب العشيات الظاهر ونرسم على ـ ح ط ـ دائرتى ـ ل ح ك ه ـ م ط ك د ـ لعظيمتين يماسان دائرة ـ اده ـ على نقطتى ـ ه د ـ حتى يكون نصف دائرة ـ ه ك ح ـ غير ملاق لنصف دائرة ـ اج ـ منطبقا عليه فى المشرق ونصف دائرة ـ دك ط غير ملاق لنصف دائرة ـ اب ـ منطبقا عليه فى المغرب وليكن ـ ك ـ كوكبا فى الشمال نقول فهو يرى كل ليلة وليكن ـ ل ن ـ مساوية لزح ـ و ـ م س ـ مساوية ـ لزط ـ ولكون ـ زح ـ زط ـ متساويتين فانا وضعنا ان هذه الكواكب تخفى عن الشمس فى ازمنة متساوية وجعلنا كل واحد منها نصف برج تكون ـ ل ن ـ س م ـ متساويتين ولأن ـ ح ـ يفاطر ـ ل

(١) الشكل العاشر ـ ١٠ .

وكان

ص١٠



الطلوع والغروب ص١٠

وكان طلوع كوكب ـ ح ـ عند كون الشمس فى ـ ز ـ ظاهرا بالغدوات وجب ان يكون طلوعه عند كون الشمس فى ـ ن ـ ظاهرا بالعشيات وذلك لكون ـ ز ح ـ ل ن ـ متساويين فيكون الزمان الذى تمر فيه الشمس بقوس ز ج ن ـ من طلوع الغدوات الظاهر الى طلوع العشيات الظاهر لكوكب ح ـ وايضا لأن ـ ط ـ يقاطر ـ م ـ وكان غروب كوكب ـ ط ـ عند كون الشمس فى ـ ز ـ ظاهرا بالعشيات وجب ان يكون غروبه عند كون الشمس فى س ـ ظاهرا بالغدوات وذلك لكون ـ ز ط ـ م س ـ متساويين فيكون الزمان الذى تمر فيه الشمس بقوس ـ س ب ز ـ من غروب الغدوات الظاهر الى غروب العشيات الظاهر لكوكب ـ ط .

ولأنه قد تبين ان الكوكب يرى طلوعه ظاهرا كل ليلة من طلوع الغدوات الظاهر الى طلوع العشيات الظاهر صار كوكب ـ ح ـ يرى طالعا كل ليلة مدة مرور الشمس بقوس ـ ز ج ن ـ ولكن كوكب ـ ك ـ يطلع مع كوكب ـ ح ـ فكوكب ـ ك ـ يرى طالعا كل ليلة هذه المدة .

وايضا لأن الكوكب يرى غروبه ظاهرا كل ليلة من غروب الغدوات الظاهر الى غروب العشيات الظاهر صار كوكب ـ ط ـ يرى غاربا كل ليلة مدة مرور الشمس بقوس ـ س ب ز ـ ولكن كوكب ـ ك ـ يغرب مع كوكب ـ ط ـ فكوكب ـ ك ـ يرى غاربا كل ليلة هذه المدة فاذا كوكب ـ ك ـ يرى كل ليلة اما غاربا واما طالعا مدة مرور الشمس بقوس ـ س ز ن .

نقول ومن البين انه يرى ايضا مدة مرور الشمس بقوس ـ ن ل م س ـ وليكن ـ ب ح ـ مساوية ـ لط ج ـ ويكون ذلك عند كون ـ ز منصفة لقوس ـ ب ز ج ـ التى هى فوق الارض ويكون ايضا ـ ج ل مساوية ـ لم ب ـ و ـ ج ن ـ لس ب ـ ويكون كل واحدة من ـ ج ن ـ س ب برجين وكان كل واحدة من ـ ز ح ـ ز ط ـ نصف برج وكل واحد من

ج ن ـ س ب ـ يكون اعظم من كل واحد من ـ ج ن ـ س ب ـ ز ح ز ط ـ ولأن بعد قوس ـ ن ل ـ م س ـ في الجهتين من الافق في مثل هذا الوضع اعظم من القوس الذي يخفى بضوء الشمس كان كل كوكب يقع في هذا الوقت في النصف الظاهر من الفلك مرئيا ظاهرا فكوكب ـ ك ـ يرى ظاهرا ٦٠ في هذا الوقت فاذا كوكب ـ ك ـ يرى كل ليلة وذلك ما اردناه . (١)

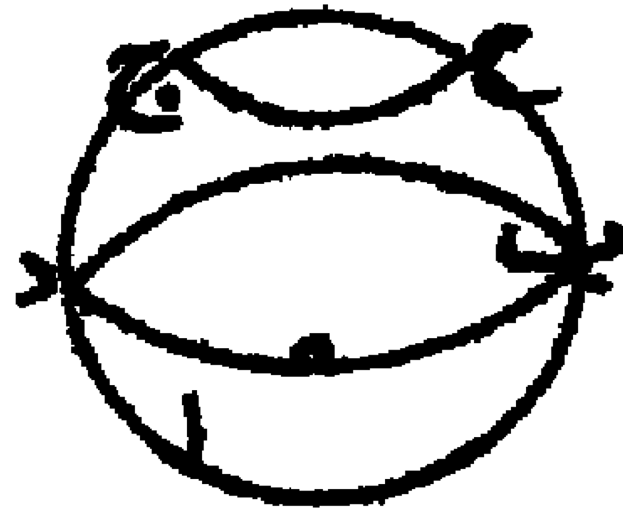
(يج) كواكب فلك البروج والتي تكون شمالية عنه لايرى تسير جميع نصف الكرة الظاهرة اما الجنوبية التي لاتكون قريبة منه فانه قديمكن ان يرى تسير جميع ذلك فلتكن دائرة ـ ا ب ج د ـ الافق ـ و ـ ب د ه ـ دائرة البروج ـ و ـ ا د ج ناحية المشرق وليكن كوكب ـ ا ـ في الشمال وكوكب ـ د ـ على دائرة البروج وكوكب ـ ج ـ في الجنوب وليكن ـ د ه ب ـ النصف الذي تحت الارض ولتظهر كواكب ـ ا ـ د ـ ج ـ والشمس عند ـ ه ـ ولأن الكواكب المتقاطرة على دائرة البروج تطلع وتغرب على التبادل معا يكون اذا غاب ـ د طلع ـ ب ـ ويصير نصف ـ د ه ب ـ فوق الارض ويكون غروب ـ د بالنهار فاذا ليس يرى كوكب ـ د ـ متحركا في جميع نصف الكرة الظاهر ولان كوكب ـ ا ـ يغيب بعد كوكب ـ د ـ فهو ايضا يغيب بالنهار ولايرى متحركا في جميع نصف الكرة الظاهر ولأن كوكب ـ ج ـ يطلع ـ مع ـ د ـ ويغيب قبله فمن الممكن ان يرى متحركا في جميع نصف الكرة الظاهر وذلك لأنه قديمكن ان يرسم موازية لمعدل النهار مثل دائرة ـ ج ح ـ تكون القطعة الظاهرة منها مثل قوس ـ ج ح ـ اصغر شيئا من قطعة تقطعها الشمس تحت الارض من الموازية التي هي عليهما مدة طلوع القوس من فلك البروج التي يطلع في زمان كون ـ ج ـ فوق الارض وذلك ما اردناه (٢).

(يد) كل كوكب يكون من طلوعه الخفي بالغدوات الى غروبه الخفي بالغدوات اقل من نصف سنة فهو في زمان نقصانه عن نصف السنة يكون طالعا وغاربا عند كون

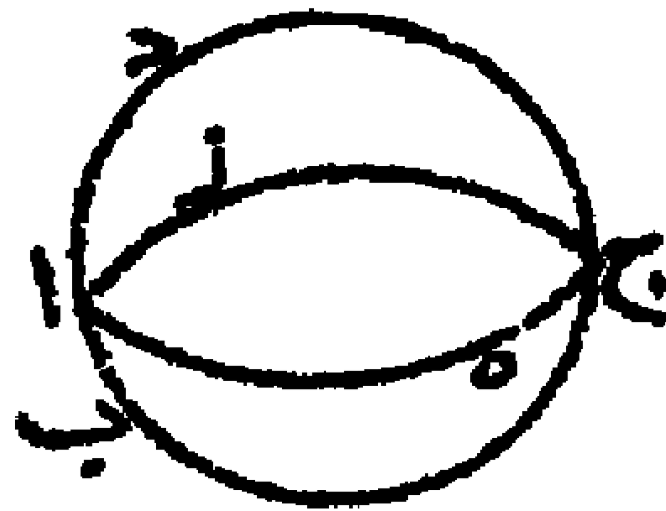
(١) الشكل الحدي عشر ـ ١١ (٢) الشكل الثاني عشر ـ ١٢

الشمس

ش ١١



ش ١٢



الشمس تحت الارض وفى زمان مساوله لايكون طالعا ولاغاربا عند كون الشمس تحت الارض فليكن الافق ـ ا ب ج د ـ ودائرة الشمس ـ ا ه ج ز ـ وليطلع كوكب ـ د ـ فى الجنوب مع الشمس وهى فى ـ ا ـ فهو فى طلوعه الخفى بالغدوات فيكون له من طلوعه الخفى بالغدوات غروب خفى بالغدوات فى اقل من نصف سنة وليكن غروبه الخفى بالغدوات والشمس فى ـ ه ـ فزمان مرور الشمس بقوس ـ ا ه ـ هو الزمان الذى من طلوع كوكب ـ د ـ الخفى بالغدوات الى غروبه الخفى بالغدوات وزمان مرورها بقوس ـ ه ج ـ هو زمان نقصان ذلك الزمان عن نصف سنة ولان عند طلوع ـ د ـ يكون ابدا فلك البروج على وضع واحد بعينه فيكون نصف ـ ا ه ج ـ من فلك البروج فى ذلك الوضع ابدا تحت الارض ونصف ـ ج ز ا ـ فوق الارض فيكون فى جميع زمان مرور الشمس بقوس ـ ا ه ج ـ طلوع كوكب ـ د ـ حين تكون الشمس تحت الارض فلا محالة اذا كانت الشمس تمر بقوس ـ ه ج ـ وكانت تحت الارض طلع كوكب ـ د ـ وان لم يظهر طلوعه ولتكن قوس ـ ا ز مقابلة لقوس ـ ه ج ـ ولان غروب ـ د ـ الخفى بالغدوات يكون عند كون الشمس فى ـ ه ـ يكون اذا طلعت الشمس من ـ ه ـ غاب كوكب ـ د ـ ويكون حينئذ نصف ـ ه ج ز ـ تحت الارض ونصف ـ ز ا ه ـ فوقها فيكون فى جميع زمان مرور الشمس بقوس ـ ه ج ز ـ غروب كوكب ـ د ـ حين تكون الشمس تحت الارض فلامحالة اذا كانت الشمس تمر بقوس ـ ه ج ـ وكانت تحت الارض غاب ـ د ـ وقد مرانها اذا مرت ايضا بقوس ـ ه ج ـ وكانت تحت الارض طلع ـ د ـ فاذا طلوع ـ د ـ وغروبه واجب عند مرور الشمس بقوس ـ ه ج ـ وكونها تحت الارض ـ

نقول واذا مرت بقوس ـ ز ا ـ تحت الارض لم يطلع كوكب ـ د ولم يغرب وذلك لان نصف ـ ا ه ج ـ عند طلوع ـ د ـ يكون تحت الارض فعند طلوع ـ د ـ اذا كانت الشمس فى قوس ـ ز ا ـ كانت فوق الارض

لا محالة واذا كانت تحت الارض لم يكن ـ د ـ طالعا وبمثله تبين انها اذا كانت تحت الارض فى قوس ـ زا ـ لم يكن ـ د ـ ايضا غاربا وذلك ما اردناه (١) .

(يه) كل كوكب يكون من طلوعه الخفى بالغدات الى غروبه بالغدوات اكثر من نصف سنة فهو فى زمان زيادته على نصف السنة لايكون عند كون الشمس تحت الارض طالعا ولاغاربا وفى زمان آخر مساوله يكون طالعاوغاربا عند كون الشمس تحت الارض فنعيد الافق ودائرة الشمس وليطلع كوكب ب ـ فى الشمال مع الشمس وهى فى ـ ا ـ فهو فى طلوعه الخفى بالغدوات فيكون له غروب خفى بالغدوات بعد اكثر من نصف السنة والشمس فى نقطة ـ ز فالزمان الزائد على نصف السنة هو زمان مرور الشمس بقوس ـ ج ز ـ ولا يكون عند كونها فى قوس ـ ج ز ـ تحت الارض لنقطة ـ ا ـ ولالكوكب ـ ب ـ طلوع لان طلوعه انما كان قبل ذلك وايضا ليكن ـ ا ه ـ مثل ـ ج ز ـ فلان الشمس اذا طلعت فى ـ ز ـ غاب كوكب ـ ب وغاب معه ـ ه ـ المقاطر ـ از ـ وكان حينئذ نصف ـ ز ا ه ـ تحت الارض ونصف ه ج ز ـ فوقها فيغرب ـ ب ـ فلا يكون عند كون ـ ج ز ـ تحت الارض لنقطة ـ ب ـ غروب فاذا ليس لكوكب ـ ب ـ عند كون الشمس فى قوس ز ج ـ تحت الارض طلوع ولا غروب .

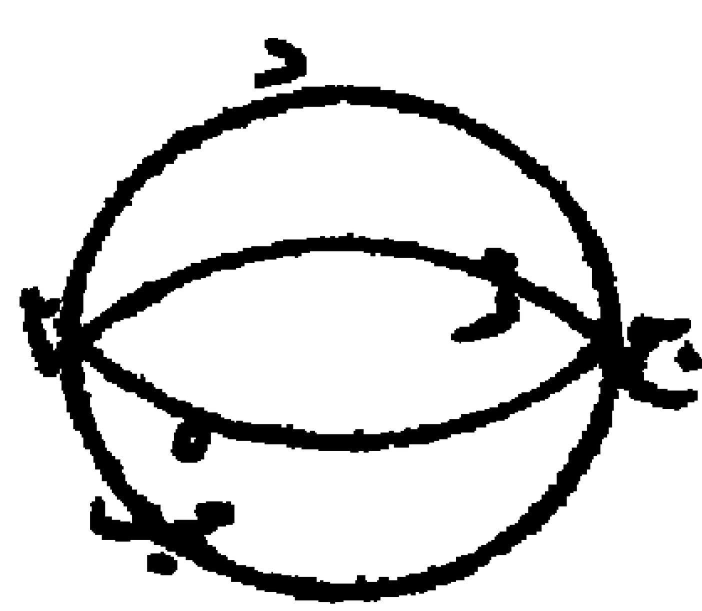
ثم نقول ولأن طلوع ـ ب ـ انما يكون مع طلوع ـ ا ـ وحينئذ يكون ا ه ج ـ تحت الارض وغروب ـ ب ـ انما يكون مع غروب ـ ه ـ وحينئذ يكون ـ زا ه ـ تحت الارض فيكون فى زمان كون الشمس فى قوس ـ ا ه بشرط كونها تحت الارض لكوكب ـ ب ـ لا طلوع ولا غروب معا وذلك ما اردناه (٢) .

تمت المقالة الاولى

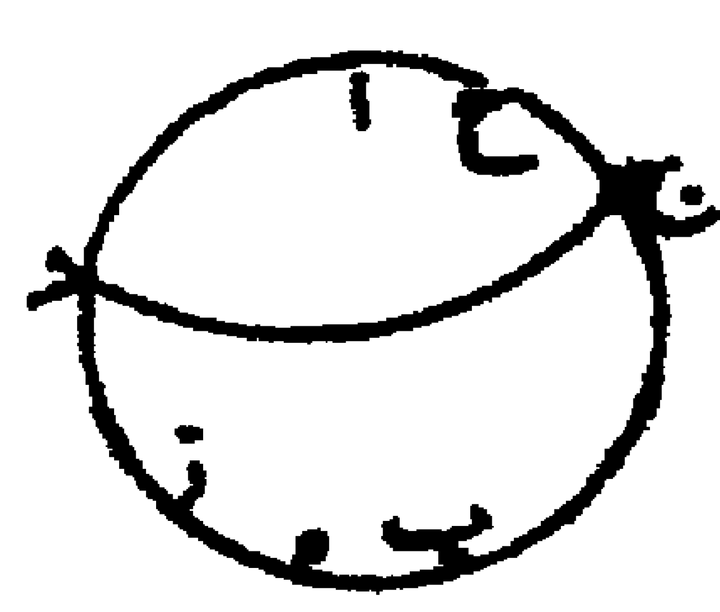
(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ ـ (٢) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ ـ .

المقالة

ع ١٣

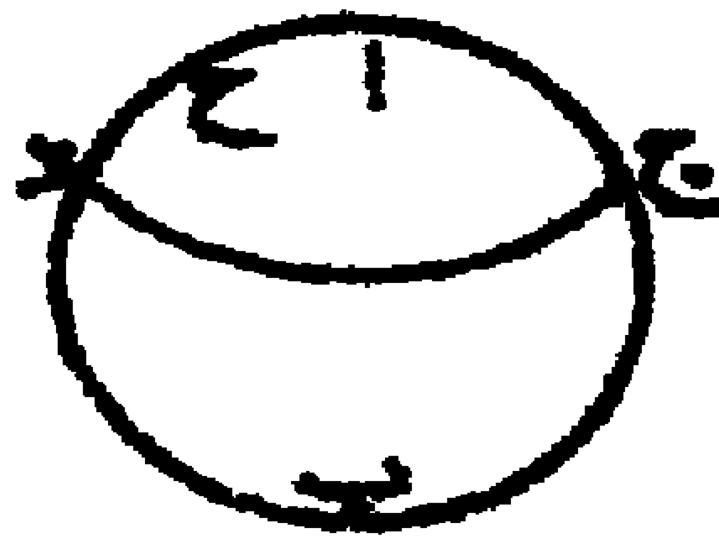


ع ١٤

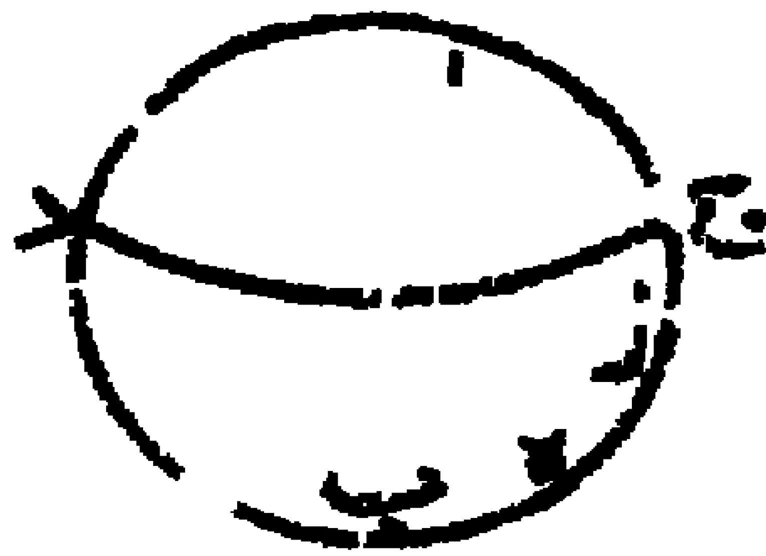


الطلوع والغروب ص ١٤

ح ١٥



ح ١٦



الطلوع والغروب ص١٥

المقالة الثانية

كا شكلا

الاشكال

(ا) البرج الذى تطلع فيه الشمس من الدائرة الشمسية يكون ابدا اخفيا ولا يظهر له طلوع ولاغروب والذى يقابله يكون الليل كله ظاهرا ولا يكون ايضا طلوعه ظاهرا ولا غروبه فلتكن دائرة الشمس ــ ا ب ــ والافق ــ ج د ــ والمشرق ــ د ــ والمغرب ــ ج ــ فلندر الكل من ــ د ــ الى ــ ا ــ و الشمس من ــ د ــ الى ــ ب ــ وليكن ــ د ه ــ برجا وننصفه على ــ ز ــ ولتكن الشمس فى ــ ز ــ وليكن البرج المقابل ــ لز ه ج ح ــ ولانا وضعنا اختفاء خمسة عشر درجة فى كل جهة عن الشمس فاذا كانت الشمس فى ــ ز كان ــ د ــ يحدث طلوع الغدوات الظاهر ــ و ــ ه ــ يحدث غروب العشيات الظاهر وكان جميع ــ د ه ــ مختفيا غير ظاهر الطلوع والغروب وكذلك قوس ج ح ــ المقابلة لها على القطر لان ــ ه د ــ اذا طلعت غابت ــ ج ح وبالعكس فهى ايضا لاترى طالعة ولاغاربة لكنها تحدث حركة ظاهرة طول الليل فوق الارض فقط وذلك مااردناه (١).

(ب) البرج الذى يتقدم الشمس يرى طالعا بالغدوات والذى يتلوها يرى غاربا بالعشيات فلنعد دائرتى البروج والافق وبرج الشمس كما كان وليكن د ح ــ البرج الذى يتقدم على برج ــ د ه ــ و ــ ه ط ــ البرج الذى يتأخر عن برج ــ د ه ــ فلان بعد ــ ج د ــ عن الشمس وهى فى ــ ز ــ اكثر من قوس الاختفاء فهو يرى طالعا بالغدوات قبل طلوع الشمس ولان طلوع ــ ه ط بعد طلوعها فى النهار مع برج ــ ه ط ــ لا يرى طالعا لكن يرى غاربا بالعشيات وذلك ما اردناه (٢).

---

(١) الشكل الخامس عشر ــ ه ــ (٢) الشكل السادس عشر ــ ١٦ .

(ج) فى زمان الليل انما يرى احد عشر برجا ستة يتقدم طلوعها قبل دخول الليل وخمسة يطلع فى الليل ونعيد دائرتى البروج والافق وليكن برج الشمس ج ه ـ والشمس فى منتصفه وهو ـ ز ـ فظاهران ـ ج ـ يحدث غروب العشيات فنصف ـ ج ا د ـ فيه ستة بروج وهى قد طلعت قبل دخول الليل والخمسة الباقية تطلع فى الليل قبل ان يأخذ برج ـ ه ج ـ فى الطلوع وذلك ما اردناه (١).

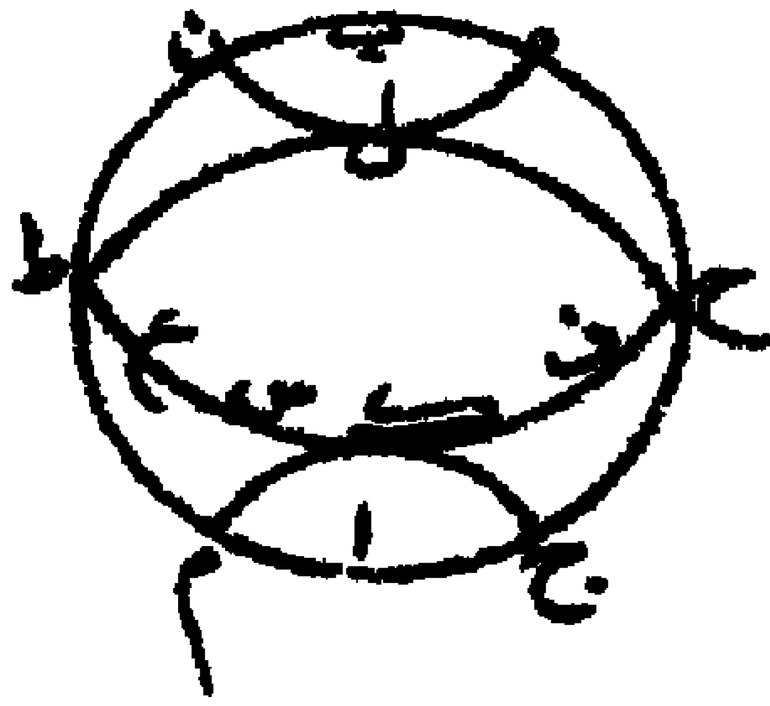
(د) كل واحد من الثوابت فانه يصير من الطلوع الصباحى الى الطلوع المسائى فى خمسة اشهر فليكن الافق ـ ا ب ـ و مدار الاثقلا بين ـ ج م ـ ه ن ودائرة البروج ـ ح ك ـ ط ل ـ وليكن ـ م ط ن ـ كواكب على الافق وليكن برج الشمس ـ ط س ـ والشمس فى وسطه وهو ـ ع ـ فكواكب م ـ ط ـ ن ـ فى اول طلوع الغدوات الظاهر ولتتحرك الشمس خمسة بروج ولتنته الى ـ ف ـ فلان ـ ع ط ـ نصف برج يبقى ـ ف ح ـ نصف برج وعند كون ـ ح ـ على الافق والشمس فى ـ ف ـ يكون لكواكب ـ م ط ن ـ طلوع العشيات الظاهر فاذا من طلوعها بالغدوات الظاهر الى طلوعها بالعشيات الظاهر خمسة اشهر وذلك ما اردناه (٢)

(ه) كل واحد من الثوابت فان طلوعاته وغروباته الصباحية يكون بعد امثالها بسنة ونعيد الافق ودائرة البروج وليكن ـ م ـ كوكبا ونفصل ـ ط ن نصف برج فاذا كانت الشمس فى ـ ن ـ كان ـ ط م ـ طالعين بالغدوات اول طلوعهما الظاهر ونفصل لليوم والليلة التى بعده ـ ن س ـ وليكن ـ ط ع مساويا ـ لن س ـ فع س ـ ايضا نصف برج وعند كون الشمس فى ـ س ـ كان لكوكب ـ ع ـ اول ظهوره بالغدوات ولا يكون لكوكبى ـ ط م اول ظهورهما ولا بعد ذلك الا بعد ان تدور الشمس كل قوس ـ س ك

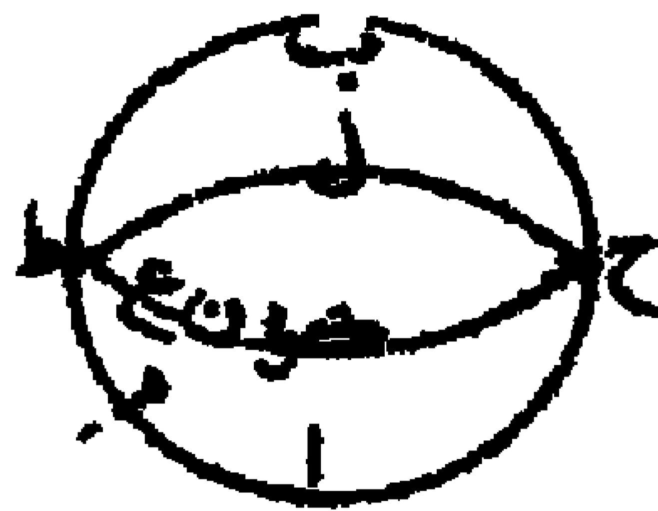
---

(١) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ (٢) الشكل الثامن عشر ـ ١٨ ـ (٣) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ ـ

ش ١٧



ش ١٨



ش ١٩



هكذا هو شكل ز في نقل قسطا

اسطلوع د الغروب صح

ط ل ح ن ـ فانها اذا عادت الى ـ ن ـ حدث لكوكبى ـ ط ـ م ـ ظهورهما الاول تارة اخرى وكذلك القول فى طلوع العشيات وذلك ما اردناه (١) .

ونعيد الصورة لغروب الغدوات لكوكب ـ م ـ الشمالى فلأن كوكب ـ م ـ اميل الى الشمال من كوكب ـ ط ـ وكان يطلع معه وليس يغيب معه فهو يغيب مع كوكب يتبع كوكب ـ ط ـ لامحالة وليغب مع كوكب ز ـ وليكن ـ ز ـ مقاطرا ـ لس ـ ونفصل ـ س ع ـ نصف برج فاذا كانت الشمس فى ـ ع ـ كان لكوكب ـ س ـ اول طلوعه الظاهر بالغدوات ولكوكب ـ ز ـ الغروب الظاهر بالغدوات لكوكب ـ م ـ ايضا يغيب بالغدوات ولتقطع الشمس فى يوم بليلته ـ ف ع ـ ونفصل ـ س ق ـ مثله فيكون ـ ق ف ـ مثل ـ س ع ـ نصف برج فاذا كانت الشمس ـ فى ـ ف ـ كان لكوكب ـ ق ـ اول طلوعه بالغدوات ولم يكن ـ لس ـ لأنه يطلع قبل ن ـ فلم يكن ـ لز ـ ولا ـ لم ـ الغروب الظاهر بالغدوات ولا ايضا اذا كانت الشمس فى نقطة غير ـ ف ـ الا اذا دارت الشمس دورة واحدة وعادت الى ـ ع ـ وذلك انما يكون فى سنة وكذلك القول فى غروب العشيات (٢) .

(و) كل كوكب على دائرة البروج فانه يصير من طلوعه الصباحى الى طلوعه المسائى ومن طلوعه المسائى الى غروبه الصباحى ومن غروبه الصباحى الى غروبه المسائى ومن غروبه المسائى الى طلوعه الصباحى لكنه يصير من طلوعه الصباحى الى طلوعه المسائى فى خمسة اشهر ويرى فى هذا الزمان طالعا ومن طلوعه المسائى الى غروبه الصباحى فى شهر واحد ولايرى فى هذا الزمان طالعا ولا غاربا ويكون ظاهرا اجل الليل ومن غروبه الصباحى الى غروبه المسائى فى خمسه اشهر ويرى فى هذا الزمان غاربا ومن غروبه المسائى الى طلوعه الصباحى فى شهر واحد ويكون فى هذا الزمان خفيا فليكن الافق ـ ا ب ودائرة البروج ـ ج د ـ وليكن كوكب ـ د ـ على المشرق ونفصل نصف

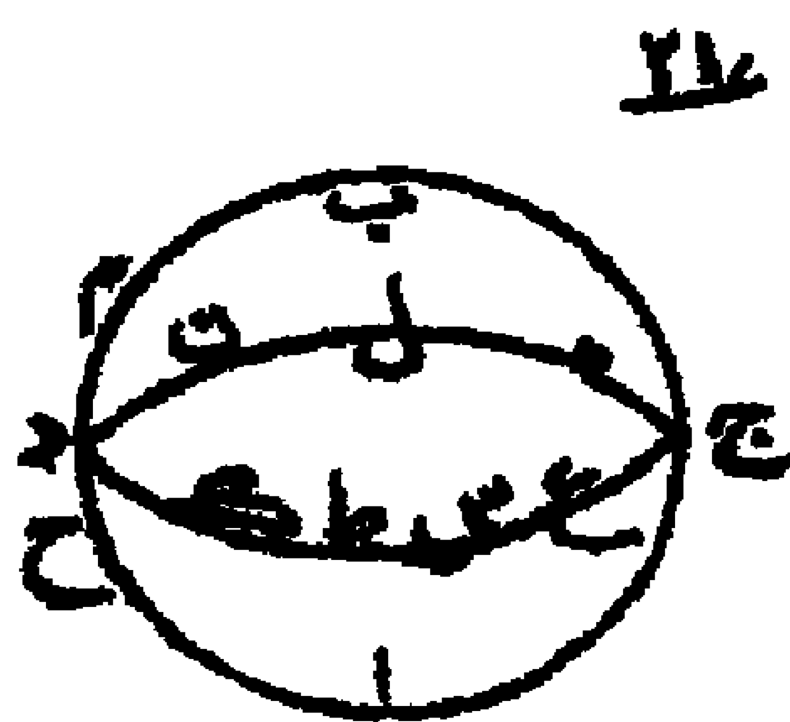
(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ (٢) الشكل العشرون ـ ٢٠ ـ وبهامش صف ق ـ هو شكل (ز) فى نقل قسطا .

بر ج وهو ـ بـ د ه ـ و تفصل ايضا ـ ز ج ـ ج ح ـ ط د ـ مثل ذلك فاذا كانت الشمس على ـ ه ـ حدث لكوكب ـ د ـ طلوع بالغدوات واذا كانت على ـ ح ـ حدث غروب بالغدوات فلتكن القوس التى تقطعها الشمس فى يوم بليلته ـ ه ك ـ وتفصل ـ د ل ـ مثلها ـ فل ك ـ نصف برج واذا كانت الشمس فى ـ ك ـ رؤى ـ كوكب ـ ل ـ طالعا بالغدوات ولكن يطلع قبل ذلك كوكب ـ د ـ فاذا هو ليس يرى اول طلوعه بالغدوات يكون رؤيته كذلك دائما الى ان تنهى الشمس الى ـ ز ـ ويكون ذلك فى خمسة اشهر لان ـ ه ز ـ خمسة بروج وكذلك نبين ان الشمس اذا كانت تمر بقوس ـ ز ج ح ـ يكون الكوكب لاطالعا ولاغاربا واذا كانت تمر بقوس ـ ح ط ـ يرى غاربا واذا كانت تمر بقوس ـ ط د ه ـ يكون خفيا وذلك ما اردناه (١).

(ز) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج يتقدم غروب غدواتها طلوع غدواتها والجنوبية عنها يتقدم طلوع غدواتها غروب غدواتها فنعيد الافق ودائرة البروج وليكن كوكب ـ د ـ على المشرق وكوكب ـ ح ـ اميل الى الشمال وقد مران كوكب ـ ح ـ يطلع مع كوكب ـ د ـ ولا يغيب معه بل يغيب مع بعض مايتبعه فليغب مع ـ ط ـ وليقاطر ـ ط ـ كوكب ـ ه وتفصل ـ د ك ـ نصف برج ـ و ـ ه ل ـ ايضا نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على نقطة ـ ك ـ طلع كوكب ـ د ـ بالغدوات وطلع كوكب ـ ح ـ معه بالغدوات واذا كانت على نقطة ـ ل ـ طلع ـ ه ـ بالغدوات وغاب معه ط ـ فغاب ـ ح ـ بالغدوات ففى الزمان الذى تمر الشمس بقوس ـ ك ج ل صار كوكب ـ ح ـ من طلوع الغدوات الى غروب الغدوات وفى الزمان الذى تمر بقوس ـ ل ك د ـ صار من غروب الغدوات الى طلوع الغدوات وقوس ـ ك ج ل ـ اعظم من قوس ـ ل د ك ـ فلا يتقدم ـ ك ـ فمصيره من غروب الغدوات الى طلوع الغدوات لا يكون اولا و من طلوع

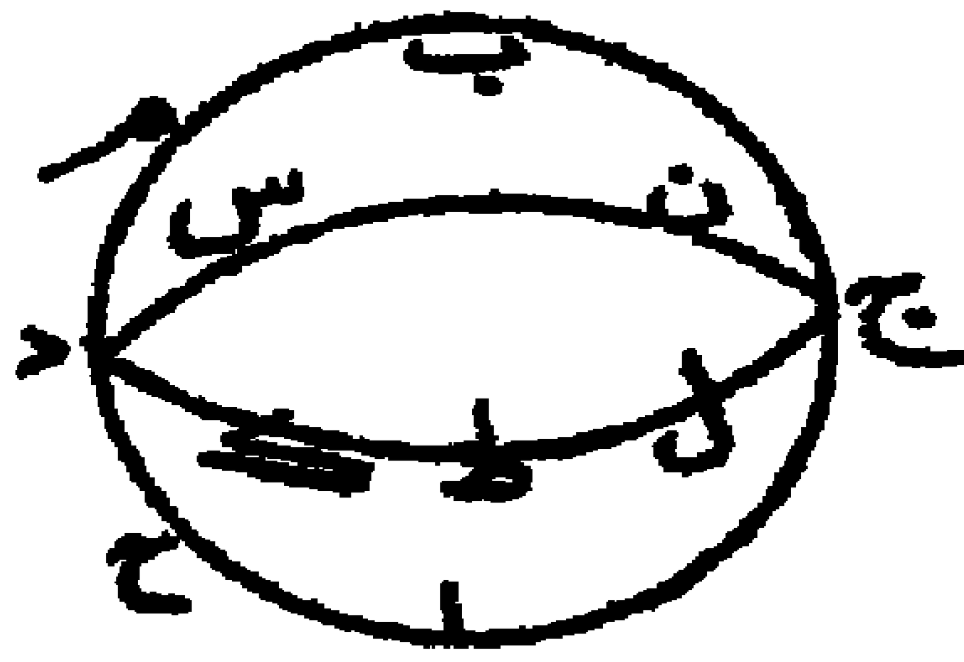
(١) الشكل الحادى والعشرون ـ ٢١ .

٢١٧



الطلوع والغروب ص ١٨١

٢٢م



الطلوع والغروب ص١٩

الغدوات الى غروب الغدوات يكون اخيرا وايضا ليكن ــ م ــ اميل الى الجنوب وهو يطلع مع ــ د ــ ولا يغيب معه بل يغيب مع بعض ما يتقدم فليغب مع ــ ن ــ وليقاطر ــ ن ــ س ــ ونفصل ــ س ع ــ نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ــ ك ــ طلع ــ د ــ بالغدوات فطلع معه ــ م ــ بالغدوات
١ واذا كانت على ــ ع ــ طلع ــ س ــ بالغدوات وغاب معه ــ ن ــ فغاب م ــ بالغدوات ففى الزمان الذى تمر الشمس بقوس ــ ك ط ع ــ صار كوكب ــ م ــ من طلوع الغدوات الى غروبها وفى الباقى بخلاف ذلك والزمان الاول اقل من الثانى فنقطة ــ ك ــ تتقدم نقطة ــ ع ــ فسيره من طلوع الغدوات الى غروب الغدوات يكون اولا وبالعكس يكون اخيرا على ضد ما كان فى كوكب ــ ح ــ وذلك ما اردناه (١) .

٢ (ح) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج يتقدم غروب عشياتها طلوع عشياتها والجنوبية منها يتقدمها طلوع عشيام غروب عشياتها ونعيد الافق ودائرة البروج مع كوكبى ــ ح ــ م ــ و ــ ح ــ يطلع ــ مع ــ د ــ ويغيب مع ــ ط ــ لما مر ونفصل ــ ط ــ ك ــ نصف برج وكذلك ــ ج ل ــ فلأن الشمس اذا كانت على ــ ك ــ غاب ــ ك ــ بالعشى وغاب معه ــ ح ــ بالعشى واذا كانت على ــ ل ــ غاب ــ ج ــ بالعشى فطلع ــ د ــ ومعه ــ ح ــ بالعشى وقوس ــ ل ج د ك ــ اعظم من قوس ــ ك ط ل ــ وكذلك زمانه ــ وك ــ يتقدم ــ ل ــ فغروب ــ ح ــ بالعشيات يتقدم طلوعه بالعشيات وطلوعه بالعشيات يتأخر عن غروبه بالعشيات وايضا ليطلع ــ م ــ مع ــ د ــ وليغرب مع ــ س ــ ونفصل ــ ن س ــ نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ــ ن ــ غاب ــ س ــ بالعشى ومعه ــ م ــ واذا كانت على ــ ل ــ غاب ــ ج ــ بالعشى فطلع معه ــ د ــ ومعه ــ م ــ بالعشى وقوس ــ ل ج ن ــ اصغر من قوس ــ ن د ل ــ فلا يتقدم ــ ن ــ وكذلك يكون طلوع ــ م ــ بالعشيات يتقدم

(١) الشكل الثانى والعشرون ــ ٢٢ .

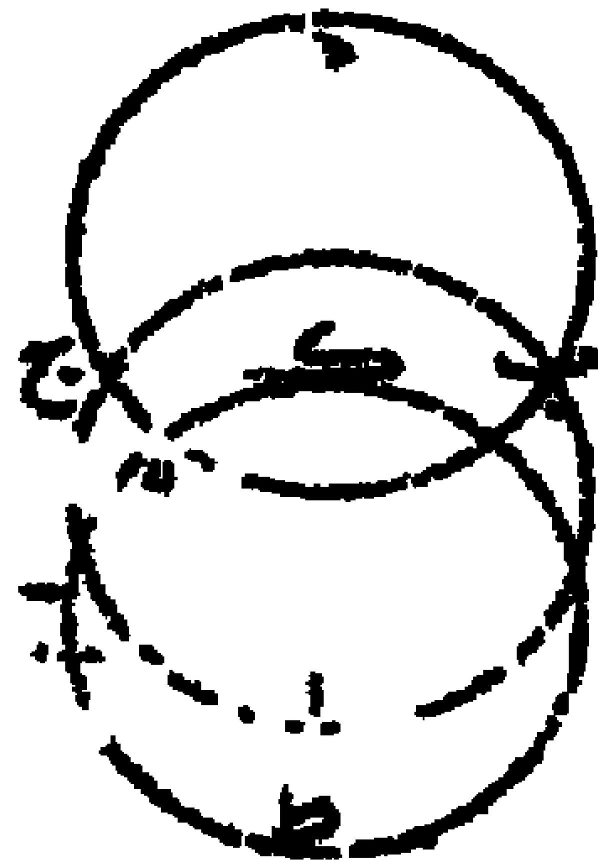
غروبه بالعشيات وغروبه يتأخر عن طلوعه وذلك ما اردناه (١) .

(ط) الكواكب التي تقع على احدى موازيه معدل النهار فزمان خفاء الشمالي منها عن دائرة البروج اقل من زمان خفاء الجنوبي منها عنها فليكن الافق ـ ا ب ج ـ ودائرة البروج ـ ج ه د ـ ونرسم موازيه لمعدل النهار عليها ـ ط ح ك ـ وليكن ـ ح ـ من كواكب ـ ح ه ك ـ اميل الى الشمال من دائرة البروج و ـ ه ـ عليها و ـ ك ـ اميل الى الجنوب فلأن كوكب ـ ح ـ من كوكبي ـ ح ـ ه ـ شمالي عن دائرة البروج وكوكب ـ ه ـ عليها يكون زمان خفاء ـ د ح ـ اقل من زمان خفاء ـ ه ـ وبمثل ذلك زمان خفاء ه ـ اقل من زمان خفاء ـ ك ـ فزمان خفاء ـ ح ـ اقل كثيرا من زمان خفاء ـ ك ـ وذلك ما اردناه (٢) .

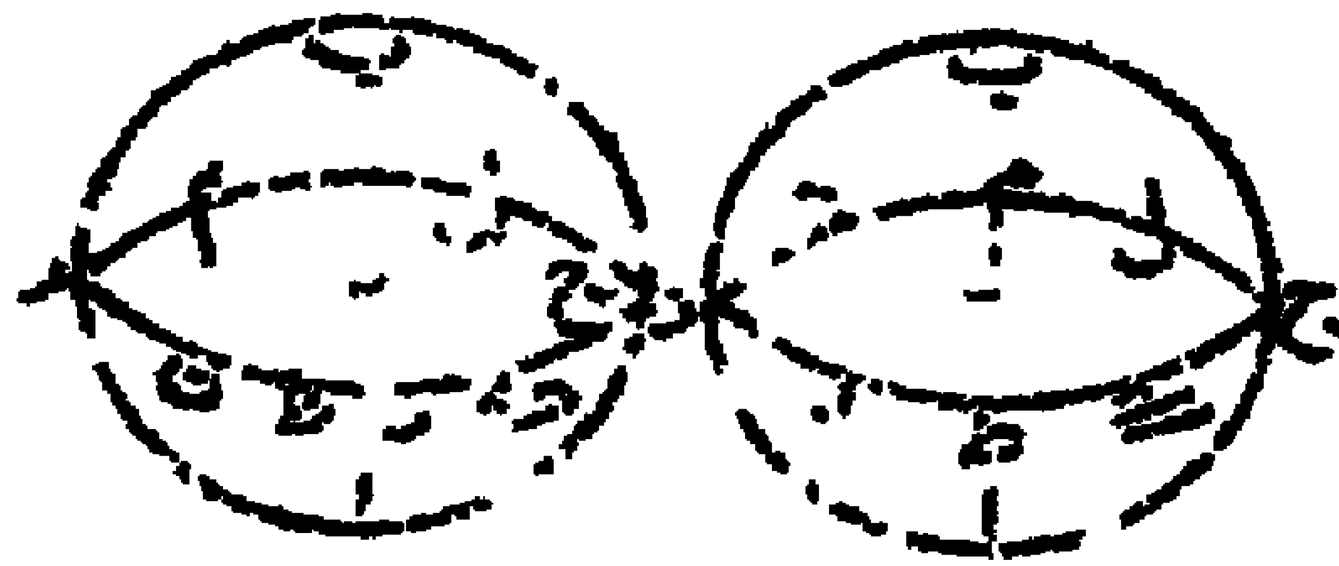
(ي) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج الطالع التي بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها اقل من برج يصير من طلوع الغدوات الى طلوع العشيات في خمسة اشهر وفي هذا الزمان ترى طالعة ومن طلوع العشيات الى غروب الغدوات في اكثر من شهر ولا ترى فيه طالعة ولا غاربة من غروب الغدوات الى غروب العشيات في خمسة اشهر وترى فيها غاربة ومن غروب العشيات الى طلوع الغدوات في اقل من اشهر وتكون فيه خفية فليكن الافق ـ ا ب ـ ودائرة البروج ـ ج د ـ وكوكب ـ د ـ على المشرق و ـ ه ـ شماليا عن دائرة البروج وليطلع مع ـ د ـ وليغب مع كوكب يتبعه وهو ـ ز ـ فد ز ـ اقل من برج وهي اما ان يكون اقل من نصف برج او يكون اعظم والصورة الاولى للاول والثانية للثاني ونفصل قوس نصف برج وهي ـ د ط ـ ونفصل ايضا ـ ج ك نصف برج و ـ ز ن ـ نصف برج وليكن ـ ل ـ مقاطرا ـ لز ـ و ـ ل م ـ نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ط ـ طلع ـ د ـ بالغداة ومعه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ك ـ غاب ـ ج ـ بالعشي وطلع ـ د ـ معه بالعشي فطلع ـ ه

(١) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ . (٢) الشكل الرابع والعشرون ـ ٢٤ ايضا

٢٣



٢٤



الطلوع والغروب صحت



، طلوع و الغروب ص ٢٠

ايضا معه بالعشي فكوكب ـ ه ـ يصير من طلوع الغدوات الى طلوع العشيات فى مدة مرور الشمس بقوس ـ ط ك ـ وهى خمسة اشهر .

وايضا اذا كانت الشمس على ـ م ـ طلع ـ ل ـ بالغداة وغاب حينئذ ـ ز ـ فغاب ـ ه س ـ معه فكوكب ـ ه ـ يصير من طلوع العشيات ٢ الى غروب الغدوات فى مدة مرور الشمس بقوس ـ ك ج م ـ وهى اكثر من برج بقدر ـ ل ج ـ فالمدة اكثر من شهر .

وايضا اذا كانت الشمس على ـ ن ـ غاب كوكب ـ ز ـ بالعشى فغرب معه ـ ه ـ بالعشى فكوكب ـ ه ـ يصير من غروب الغدوات الى غروب العشيات فى مدة مرور الشمس بقوس ـ م ن ـ وهى خمسة اشهر ايضا ويبقى قوس ـ ن ط ـ من غروب العشيات الى طلوع الغدوات وهى اقل من برج فمدته اقل من شهر وينبغى ان يتوهم فيما بعد اشياء شبيهة بما قلنا فى هذين الشكلين فى اشكال يشبههما وذلك ما اردناه (١) .

(يا) الكواكب الشمالية عن دائرة البروج الطالعة التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها برج فهى لا يخفى اصلا ويكون فى ليلة بعينها غروب عشياتها الاخر وطلوع غدواتها الاول ثم يحدث لها طلوع العشيات فى خمسة اشهر ثم غروب الغدوات فى شهرين ثم غروب العشيات وطلوع الغدوات فى الاشهر الخمسة الباقية فلتعد الافق ودائرة البروج مع كوكب ـ ه ـ الشمالى الطالع مع ـ د ـ وليغب ـ ه ـ مع ـ ز ـ وليكن ـ د ز ـ برجا وننصفه على ـ ل ـ ونجعل ـ ح ـ مقاطرا ـ لز ـ ونفصل ـ ج ط ـ نصف برج وكذلك ح ط ـ فظاهر ان الشمس اذا كانت فى ـ ل ـ طلع ـ د ـ بالغدوات ومعه ه ـ وغاب ـ ز ـ بالعشيات ومعه ـ ه ـ فيكون لكوكب ـ ه ـ ليلتئذ طلوع بالغدوات وغروب بالعشيات فهو لا يخفى ولا فى ليلة فان خفاء الكواكب انما يكون فيما بين هذا الغروب وهذا الطلوع وظاهر ايضا ان الشمس اذا كانت فى ـ ط ـ كان ـ ند ـ طلوع بالعشيات ـ و ـ ه ـ يطلع بالعشيات معه

(١) الشكل الخامس والعشرون ـ ٢٥

واذا كانت فى ـ ك ـ كان ـ لح ـ طلوع بالغدوات ـ و ـ لد ـ غروب بالغدوات حينئذ ويغرب ـ ه ـ معه بالغدوات من ـ ط ـ الى ـ ك ـ يكون من طلوع عشياته الى غروب غدواته وهو برجان فيكون ذلك فى شهرين وتبقى قوس ـ ل ط ـ وقوس ـ ك د ل ـ وكل واحد منهما خمسة بروج فيكون فيهما الحالان الباقيان وذلك ظاهر وذلك ما اردناه (١) .

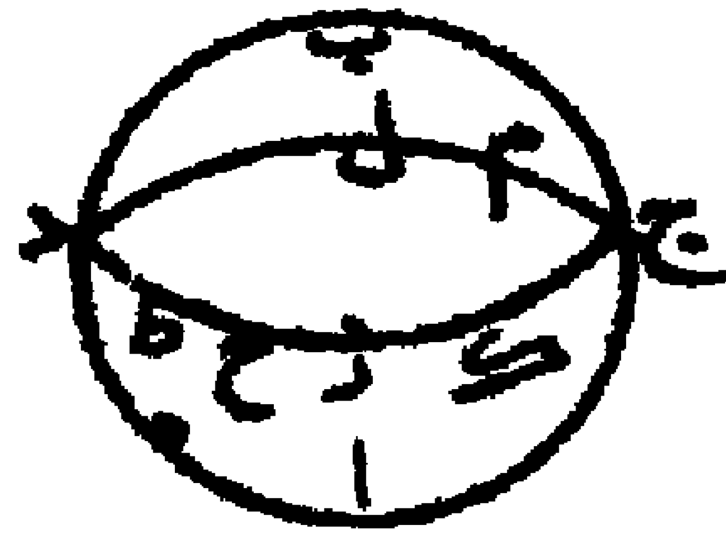
(يب) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الطالعة التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها اكثر من برج تصير بعد طلوع غدواتها الظاهر الى غروب عشياتها الظاهر وفى هذا الزمان يظهر فى كل ليلة اذا غابت بالعشى وطلعت بالغداة ثم يصير الى الطلوع الظاهر بالعشيات ثم الى الغروب الظاهر بالغدوات فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الطالع مع ـ د ـ وليغرب مع ـ ز ـ وليكن ـ د ز ـ اكثر من برج ونفصل كل واحدة من ـ ح ز ـ د ط ـ نصف برج وليقاطر ـ ز ـ م ـ وليكن ايضا ـ ج ك ـ نصف برج و ـ م ل ـ نصف برج فظاهر ان الشمس اذا كانت عند ـ ط ـ طلع ـ د ـ وطلع ـ ه ـ معه بالغدوات واذا كانت عند ـ ح ـ غاب ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ بالعشيات فطلوع الغدوات متقدم على غروب العشيات والشمس اذا مرت بقوس ـ ط ح ـ يبين ـ ه (٢) ـ بالعشيات غاربا وبالغدوات طالعا ولأن آخر غروب العشيات عند كون الشمس فى ـ ح ـ يكون اذا جازت نقطة ـ ح ـ طلوع الغدوات ظاهرا فقط وايضا اذا انتهت الشمس الى ـ ك ـ غاب ـ ج بالعشيات وطلع ـ د ـ فطلع معه ـ ه ـ فيكون هناك طلوع ـ ه ـ بالعشيات وايضا اذا كانت الشمس عند ـ ل ـ طلع ـ م ـ بالغدوات وغاب ـ ز ـ بالغدوات فغاب معه ـ ه ـ فيكون ـ له ـ غروب بالغدوات ظاهر وذلك ما اردناه (٣) .

(يج) الكوكب الجنوبية عن فلك البروج الطالعة التى بعد درجات غروبها

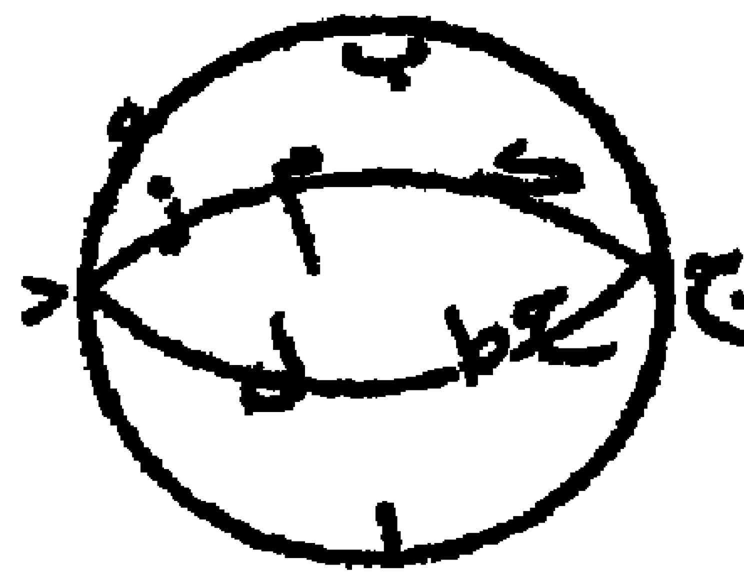
(١) الشكل السادس والعشرون ـ ٢٦ (٢) فى ر ـ ط (٣) الشكل السابع والعشرون ـ ٢٧ .

عن

ش ٢٦

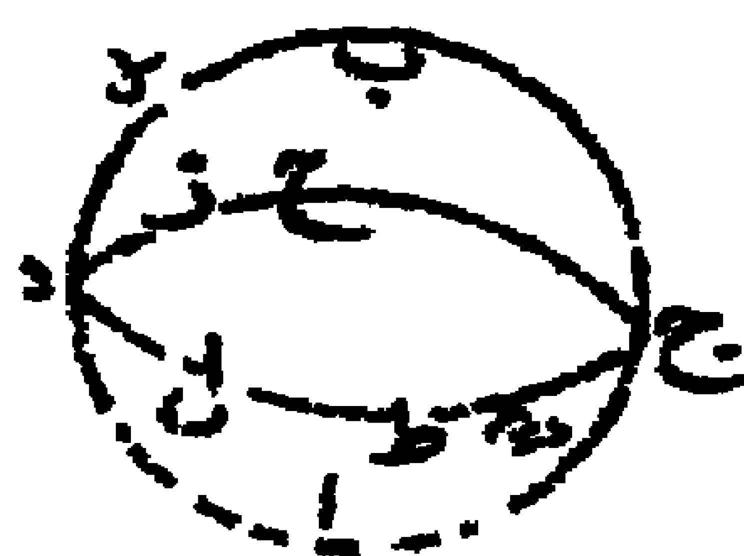


ش ٢٧



الطلوع والغروب ص٢٢

ع ٢٨



ا ـمربع و العدد با حثة

عن درجات طلوعها اقل من برج فانها تصير من طلوع الغدوات الى طلوع العشيات ثم الى غروب الغدوات فى اقل من ثلاثين ليلة ثم الى غروب العشيات ثم الى طلوع الغدوات ويخفى زمانا اكثر من خفاء الكواكب التى على دائرة البروج فنعيد الافق ودائرة البروج وليطلع كوكب ـ ه ـ الجنوبى مع ـ د ـ وليغب قبل ـ د ـ مع ـ ز ـ وليكن ـ ز د ـ اقل من برج وليكن ـ ح ـ مقاطرا لز ـ و ـ نفصل ـ ط ج ـ ح ك ـ م ز ـ د ل ـ كل واحد منها نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ل ـ طلع ـ د ـ بالغدوات طلوعا ظاهرا اولا فيطلع معه ـ ه ـ و ـ اذا كانت على ـ ط ـ غاب ـ ج ـ بالعشى فطلع ـ د آخر طلوعه بالعشى وطلع معــه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ك ـ طلع ـ ح بالغدوات فغاب ـ ز ـ وغاب معه ـ ه ـ ومدة قطعها قوس ـ ط ح ج ك ـ اقل من شهر واذا كانت عـلى ـ م ـ غاب ـ ز ـ وغاب معه ـ ه ـ ويكون مدة الخفـاء ما يقطع فيها قوس ـ م ز د ل ـ وهى اكثر من برج فاذا ثبت ما ادعينا وذلك مـا اردناه . (١) وقس عليه ان كان ـ ز ـ د ـ نصف برج او اكثر من ذلك .

(يد) الكواكب الجنوبية عن فلك البرج الطالعة التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها برج واحد تظهر فى ليلة واحدة طالعة بالعشاء وغاربة بالغداة ويخفى زمانا اكثر من الزمان الذى تخفى فيه الكواكب التى على دائرة البروج فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الطالع مع ـ د ـ الغارب مع ـ ز وليكن ـ ز د ـ برجا وليقاطر ـ ز د ط ـ ونصف ـ ط ج ـ على ـ ك ونفصل ـ ح ـ ز ـ د ـ ل ـ كل واحد نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ل ـ طلع ـ د ـ بالغدوات ومعه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ك ـ غاب ج ـ فطلع ـ د ـ ومعه ـ ه ـ وطلع ايضا ـ ط ـ فغاب ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ و يكون ليلتئذ لكوكب ـ ه ـ طلوع بالعشاء وغروب بالغداة واذا كانت على ـ ح ـ غاب ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ ويكون كوكب ـ ه ـ مدة مرور الشمس

---

(١) الشكل الثامن والعشرون ـ ٢٨ .

بقوس ــ ج ز د ل ــ وهى برجان خفيان فاذا ثبت ما قلناه وذلك ما اردناه (١)

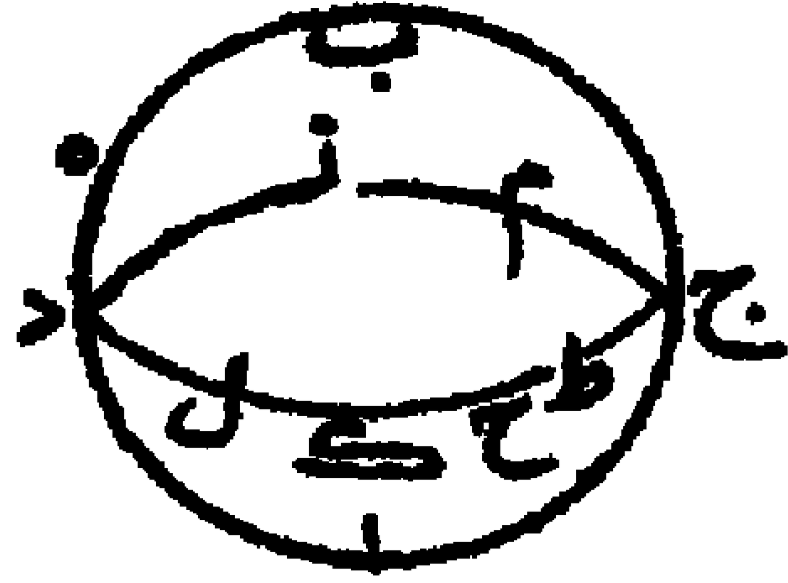
(يه) الكواكب الجنوبية عن فلك البروج الطالعة التى بعد درجات غروبها عن درجات طلوعها اكثر من برج تصير بعد الغدوات الظاهرة الى غروب الغدوات الظاهرة ثم الى طلوع العشيات ثم الى غروب العشيات وترى فى كل ليلة طالعة وغاربة من غروب الغدوات الى طلوع العشيات فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ــ ه ــ الطالع مع ــ د ــ الغارب مع ــ ز ــ وليكن قوس ز ــ د ــ اكثر من برج وليقاطر ــ ز ح ــ وليكن كل واحد من ــ د ل ــ ح ك ــ ط ج ــ م ز ــ نصف برج فاذا كانت الشمس فى ــ ل ــ طلع ــ د ــ بالغدوات ومعه ــ ه ــ واذا كانت فى ــ ك ــ طلع ــ ح ــ فغارب ــ ز ــ ومعه ه ــ اولا بالغدوات واذا كانت فى ــ ط ــ غاب ــ ج ــ وطلع ــ د ــ ومعه ــ ه ــ آخرا بالعشيات ويكون ــ ه ــ مدة كون الشمس فيما بين ــ ك ط ــ طالعة بالعشيات وغاربة ــ بالغدوات واذا كانت فى ــ م ــ غاب ــ ز ــ ومعه ــ ه ــ فاذا صح ما ادعينا وذلك ما اردناه (٢) .

(يو) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الغاربة التى بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها اقل من برج يكون الحكم فيها كما قدمنا فى الشمالية الطالعة فنعيد الافق ودائرة البروج وليكن ــ ج ــ على المغرب ــ وــ ه ــ فى الشمال غاربا معه وليطلع ــ ه ــ مع ــ ز ــ وــ ز ــ يتقدم ــ ج ــ وقوس ــ ز ج ــ اقل من برج وليكن اولا اقل من نصف برج وليقاطر ــ ز ح ــ وتفصل ــ ز ج ط ــ نصف برج وكذلك كل واحد من ــ ج ك ــ ل ح ــ د م ــ فلأن الشمس اذا كانت فى ــ ط ــ طلع ــ ز ــ ومعه ــ ه ــ بالغدوات اولا واذا كانت فى ــ ل ــ غاب ــ ح ــ فطلع ــ ز ــ ومعه ــ ه ــ بالعشيات اخيرا واذا كانت فى ــ م ــ طلع ــ د ــ فغاب ــ ج ــ ومعه ــ ه ــ بالعشيات اخيرا وكل واحد من قوسى ــ ط ل ــ م ك ــ خمس بروج وقوس ــ ل د م ــ اكثر من برج

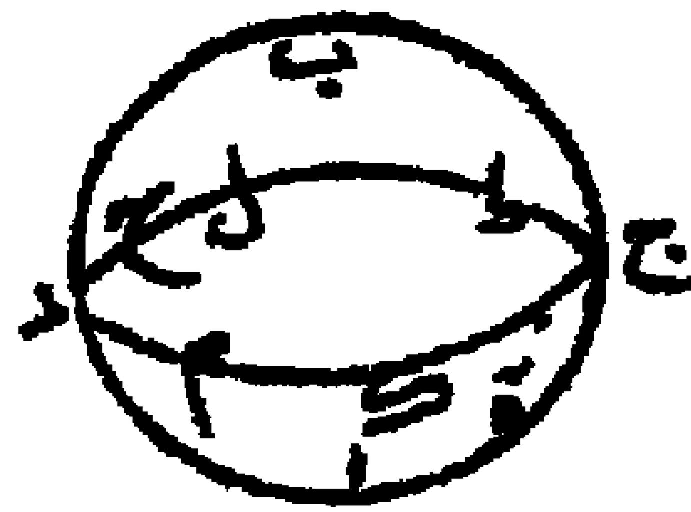
(١) الشكل التاسع والعشرون ــ ٢٩ (٢) الشكل الثلاثون ــ ٣٠ .

وهى

٢٩

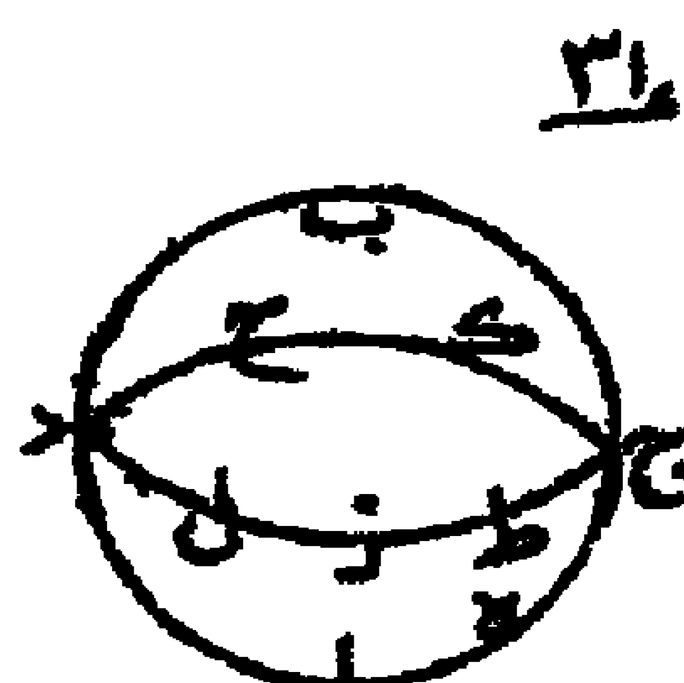


٣٠



الطلوع والغروب ص٢٤

ش ٣١



الطلوع والغروب ص٥١

وهى التى لاترى فيها طالعة ولا غاربة وقوس ـ ك ج ط ـ اقل من برج وهى قوس الخفاء . فاذا صح ماذكرنا وقس عليه اذا كان ـ ز ج ـ اكثر من نصف برج وذلك ما اردناه (١) .

(يز) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الغاربة التى بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها برج واحد يكون الحكم فيها كما تقدمنا فى الشمالية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ لطالع مع ـ ز ـ وليكن ـ ز ج ـ برجا وننصفه على ـ ط ـ وليكن ـ ز ـ مقاطرا لح ـ ونفصل ـ ك ح ـ د ل ـ كل واحد نصف برج فلأن الشمس اذا كانت على ـ ط ـ كان ـ ز ـ طالعا بالغدوات اولا وكان ـ ه ـ معه وكان ـ ج ـ غاربا لعشيات اخيرا ومعه ـ ه ـ كان ـ ه ـ ليلتئذ غاربا بالعشاء آخر غروباتها وطالعا بالغداة اول طلوعاتها واذا كانت على ـ ك ـ كان ـ ح ـ غاربا ـ و ـ ز طالعا بالعشيات آخر طلوعاتها ومعه ـ ه ـ واذا كانت على ـ ل ـ كان ـ د طالعا و ـ ج ـ غاربا بالغدوات اول غروباتها ومعه ـ ه ـ وكل واحد من قوسى ـ ط ج ك ـ ل ز ط ـ خمسة بروج وقوس ـ ك ح د ل ـ برجان فاذا صح ما ادعينا وذلك ما اردناه (٢) .

(يح) الكواكب الشمالية عن فلك البروج الغاربة التى بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها اكثر من برج يكون الحكم فيها كما تقدمنا فى الشمالية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ الطالع مع ز ـ و ـ ح ـ المقاطر ـ لز ـ وليكن ـ ز ج ـ اكثر من برج ونفصل كل واحد من ـ ز ك ـ ط ج ـ ل ح ـ د م ـ نصف برج فلان الشمس اذا كانت فى ك ـ طلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ بالغدوات اول طلوعه واذا كانت فى ـ ط ـ

---

(١) الشكل الثلاثون ـ ٣٠ ـ (٢) الشكل الحادى والثلاثون ـ ٣١ ـ

غاب – ج – ومعه – ه – آخر غروبه بالعشيات فيكون اول طلوع كوكب ه – بالغدوات قبل آخر غروبه بالعشيات ويكون مادامت الشمس تمر بقوس ك ط – غاربا بالعشيات طالعا بالغدوات .

ثم اذا كانت فى – ل – غاب – ح – وطلع – ز – ومعه – ه – وهو آخر طلوعاته بالعشيات واذا كانت فى – م – طلع – د – وغاب – ج ومعه – ه – وهو اول غروباته بالغدوات وظاهر ان كل واحدة من قوسى م ط – ك ج ل – خمسة بروج وان قوس – ل د م – اعظم من برجين بقدر قوس – ك ط – فاذا ثبت ما قدمناه وذلك ما اردناه (١) .

(يط) الكواكب الجنوبية من دائرة البروج الغاربة التى بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها اقل من برج يكون حكمها حكم الجنوبية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب – ه – فى الجنوب غاربا مع ج – وطالعا مع – ز – وليكن – ج ز – اولا اقل من نصف برج و – ح – مقاطرا – از ونفصل – د ط ح – د ك ج – ل ز م – كل واحد نصف برج فاذا كانت الشمس على – م – طلع – ز – ومعه – ه – اول طلوعه بالغدوات واذا كانت على – ك – غاب – ح – وطلع – ز – ومعه – ه – آخر طلوعه بالعشيات واذا كانت على – ل – طلع – د – وغاب – ج – ومعه – ه – اول غروبه بالغدوات واذا كانت على – ل – غاب – ج – ومعه – ه – آخر غروبه بالعشيات ويكون كل واحدة من قوسى – م ك – ط ل – خمسة برج وقوس – ل ج م – اعنى قوس الخفاء اعظم من برج وقوس – ك د ط – اقل منه وقس عليه اذا كان – ج ز – اكثر من نصف برج وذلك ما اردناه (٢) .

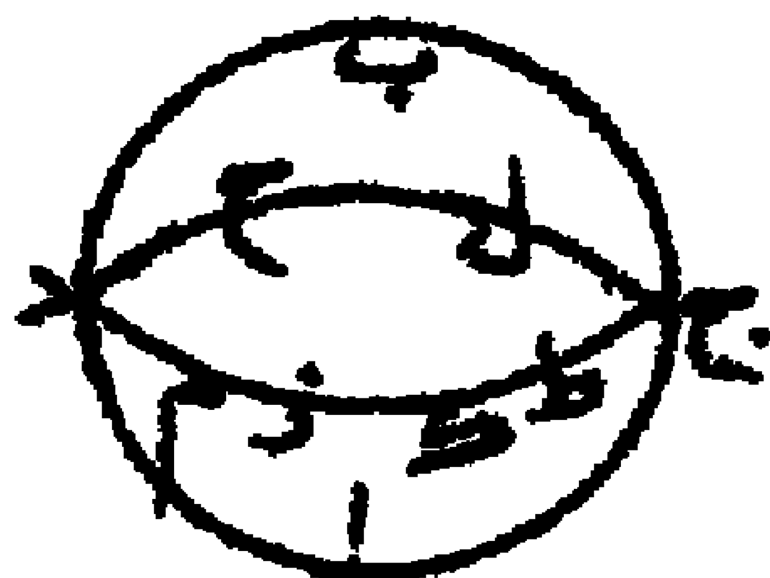
(ك) الكواكب الجنوبية من دائرة البروج الغاربة التى بعد درجات

---

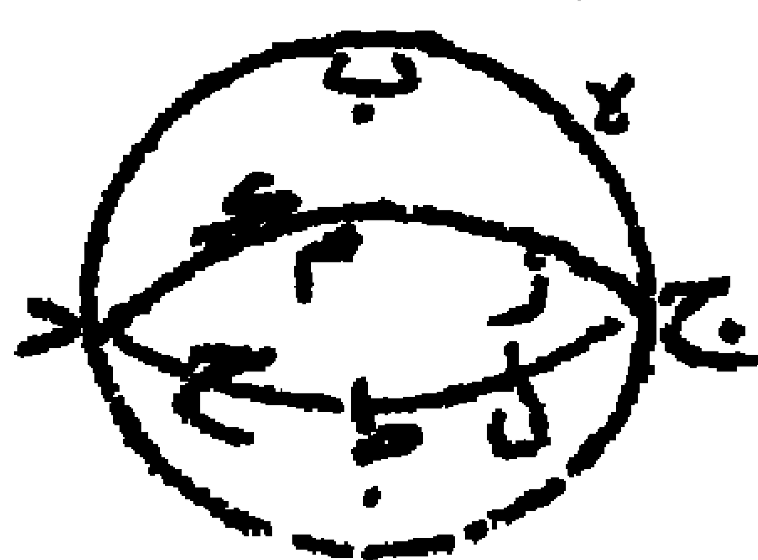
(١) الشكل الثانى والثلاثون – ٣٢ – (٢) الشكل الثالث والثلاثون – ٣٣ –

ل

٣٢



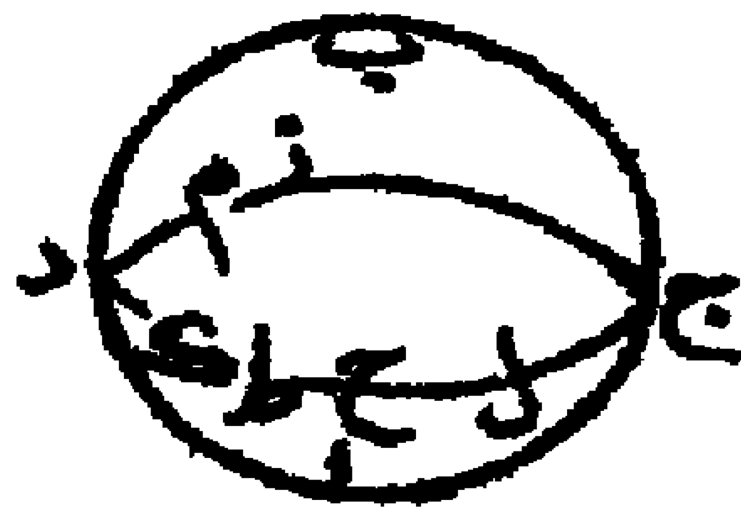
٣٣



ش ٣٤



ش ٣٥



طلوعها عن درجات غروبها في برج فحكمها حكم الجنوبية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ الطالع مع ـ ز ـ ونجعل ـ ج ز ـ برجا وليكن ـ ح ـ مقاطرا ـ لز ـ وننصف د ح ـ على ـ ط ـ ونفصل ـ ج ك ـ نصف برج وكذلك ـ ز ل ـ فلأن الشمس اذا كانت على ـ ل ـ طلع ـ ز ـ بالغدوات ومعه ـ ه ـ واذا كانت عند ـ ط ـ طلع ـ د ـ وغاب ـ ج ـ ومعه ـ ه ـ وليلتئذ غاب ـ ح ـ وطلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ فيكون له طلوع بالعشاء وغروب بالغداة واذا كانت عند ـ ك ـ غاب ـ ج ـ ومعه ـ ه ـ فيكون قوس الخفاء وهي قوس ـ ك ج ل ـ برجين وذلك ما اردناه(١) .

(كا) الكواكب الجنوبية من دائرة البروج الغاربة التي بعد درجات طلوعها عن درجات غروبها اكثر من برج فحكمها حكم الجنوبية الطالعة .

فنعيد الافق ودائرة البروج وكوكب ـ ه ـ الغارب مع ـ ج ـ الطالع مع ـ ز ـ وليقاطر ـ ز ح ـ وليكن ـ ج ز ـ اعنى ـ د ح ـ اكثر من برج ونفصل كل واحد من ـ د ك ـ ح ط ـ ل ج ـ ز م ـ نصف برج فاذا كانت الشمس عند ـ م ـ طلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ اول طلوعه الصباحي واذا كانت عند ـ ك ـ طلع ـ د ـ وغاب ـ ج ـ ومعه ـ ه ـ اول غروبه الصباحي واذا كانت عند ـ ط ـ غاب ـ ح ـ وطلع ـ ز ـ ومعه ـ ه ـ آخر طلوعه المسائي وكان ـ ه ـ مدة كون الشمس فيما بين ـ ك ـ ط ـ طالعا بالعشاء غاربا بالغداة واذا كانت عند ـ ل ـ غاب ـ ج ـ ومعه ـ ه ـ آخر غروبه المسائي ويكون كل واحد من قوسي ـ م د ط ـ ح ك ل ـ خمسة بروج وقوس ـ ل ج م ـ وهي قوس الخفاء اعظم من برجين بقدر قوس ـ ط ك ـ وذلك ما اردناه(٢) .

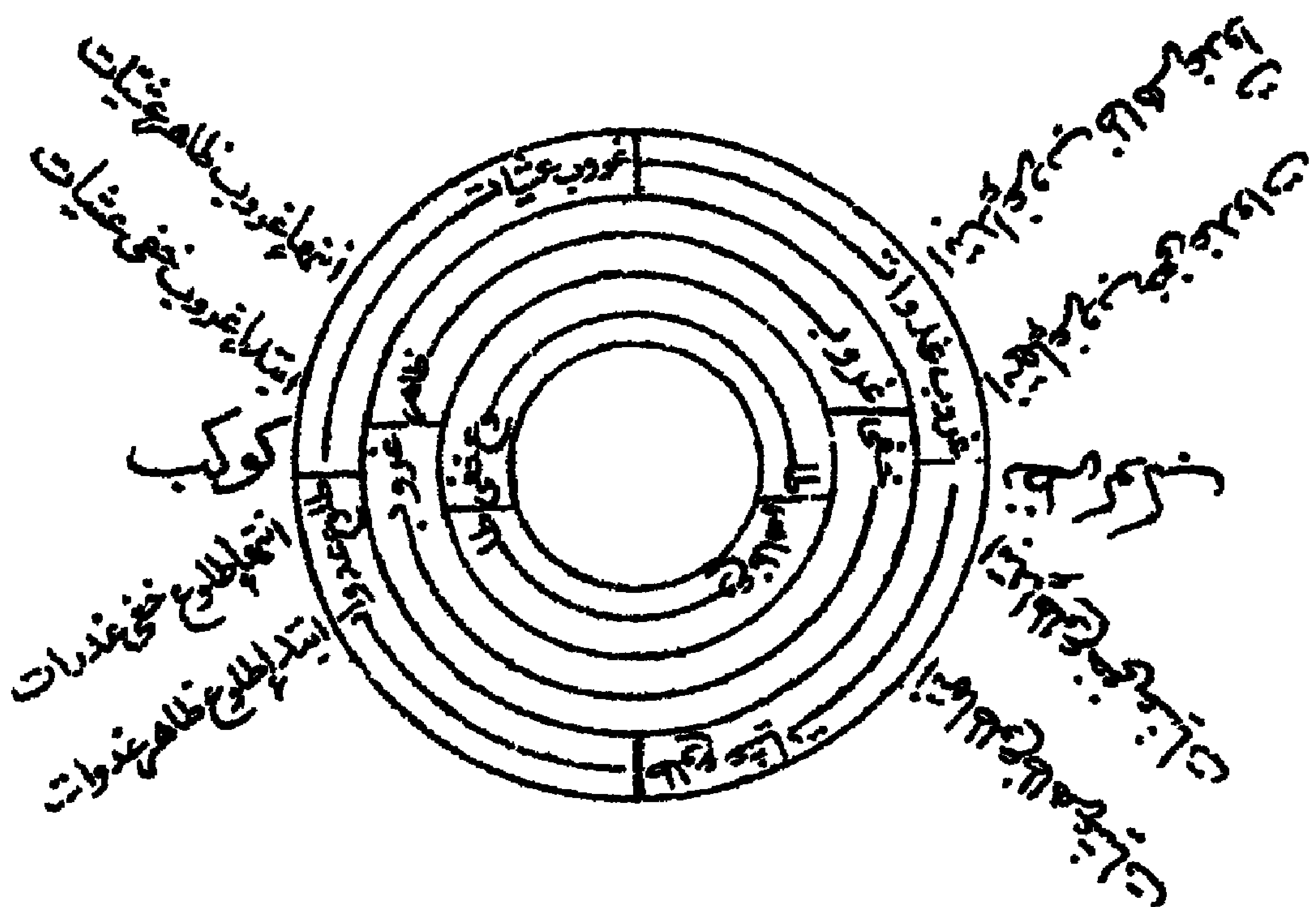
(١) الشكل الرابع والثلاثون ـ ٣٤ ـ (٢) الشكل الخامس والثلاثون ٣٥

آخر المقالة الثانية — وتم بتمامها كتاب اوطولوقس فى الطلوع والغروب بعون الله العظيم اللطيف وحسن توفيقه (ونقلت من الكتاب الذى كتب فى آخره هذه العبارة) .

فرغ المصنف رحمة الله عليه من تحريره فى — ز ب —
— وى ح — سنة خنج (١) والكاتب من كتبه
يوم السبت العشرين من رمضان سنة
تسع وسبعمائة حامدا ومصليا
فى مدينة تبريز — .

تمت

(١) كذا فى ر — وفى صف ق — والكاتب من نسخه (ز ه كو) شوال سنة (ذ اط) .


کوکب
انتهاء غروب ظاهر عشیات
ابتداء غروب خفی عشیات
انتهاء طلوع خفی غدوات
ابتداء طلوع ظاهر غدوات
غروب عشیات
غروب غدوات

كتاب فى المطالع

لايسقلاوس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين

محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى

فى ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين

وستمائة هجرية ببغداد

رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة

حيدرآباد الدكن لازالت شموس

افاداتها بازغة وبدور

افاضاتها طالعة الى

آخر الزمن

سنة ١٣٥٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب ايسقلاوس فى المطالع

مما اصلحه الكندى وهو من نقل قسطا بن لوقا البعلبكى وهو يشتمل على ثلاث مقدمات وصدر وشكلين .

المقدمات

(١) اذا كانت مقادير عدتها زوج كمقادير ـ ا ب ـ ب ج ـ ج د ـ د ه ـ ه ز ـ ز ح ـ وهى متتالية وزيادة بعضها على بعض متساوية واولها وهو ـ ا ب ـ اعظمها كانت زيادة نصفها الاول جميعا وهو ـ ا د ـ على نصفها الاخير جميعا وهو ـ دح ـ مثل مضروب مربع نصف عدتها فى احدى الزيادات وذلك لأنه لما كانت زيادة ـ ا ب ـ على ـ ب ج ـ مساوية لزيادة ـ د ه على ـ ه ز ـ فبالابدال زيادة ـ ا ب ـ على ـ د ه ـ مثل زيادة ـ ب ج ـ على ه ز ـ ومثل زيادة ـ ج د ـ على ـ ز ح ـ وزيادة ـ اب ـ على ـ د ه ـ وزيادة ب ج ـ على ـ ه ز ـ وزيادة ـ ج د ـ على ـ ز ح ـ جميعا مثل احدى الزيادات فى نصف المقادير وهو ثلاثة ولكن زيادة ـ ا ب ـ على ـ د ه ـ هى مثل زيادة ـ ا ب ـ على ـ ب ح ـ وزيادة ـ ب ج ـ على ـ ج د ـ وزيادة ج د ـ على ـ د ه ـ جميعا اعنى ثلاثة امثال زيادة ـ ا ب ـ على ـ ب ج ـ فاذا احدى الزيادات فى ثلاثة والحاصل فى ثلاثة هو زيادة ـ ا د ـ على ـ
د

ع١

ا ٢٠ ب ١٨ ج ٢٩ د ١٣ ح ١٢ ز ١٥ ح

ع٢

ا ٢٥ ب ١٨ ج ١٦ د ١٠ د ١٢ ز

ع٣

ا ٢٥ ب ١٨ ج ١٦ د ١٤ ه ١٢ ز ١٥ ح

فى تقاطع مرتب

د ح ــ وذلك مضروب مربع نصف العدة فى احدى الزيادات وذلك ما اردناه (١) .

(ب) اذا كانت مقادير عدتها فرد كمقادير ــ ا ب ــ ب ج ــ ج د ــ د ه ــ ه ز ــ وهى متتالية وزيادة بعضها على بعض متساوية واولها وهو ــ ا ب ــ اعظمها كان الجميع وهو ــ ا ز ــ مساويا لمضروب الاوسط فى عدتها وذلك لانه لما كانت الزيادات متساوية وعدة ــ ا ب ــ ب ج ــ ج د ــ مثل عدة ج د ــ د ه ــ ه ز ــ ففى نسبة المساواة تكون زيادة ــ ا ب ــ على ــ ج د ــ كزيادة ج د ــ على ــ ه ز ــ فا ب ــ ه ز ــ معا كضعف ــ ج د ــ وهو ضرب ــ ج د فى عدتها وهى اثنان وايضا ــ ب ج ــ د ه ــ معا ايضا كضعف ــ ج د ــ وهو ضرب ــ ج د ــ فى عدتها وهى ايضا اثنان و ــ ج د ــ نفسه كضربه فى واحد فاذا الجميع كضرب ــ ج د ــ فى عدة الجميع وذلك ما اردناه (٢) .

(ج) اذا كانت مقادير عدتها زوجا كمقادير ــ ا ب ــ ب ج ــ د ج ــ ــ د ه ــ ه ز ــ ز ح ــ وهى متتالية وزيادة بعضها على بعض متساوية واولها وهو ــ ا ب ــ اعظمها بجميعها مثل مضروب نصف عدتها فى كل عددين مزدوجين يؤخذ من طرفيها وذلك لأنه لما كانت زيادة ــ ا ب ــ على ب ج ــ مثل زيادة ــ ه ز ــ على ــ ز ح ــ كان جميع ــ ا ب ــ ز ح ــ بجميع ب ج ــ ه ز ــ وايضا ــ ب ج ــ مثل زيادة ــ ه ز ــ بجميع ــ ج د ــ د ه ــ وكل اثنين من هذه مزدوجين مأخوذين من طرفيها وعدتها نصف عدة المقادير فاذا مضروب نصف عدة المقادير فى احد مزدوجين منها يساوى جميع ــ ا ح ــ وذلك ما اردناه (٣) .

صدر

فلك البروج ينقسم بثلاث مائة وستين قسما متساوية وكله يطلع فى ثلاث مائة وستين جزءا من الزمان متساوية ونحن نسمى كل قوس من تلك جزءا

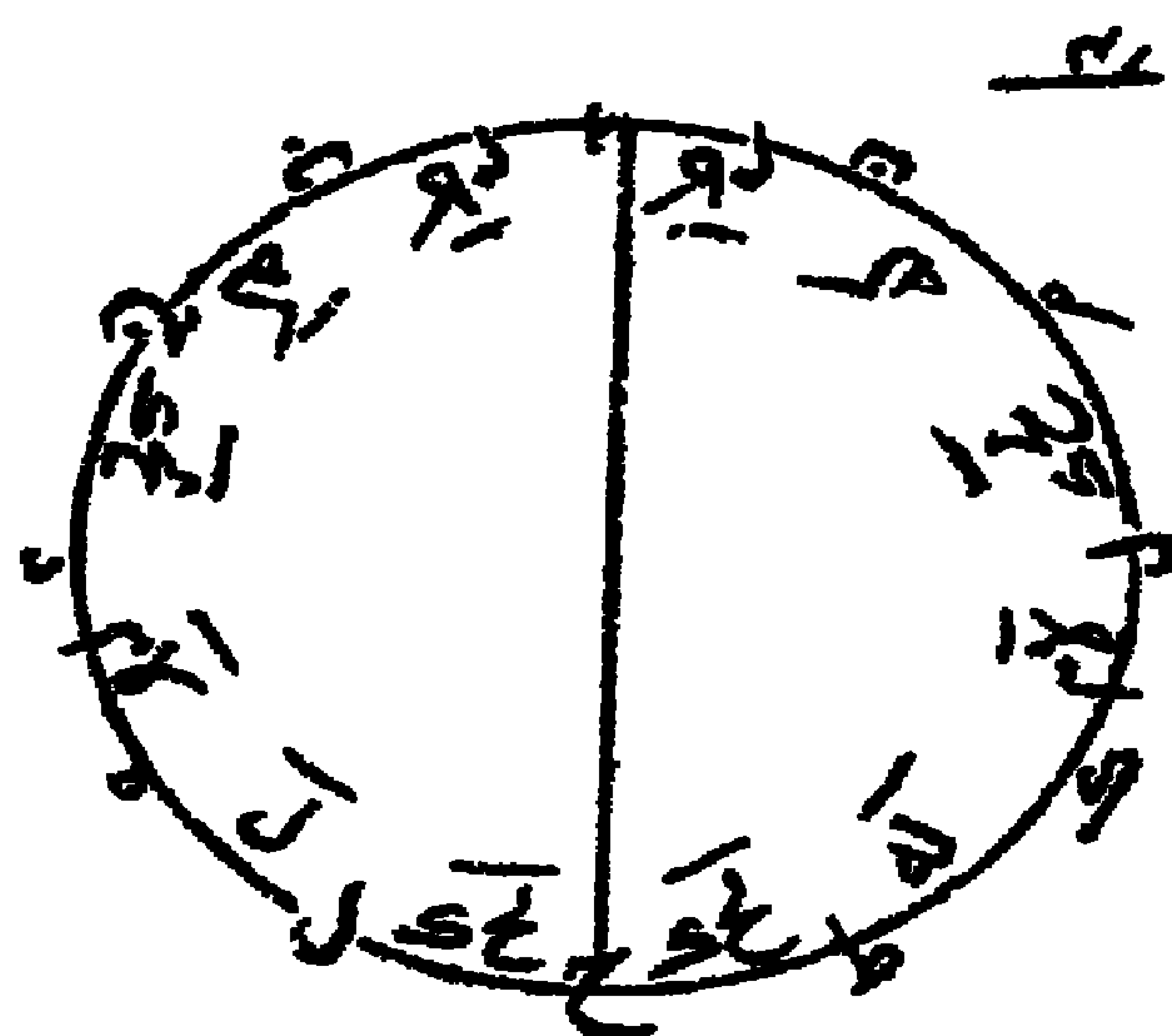
---

(١) الشكل الاول ــ ا ــ (٢) الشكل الثانى ــ ٢ (٣) الشكل الثالث ــ ٣ .

مكانيا وكل جزء من هذه جزءا زمانيا ولنا ان نعرف فى كم جزء زمانى تطلع اى اجزاء مكانية فى كل بلدة نفرض بعد معرفتنا نسبة اطول النهار الى اقصره فى تلك البلدة فلتكن البلدة اسكندرية ونسبة اطول نهاره الى اقصره كنسبة سبعة الى خمسة يتبين ذلك من اظلال انصاف النهار عند الانقلابين .

(١) ولنفرض دائرة البروج ونخرج فيها نطق معدل النهار وهو ـ ا ح ـ ونقسمها باثنى عشر قسما متساوية للبروج الاثنى عشر على نقط ـ ا ـ ب ج ـ د ـ ه ـ ز ـ ح ـ ط ـ ك ل ـ م ـ ن ـ وليكن ـ ا ـ اول الحمل و ـ ب ـ اول الثور وهكذا الى آخرها ولأن نسبة اطول النهار الى اقصره اعنى نسبة زمان طلوع قوس د ح ل ـ الى قوس ـ ل ا د ـ نسبة سبعة الى خمسة فاذا قسمنا الثلثمائة والستين على هذه النسبة خرج مطالع النصف الذى من اول السرطان مأتين وعشرة اجزاء زمانية ومطالع النصف الذى من اول الجدى مائة وخمسين جزءا ولأن مطالع ربعى ـ د ح ـ ح ل ـ متساويتان وكذلك مطالع ربعى ـ ا د ـ تكون مطالع كل واحد من ربعى ـ د ح ـ ح ل ـ مائة وخمسة اجزاء ومطالع كل واحد من ربعى ـ ل ا ـ ا د ـ خمسة وسبعون جزءا وزيادة ربع ـ ح د ـ على ربع ـ د ا ـ ثلثين ولأن قسى ـ ح ز ـ ز ه ـ ه د ـ د ج ـ ج ب ـ ب ا ـ عدتها زوج وابتداؤها فى الطلوع من اعظمها وهو ـ ح ز وزيادة بعضها على بعض متساوية بحسب ما اصطلح عليه مستعملو صناعات المطالع يكون النصف الاول على الثانى يزيد بمضروب مربع نصف عدتها فى احدى الزيادات على ما تبين فى المقدمة الاولى فلذلك اذا قسمنا الثلثين التى هى زيادة النصف الاول على الثانى على تسعة وهى مربع نصف العدة خرج ثلاثة وثلث وهى قدر فضل مطالع كل برج على الذى يليه وايضا لأن قسى ـ ح ز ـ ز ه ـ ـ ه د ـ عدتها فرد واعظمها فى الطلوع اولها ومقادير زياداتها متساوية بالاصطلاح يكون جميع زمان طلوعها مساويا لمضروب عدتها فى زمان اوسطها على ما تبين فى المقدمة الثانية فلذلك اذا قسمنا مطالع جميعها وهى مائة وخمسة

على



فى المطالع صه

على عدتها وهى ثلثة تخرج خمسة وثلثون وهى مطالع اوسطها اعنى مطالع قوس ــ زه ــ ومطالع ــ ح ز ــ يكون بحسب ذلك ثمانية وثلاثين وثلثين ومطالع ــ ه د ــ احد اوثلاثين وثلثين وبمثل ذلك تكون مطالع ــ ب ج ــ خمسة وعشرين ومطالع ــ ج د ــ ثمانية وعشرين وثلث ومطالع ــ ا ب ــ احدى وعشرين وثلثين ومعلوم ان القسى المتساوية المتساوية البعد عن معدل النهار تكون متساويه المطالع فمطالع كل واحد من البروج الستة التى فى نصف ــ ح ل ــ ايضا معلوم ومطالع كل برج كمغارب نظيره فمطالع جميع البروج ومغاربها معلومة من ذلك وذلك ما اردناه (١) .

ثم ليكن ــ ا ب ــ ب ح ــ برجين شماليين متواليين و ــ ا ب ــ اعظمها فى المطالع فتكون زيادة مطالع ــ ا ب ــ على مطالع ــ ب ج ــ ثلاثة اجزاء وثلث ويزيد تفاضل مطالع اجزاء البروج بعضها على بعض فلان الزيادات متساوية واعظم المقادير هو الذى يلى ــ ا ــ تكون زيادة مطالع ــ ا ب ــ على مطالع ــ ب ج ــ مثل مضروب مربع نصف العدة فى احدى الزيادات بحكم المقدمة الاولى ولذلك اذا قسمنا ثلاثة اجزاء وثلث على مربع ثلاثين وهو تسعمائة تخرج تفاضل مطالع كل جزء على الذى يليه ثلاث عشرة ثانية وثلث ثانية وليكن لمعرفة مطالع الاجزاء ــ ا ب ــ الحمل ومطالعه احد وعشرون جزءا وثلثين وليكن ــ اح ــ اول جزء منه ــ و ــ ز ب ــ آخر جزء منه فلان اجزاء ــ د ه ــ زوج ومطالعها متتالية متساوية الزيادات واولها وهو ــ ب ز ــ اعظمها مطالع يكون جميعها مساويا لمضروب نصف عدتها فى مزدوجين من طرفيها بحكم المقدمة الثالثة ولذلك فاذا قسمنا احدا وعشرين وثلثين على خمسة عشر خرج مطالع جزئى ــ اح ــ ز ب معا جزءا واحدا وستة وعشرين دقيقة وثلثى دقيقة ولكن زيادة مطالع ــ ز ب على مطالع ــ ا ح ــ تسعة وعشرين مرة مثل زيادة كل جزء على الذى يليه فاذا ضربنا ثلاث عشرة ثانية وثلث ثانية فى تسعة وعشرين بلغ ست دقائق وستة

---

(١) الشكل الرابع ــ ٤ .

وعشرين ثانية واربعين ثالثة فاذا مطالع ـ ا ح ـ اربعون دقيقة وست ثوان واربعون ثالثة فمطالع ـ ز ب ـ ست واربعون دقيقة وثلاثة وثلثون ثانية وعشرون ثالثة واذا عرفنا مطالع الجزء وكانت الزيادات معلومة فمطالع جميع الاجزاء معلومة وذلك ما اردناه (١) .

تم كتاب ابسقلاوس فى المطالع وفرغ المحرر رحمة الله عليه من تحريره
(ز د ى ه) ـ سنة ـ خنج ـ والكاتب من نسخة
(ز ه كو) شوال سنة (ذ ل ط)

---

(١) الشكل الخامس ـ ه ـ .

تمت الرسالة بعونه

ه



فى المطالع صـ

الرسالة الشافية

عن الشك في الخطوط المتوازية

للعلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسي المتوفى
في ذي الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لازالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ هـ

الرسالة الثانية

بسم الله الرحمن الرحيم

ربما نعمت فزد

اقول بعد حمد الله ميسر كل عسير وجابر كل كسير ومجير كل مستجير والصلاة على محمد البشير النذير وعلى آله اهل كل خير وجير .

اعلم ان التعليمات باسرها وخصوصا الهندسيات مع وضوح مسالكها ووثاقة قواعدها لا يشبه سائر العلوم والصناعات في ارتباط الاجزاء واشتباك المقدمات وصيرورة اكثر مسائلها التي هي الامهات مبادي لمسائل تأتي بعدها وتابي ان تستبين بدونها الى ان يتكامل عند الانتهاء الى الغايات ولا يخفى على من شذ اشيئا منها ابتناء معظم العلم بالاغراض الهندسية على معرفة الخواص الخطوط المتوازية واعراضها الذاتية التي بني بنيانها على المصادرة المشكلة واستنتج برهانها من المقدمة الصعبة المعضلة التي لا تكاد تسلم قلوب الناظرين في هذا العلم من تخالج شك فيها اوتسريح افكار الخائضين في هذا النوع من مقاساة طلب برهان عليها وهي التي اوردها صاحب كتاب الاصول في اثناء مصادرات جعلها فواتح مقالته وعدها من المبادي الموضوعة التي يحال اثباتها على صناعة فوق صناعته .

فقال ان وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين وكانت الزاويتان الداخلتان اللتان في جهة واحدة انقص من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا في تلك الجهة فلا بد من ان يلتقيا وليت شعري اي صاحب صناعة يضمن للمهندس اثبات هذا العرض الذاتي لموضوع صناعة ومن العذير للمحال عليه من اهل الصناعة

الصناعة العالية اذا خاض فيها خرج من فيه مفترا (١) بجو الته فان كانت من المبادى العالية البينة بانفسها فلم لم يجر مع اخواتها كقولهم الاشياء المتساوية لشىء واحد متساوية والكل اعظم من الجزء فى مضمارا وان كانت مما يحتاج الى بيان فلم لم يتسق مع سائر ما اشبهها من مسائل العلم فى مساق وماذلك الفرقان الخفى الذى افاد التميز الكلى بين قولهم (كل خطين وقع عليهما خط وصير مجموع داخليهما اقل من قائمتين فانهما يلتقيان وكل خطين وقع عليهما خط صير مجموع داخليهما غير اقل من قائمتين فانهما لا يلتقيان (٢)) حتى انخرط احدهما فى سلك الاوليات فاستغنى عن البيان وتأخر مقابلة عن رتبة المسلمات فاحتاج الى البرهان او ما تلك الخصوصية التى استحق الواحد اياها لأن صار احد المباحث الفلسفية وبقى المحروم منها مع ما شاكلها فى المسائل الهندسية فلو تؤمل بعين الانصاف لوجدت هذه التى صودر بها مع التى برهن عليها فى الشكل السابع عشر من المقالة الاولى مسئلتان متجانستان وقضيتان متعاكستان لأن المرجع فى احديهما الى قولنا كل زاويتين تصير ان زاويتى مثلث فانهما اقل من قائمتين وفى الاخرى الى قولنا كل زاويتين اقل من قائمتين فانهما ستصيران زاويتى مثلث فكيف يسوغ لأحد أن يجعلهما من علمين مختلفين او يسمهما الى فنين متباينين هذا مع اهتمام صاحب الاصول بابانة ما هو أبين من هذه القضية وقيامه بايضاح ما هو اشد ظهورا من هذه المصادرة وذلك مثل قوله كل ضلعى مثلث مجموعين فهما اطول من الثالث وقوله الوتر الواصل بين طرفى كل قوس من محيط الدائرة يقع داخلها وقوله نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية وما اشبهها فان توهم متوهم ان هذين الخطين لميل احدهما عن الآخر يتقاربان عند الامعان فى ابعادهما عن قاعدتهما ويوشك ان ينتهى التقارب الى التلاقى فلذلك حكم عليهما بالتلاقى واهمل بيان علة الحكم اتكالا على حدس المتعلم الذكى خطأه ما اثبتته القواعد الحكمية ونطقت بتصديقه القوانين التعليمية من تأتى التجربة فى المقادير المتصلة وكونها فى طبيعتها قابلة للاتصال والانقسام ما دامت باقية الذات على الاستمرار

(١) صف ـ معبرا (٢) من صف ق .

والدوام فان من ادعى لهذا الحكم يلزمه ان يجوز تقارب مقدارين يزداد قربهما بأجزاء ما يكون بينهما من الابعاد المتجددة المتناقصة ابدا دائما من غير انتهاء الى وقوف عند حد او التقاء فظاهر أن هذا التجويز مما يعدل بالذهن عن الميل الى الحكم بتلاقي الخطين المفروضين جزما لا سيما وقد قام البرهان على وجود خطين لا يتلاقيان مع انهما ابدا يتقاربان وذلك في القطع الزائد وأحد خطيه من اللذين لا يقعان عليه .

ثم ان جماعة تأخر زمانهم عن المبرزين في هذا العلم لما نظروا بعين الانصاف وخلعوا ربقة الاعتساف اتضح لهم الحال فطلبوا لها حجة وانتهجوا اليها محجة فبلغ كل ما يسر له وخاب عما عسر عليه لكني لم اظفر فيما وقع الى بيان شاف ولم اعثر فيما رأيت من كلامهم على برهان كاف بل وجدت من وجدته باحثا عنها يتمسك في اثباتها بأنواع الحيل ويتمحل لايضاحها غاية التمحل .

فمنهم من بدلها بمصادرة اخرى قريبة منها في الظهور والخفاء وهو ابو علي بن الهيثم المتبحر في الفن الرياضي .

ومنهم من اقام عليها برهانا مبنيا على مقدمة لا يتقدمها الى الوضوح والجلاء وهو الحكيم العالم ابو الفتح عمر الخيامي .

ومنهم من بناها على مقدمة مغالطية لا يتروج على صاحب الفطنة والذكاء وهو الفاضل العباس بن سعيد الجوهري وما وجدت كلام غير هؤلاء الثلاثة في هذه المسئلة الى هذه الغاية وقد يسر الله تعالى لي بعد مطالعة كلامهم والوقوف على مزال اقدامهم طريقا واضحا مرتبا على سبعة اشكال يفي سابعها لحل هذه الاشكال ويشفي عن هذا الداء العضال لكني رأيت ان اقدم ايراد ما عثرت عليه من المقالات واشير الى ما يرد عليه من النقوض والمعارضات ثم اردفها بما تيسر لي دلالة على ضالة الطلاب وعرضا على كافة اولي الالباب والقضاء عليه موكول الى ذهن من نظر وانصف واعتبر ولم يتعسف والله المستعان وعليه التكلان .

فصل

فصل

واما ابن الهيثم رحمه الله فقد استعمل فى كتابه الموسوم بحل شكوك كتاب اقليدس مكان هذه المقدمة مقدمة اخرى وزعم انها ابين عند الحس وأوقع فى النفس من هذه وذلك بعد احالته تصحيح هذه المصادرة مع اخواتها على كتاب آخر له سماه شرح المصادرات لم يقع الى نسخته الا انه قد أوما فى هذا الكتاب اعنى حل الشكوك الى بياناتها المذكورة فى ذلك الكتاب ايماء يظهر به خبطه فى كلامه وخلطه فما يغنى مباين له وعدم تمهره فى العلم الذى يصحح فيه مبادى الهندسة وقلة دربته بكيفية تصحيح اصول علم يوضع فى مباديه وضعا وضعا ويطالب الباحث عنه بتسلمها مع مسامحة من غير ان يبنى على مسائل ذلك العلم المبنية عليها لكيلا يكون البيان دورا فانه قد لوح فى كلامه انه بين توازى الخطوط بأن فرض تحرك عمود قائم على خط (١) مستقيم مع حفظ القيام عليه حتى يتوهم من حركة طرفه الآخر حدوث خط موازللخط الاول ثم بنى عليه تصحيح المقدمة المتنازع فيها فدل احتياجه الى طلب بدل لهذه القضية اظهر منها بعد أن زعم انه صححها بالبرهان على خبطه فى كلامه وبرؤه برهانه على استعمال الحركة التى هى من لواحق الاجسام الطبيعية فى الموضوعات التعليمية على خلطه فما يغنى وعدم تميزه بين هليته الشىء وماهيته الدالة على شرح اسمه وحقيقة ذاته على قلة دربته بكيفية تصحيح المبادى وتصحيحه بعض مصادرات عليه بصحة قيام عمود على كل خط التى هى احدى مسائل مبنية على بنائه المبادى على المسائل من غير ضرورة وجميع ذلك دال على عدم تمهره فى العلم المصحح لأصول العلوم.

اما المقدمة التى زعم انها ابين عند الحس وأوقع فى النفس من هذه المصادرة واستعملها فى المواضع التى يحتاج فيها الى تلك المصادرات بدلا عنها فهى ان الخطين المستقيمين المتقاطعين لا يمكن ان يوازيا خطا واحدا مستقيما وأما وجه استعمالها مكان تلك المصادرة مثلا فى الشكل التاسع والعشرين

(١) صف ق — سطح.

وهو اول الاشكال المحتاج اليها فان يقال خطا ـ اب ـ ج د ـ متوازيان وقد وقع عليهما ـ زه ـ فزاويتا ـ اه ز ـ ه زد ـ المتبادلتان متساويتان والا فنعمل على نقطة ـ ز ـ من خط ـ زه ـ زاوية ـ هزح ـ مساوية لزاوية ـ اه ز ـ كما تبين فى الشكل الثالث والعشرين (ونخرج ـ زح ـ فى الجهتين وحينئذ يكون ـ اب ـ زح ـ متوازيين على ماظهر فى السابع والعشرين ـ ١) فيلزم ان يكون خطا ـ زح ـ زد ـ المتقاطعين على ـ ز ـ موازيين لخط ـ اب ـ هذا خلف فاذا زاويتا ـ اه ز ـ ه زد ـ المتبادلتان متساويتان وعلى هذا القياس فى سائر المواضع (٢) .

فينبغى ان يعرف حال هذه المقدمة وذلك بأن يعلم ان الخطوط المتوازية من حيث هى متوازية فصولا مقومة وخواص لازمة وأعراضا ذاتية غير مفرقة فمنها انها تكون بحيث اذا فرض اخراجها فى الجهتين الى غير نهاية لما اكتفت (٣)

ومنها ان الابعاد الواقعة بينها متساوية لايتزايد ولايتناقص فلا يميل بعضها الى بعض .

ومنها ان الاعمدة الواقعة على بعضها واقعه على الكل وكذلك الخطوط التى تقاطع البعض تقاطع الكل .

ومنها ان الزوايا المتبادلة الحادثة عند وقوع خط عليها متساوية والداخلة مساوية للخارجة والداخلتان معا متساويتان لقائمتين وهكذا الى آخر تلك الخواص والاعراض فبعض هذه تكون لامحالة بينة لها وهى التى تقومها اوتلزمها اولالذاتها من غير واسطة يتخلل بينهما وبعضها غير بينة فيتبين بتوسط تلك البينات وأولاها بأن يجعل حدا او رسما ابينها فلما نظر صاحب الاصول الى هذه الامور وجد أبينها فى العقل وأشهرها عند الجمهور اولاها اعنى امتناع الملاقاة مع فرض الاخراج الى غير نهاية فجعلها حدا اشارحا لاسمها فى فواتح كتابه وجعل سائرها التى يحتاج الى بيان مسائل عليه وأورد لها اشكالا فى

(١) سقط من صف ـ ج (٢) الشكل الاول ـ ١ ـ (٣) صف ق ـ التقت .

عط

ا ه ب
ج ك د
ح

مقالاته واما هليتها التى تصير بها الحد الشارح الاسم دالاعلى الماهية هى التى بينها فى الشكل الحادى والثلاثين بعد ذكر طرف صالح من الخواص والاعراض الذاتية ليتم بجميع ذلك مضافا الى الهلية تصورماهيتها على الوجه العقلى وهكذا ينبغى ان يكون الترتيب الحكمى فيما شانه شانها ثم لما كان المفهوم من توازى الخطوط بحسب هذا الموضع من الصناعة هوكونها على وضع يمتنع تلاقيها مع الاخراج غير المتناهى كان المفهوم من قوله الخطان المتقاطعان لايوازيان خطا غيرهما وهو أن الخطين المتقاطعين لايصح ان يحكم عليهما معا بامتناع تلاقى خط غيرهما بل يجب ان يلاقيه احدهما فقط اوكلاهما ومعلوم ان هذه اخفى من المصادرة المشكوك فيها بكثير فضلا عن ان يكون ابين وأوضح .

وابن الهيثم توهم ان كون جميع الابعاد متساوية داخل فى مفهوم اسم التوازى دخول الضرورى وكان ذلك لازما غير بين انما يتبين فى كتاب الاصول بعد الوقوف على الشكل الثالث والثلاثين فاحتاج الى اثباته فى اثناء ذكر المبادى ليتم به الحدوأثبته بما اثبت به هلية الخطوط المتوازية وهوتحريك العمود الواقع على الخط مع حفظ قيامه عليه وانما قدم الهلية لعدم الامتياز بين الحد الشارح لمفهوم الاسم والحد الدال على الماهية ثم لما غير حد الخطوط المتوازية عما ذكره صاحب الاصول اعتبر خطين متقاطعين مع ثالث غير مقاطع لهما فوحدهما بحيث يمتنع تساوى جميع ابعادكليهما عن ذلك الخط بل ان كان احدهما متساوى الابعاد عنه كان ابعاد مقاطعة فى احدى الجهتين متناقصة الى ان يقاطعه ايضا وفى الجهة الاخرى متزايدة ابدا واذلك حكم بسلب التوازى بينهما معا بالاضافة الى ذلك الثالث اذكان مفهوم التوازى اعنى تساوى الابعاد بحسب تصوره مسلوبا عنهما معا فصارهذه القضية اعرف عنده من تلك المصادرة وفيه مافيه .

فصل

واما الخيامى رحمه الله فمداورد فى المقالة الاولى من رسالته موسومة

بشرح ما اشكل من مصادرات كتاب اقليدس بيان ان هذا المطلوب فى ثمانية اشكال وذكر انها ينبغى ان تلحق بكتاب الاصول بعد الشكل الثامن والعشرين ونحن اثبتنا ها هنا بألفاظه ثم اشرنا الى مواضع الخلل فيها ليقف الباحث عليها ان شاء الله .

(ا) قال (شكل – ١) وهو – كط – من مقالة – ا – من الاصول خط – ا ب – مفروض ونخرج – ا ج – عمودا على – ا ب – ونجعل – ب د – عمودا على – ا ب – ومساويا لخط – ا ج – فهما متوازيان كما بينه اوقليدس فى شكل (كح) ونصل – ج د –

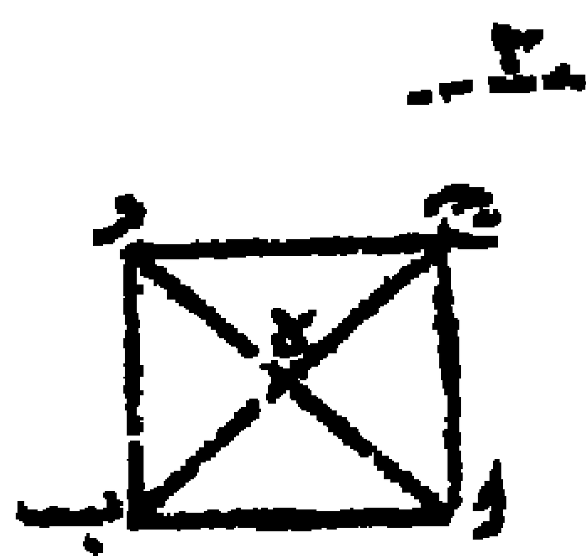
فأقول ان زاوية – ا ج د – مساوية لزاوية – ب ج د – برهانه نصل – ج ب – ا د – فخط – ا ج – مثل – ب د – و – ا ب – مشترك وزاويتا – ا ب – قائمتان فقاعدتا – ا د – ج ب – متساويتان وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا فتكون زاويتا – ه ا ب – ه ب ا – متساويتين فخطا – ا ه – ب ه – متساويان فيبقى – ج ه – ج د – متساويين فتكون زاويتا – ه ج د – ه د ج – متساويتين و – ا ج ب – مثل – ا د ب – فزاويتا – ا ج د – ج د ب – متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(ب) شكل – ب – وهو – ل – من الاصول نعيد شكل – ا ب – ج د – ونقسم – ا ب – بنصفين على – ه – ونخرج عمود – ه ز – على – ا ب –

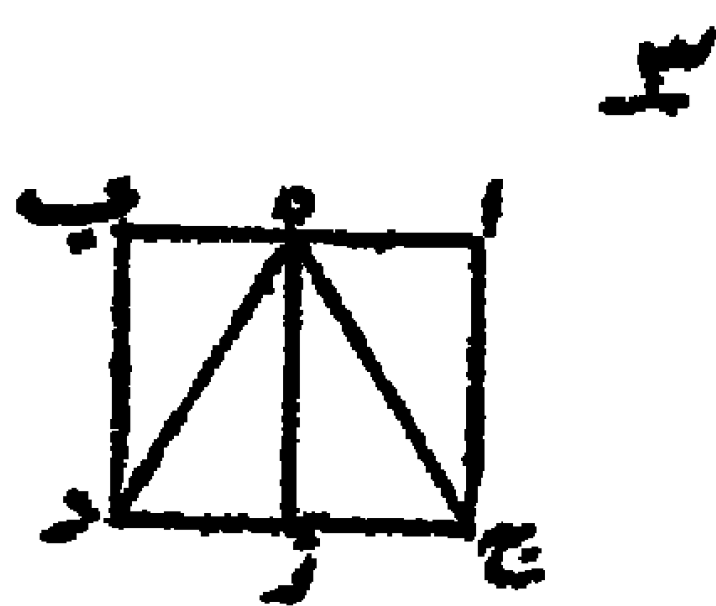
فأقول ان – ج ز – مثل – ز د – و – ه ز – عمود على – ج د

برهانه نصل – ج ه – ه د – فخط – ا ج – مثل – ب د – و – ا ه – مثل – د ب وزاويتا – ا ب – قائمتان فقاعدتا – ج ه – ه د – متساويتان فيبقى – ب ه د – متساويتان فيبقى – ج ه ز – ز ه د – متساويتين وخط – ج ه – مثل ه د – و – ه ز – مشترك والزاويتان متساويتان فالمثلث مثل المثلث وسائر الزوايا والاضلاع النظائر متساوية فيكون – ج ز – مثل – ز د – وزاوية

(١) الشكل الثانى – ٢ –



الرسالة الثالثة عشرة


٣
ب
ه
ا
د
ز
ج

ج ز ه ــ مثل ــ د ز ه ــ فهما قائمتان وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(ج) شكل ــ ج ــ وهو ــ لا ــ من الاصول ونعيد شكل ــ ا ب ج د ــ فأقول ان زاويتي ــ ا ج د ــ ب د ج ــ قائمتان برهانه تقسم ــ ا ه ــ بنصفين على ــ ه ــ ونخرج عمود ــ ه ز ــ ونخرجه على استقامة ونجعل ــ ز ك ــ مثل ز ه ــ ونخرج ــ ح ك ط ــ عمودا على ــ ه ك ــ ونخرج ــ ا ج ــ ب د ــ فيقطعان ــ ح ك ط ــ على ــ ح ط ــ ونصل خط ــ ج ك ــ د ك ــ فخط ــ ج ز ــ مثل ــ ز د ــ و ــ ز ك ــ مشترك وهو عمود فقاعدتا ــ ج ك ــ ك د ــ متساويتان وزاويتا ــ ز ج ك ــ ز د ك ــ متساويتان فتبقى زاوية ــ ح ج ك مثل ــ ك د ط ــ وزاويتا ــ ج ك ز ــ ز ك ط ــ متساويتان فتبقى زاويتا ج ك ح ــ د ك ط ــ متساويتان وخط ــ ج ك ــ مثل ــ ك د ــ فيكون ــ ج ح ــ مثل ــ د ط ــ و ــ ح ك ــ مثل ــ ك ط ــ فزاويتا ــ ج ح ك ــ د ط ك ــ متساويتان .

ثم نقول زاويتا ــ ا ج د ــ ب د ج ــ ان كانتا قائمتين فقد حق الخبر وان لم تكونا قائمتين فتكون كل واحدة منهما اما اصغر من قائمة واما اكبر فليكن اولا اصغر من قائمة وتطبق سطح ــ ح د ــ على سطح ــ ج ب ــ فينطبق ــ ز ك ــ على ــ ز ه ــ وخط ــ ح ط ــ على ــ ا ب ــ فيكون خط ح ط ــ مثل ــ خط ــ ن س ــ لان زاوية ــ ح ج ز ــ اعظم من زاوية ا ج ز ــ فخط ــ ح ط ــ اعظم من ــ ا ب ــ وكذلك ان اخرج الخطان الى مالا نهاية له على هذا النسق يكون كل واحد من الخطوط الواصلة اعظم من الآخر ويتسلسل فخطا ــ ا ج ــ ب د ــ الى نهاية الاتساع وكذلك ان اخرج ــ ا ج ــ ب د ــ على استقامة من الجهة الاخرى كانا الى الاتساع بمثل هذا البرهان ويشابه حال الجانبين عند الانطباق فيكون خطان مستقيمان يقطعان مستقيما على قائمتين ثم يتسع البعد بينهما من جهتي ذلك الخط وهذا محال اولى عند تصور الاستقامه وتحقيق البعد بين الخطين وذلك مما تولاه الفيلسوف

(١) الشكل الثالث ــ ٣ ــ .

وان كان كل واحدة منها اكبر من قائمة فيكون عند الانطباق خط — ح ط مثل — ل م — وهو اصغر من — ا ب — وكذلك جميع الخطوط الواصلة على هذا النسق فالخطان الى التضايق وان اخرجا الى الجهة الاخرى كانا الى التضايق ايضا لتشابه حالى الجهتين عند الانطباق وذلك مما يمكنك ان تعرف بادنى نظر وبحث وهذا محال ايضا لما ذكرنا واذا امتنع ان يكون الخطان متفاضلين فهما متساويان واذا كانا متساويين فالزاويتان متساويتان فهما اذا قائمتان (١) .

ثم قال بعد كلام طويل اورده لزيادة شرح هذا المعنى والبعد بين كل خطين هو الخط الواصل بينهما بحيث تكون الزاويتان الداخلتان متساويتين مثاله خطا — ا ب — ج د — مستقيمان فى سطح مستو وفرضنا على — ا ب — نقطة — ه — فالبعد بين — ه — وبين خط — ج د — خط — ه ز — وزاوية ه — مثل زاوية — ز — فاما كيف يخرج من نقطة — ه — الى خط — ج د — خط بحيث تكون الزاويتان الداخلتان متساويتين فالى المهندس ليس على الحكيم المتولى لتصحيح مبادى الهندسة .

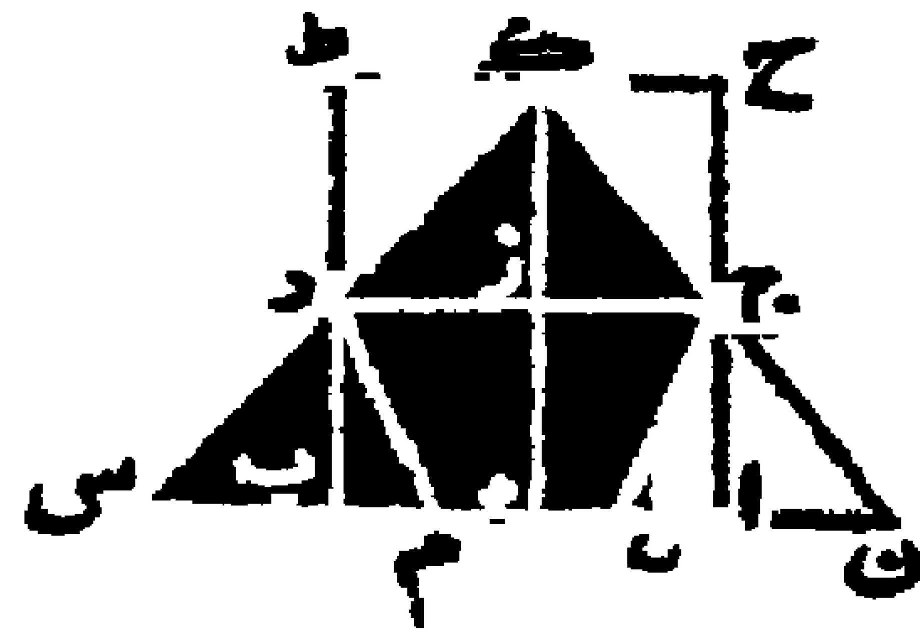
واما انه هل يمكن فلأنه يمكن ان يخرج من — ه — خطوط الى — ج د — غير متناهية على زوايا غير متناهية من كلتى الجهتين فى الخطين جميعا متفاضلات اصغر واكبر وكل ما يقدر فيه هذا المعنى اعنى التفاضل من الجانبين فى الاصغر والاكبر مع ان المقادير تنقسم الى ما لا نهاية له فلا محالة انه يمكن ان يقع التساوى كما تبين فى الشكل الاول ونفصل — ه ح — ز ط — متساويين ونصل خط — ح ط — فزاوية — ح — مثل — ط — فخط — ح ط — هو البعد فان كان — ح ط — اعظم من خط — ه ز — فالخطان الى الاتساع ونفصل ح ك — ط ل — متساويين ونصل — ك ل — فهو البعد فان كان — ك ل — اصغر من — ح ط — فالخطان الى التضايق وقد كانا الى الاتساع هذا محال اولى وإن كانا متساويين يلزم هكذا وإن كان — ح ط — اصغر من — ه ز — فالخطان الى التضايق فبهذا البيان يجب ان يكون — ك ل — اصغر من — ح ط —

---

(١) الشكل الرابع — ٤ — .

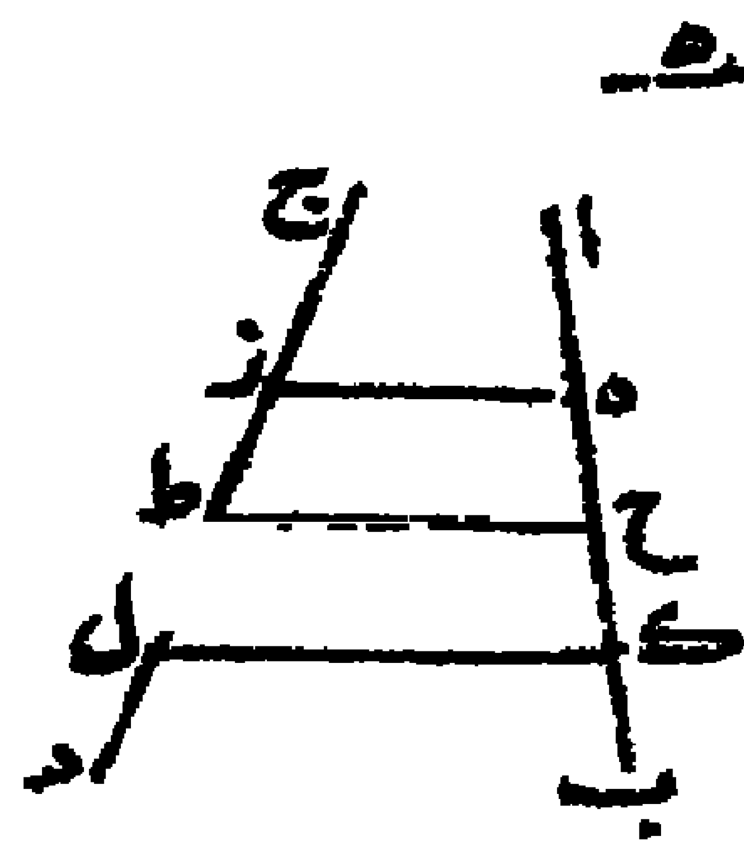
والالزم

عط

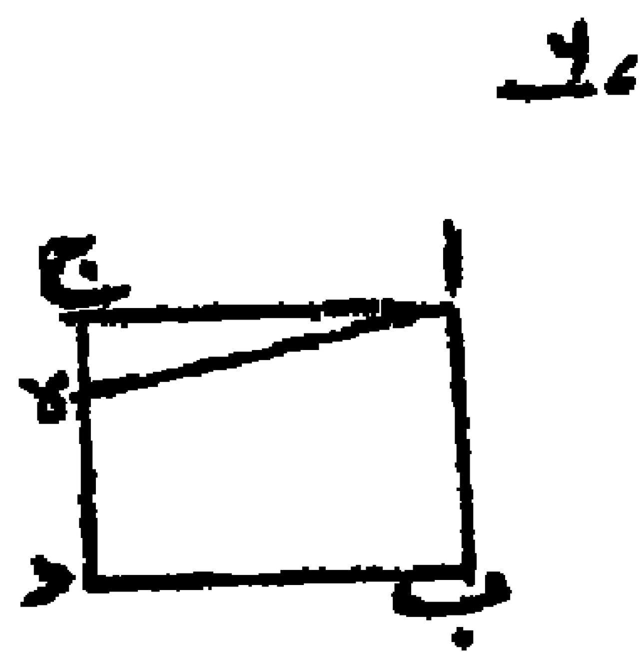


الرسالة الشافية ص١٠

ه



عط



والاوازم المحال الاولى فقد بان ان الخطين المستقيمين فى سطح مستوٍ اذا كانا الى التضايق فى جهة فلا يجوز ان يتسع(١) فى تلك الجهة اصلا وكذلك اذا كانا الى الاتساع الا ان هذا البيان بيان غير هندسى انما هو بيان حكمى لكنى استعين فيه بالمثال ليكون ابين واظهر عند من لا يكون له حدس جيد .

ومن الناس من يقول ان البعد بين نقطة على خط ومن خط آخر هو العمود الخارج الى الخط الاول غير مساو للعمود الاول فيكون بعد نقطة عن نظيرتها غير بعد نظيرتها عنها وهذا محال بل اذا كانت الزاويتان الداخلتان متساويتين كان ميل الخطين معا عن ذلك الخط الواصل ميلا واحدا فهو بالحقيقة يكون البعد بينهما لا غير .

وهذه المعانى خطرت ببال قدماء المهندسين فصادروا على القضية التى يطلب البرهان عليها ولما تبين انه اذا فرض خط مستقيم واخرج من طرفيه عمودان كانا بحيث اذا فصل منهما اى خطين متساويين كان البعد بينهما عمودا عليهما وكان الابعاد متساوية والخطان لا يتضايقان ولا يتسعان فلنسم هذين العمودين المتحاذيين (٢)

(د) شكل ـ د ـ وهو ـ لب ـ من الاصول سطح ـ ا ب ج د ـ زواياه قائمة .

فأقول ان ـ ا ب ـ مثل ـ ج د ـ و ـ ا ج ـ مثل ـ ب د ـ برهانه ان لم يكن ـ ا ب ـ مثل ـ ج د ـ فيكون احدهما اعظم فليكن ـ ج د ـ اعظمهما ونفصل ـ د ه ـ مثل ـ ا ب ـ ونصل ـ ا ه ـ فتكون زاوية ـ ب ا ه ـ مثل زاوية ـ د ه ا ـ و ـ ب ا ه ـ اصغر من قائمة ـ و ـ د ه ا ـ اعظم من قائمة لانها خارجة من مثلث ـ ا ه ج ـ فتكون اعظم من زاوية ـ ج ـ القائمة هذا محال فخط ـ ا ب ـ مثل ـ ج د ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٣) .

(ه) شكل ـ ه ـ وهو ـ لج ـ من الاصول خطا ـ ا ب ـ ج د ـ متحاذيان فأقول ان كل خط يكون عمودا على احدهما فهو عمود على الآخر برهانه نخرج

---

(١) صف ق ـ يقع (٢) الشكل الخامس ـ ٥ (٣) الشكل السادس ـ ٦

من نقطة ـ ه ـ عمودا على ـ ج د ـ وهو ـ ه ز ـ فأقول ان زاوية ـ ه ـ قائمة برهانه ان خطي ـ ا ب ـ ج د ـ حاصلان من عمود عليهما لامحالة كما بيناوهو ب د ـ فان كان خط ـ ب ه ـ مثل ـ د ز ـ فزاوية ـ ه ـ قائمة وان كان احدهما اعظم فيفصل من الاعظم مثل الاصغر وهو ـ ب ح ـ فصلنا ه من ـ ب ه ـ تكون زاوية ـ ح ـ القائمة مثل زاوية ـ ح ز د ـ وهو اقل من قائمة هذا محال فخط ـ ب ه ـ مثل ـ د ز ـ وزاوية ـ ه ـ قائمة وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(و) شكل ـ و ـ وهو ـ لد ـ من الاصول كل خطين متوازيين كما حده اوقليدس وهما اللذان لايلتقيان من غير شرط آخر فهمامتحاذيان مثاله ـ ا ب ـ ج د ـ متوازيان فهما متحاذيان برهانه ليعلم نقطة ـ ه ـ ويخرج ـ ز ه ـ عمودا على ـ ج د ـ فان كان زاوية ـ ه ـ قائمة كان الخطان متحاذيين وان لم تكن قائمة فانا نخرج ـ ح ه ـ عمودا على ـ ه ز ـ فيكون ـ ح ه ط ـ ج ز د ـ متحاذيين وخطا ـ ب ه ا ـ ط ه ح ـ متقاطعان والبعد بين ـ ه ح ـ ه ا ـ يزداد الى ما لانهاية له والبعد بين ـ ه ح ـ ج ز ـ واحد الى ما لانهاية له لايزيد ولاينقص فيوشك ان يصير البعد بين ـ ا ه ـ و ـ ه ح ـ اعظم من ـ ه ز ـ الذي هو بعد المتحاذيين فخط ـ ه ا ـ اذا يقطع ـ ج ز ـ وقد فرضناهما متوازيين هذا محال (٢) فزاوية ـ ا ه ز ـ ليست باعظم من قائمة ولا باصغر فهي اذا قائمة فخطا ـ ا ب ـ ج د ـ متوازيان اذا وذلك ما اردنا ان نبين (٣)

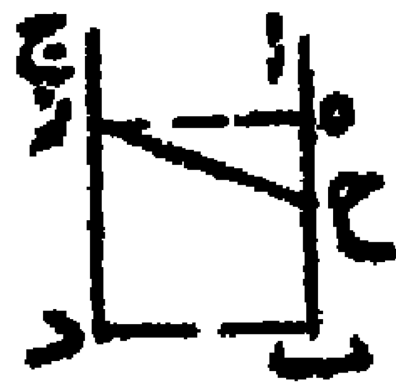
(ز) شكل ـ ز ـ وهو ـ له ـ من الاصول هذا الشكل هو ثابت عن شكل كط ـ من مقالة ـ ا ـ اذا وقع خط مستقيم على خطين متوازيين فان الزاويتين المتبادلتين متساويتان والزاوية الخارجة مثل الداخلة والزاويتين الداخلتين مثل قائمتين مثاله خطا ـ ا ب ـ ج د ـ متوازيان وقد وقع عليهما خط ـ ك ز ـ ه ل ـ

---

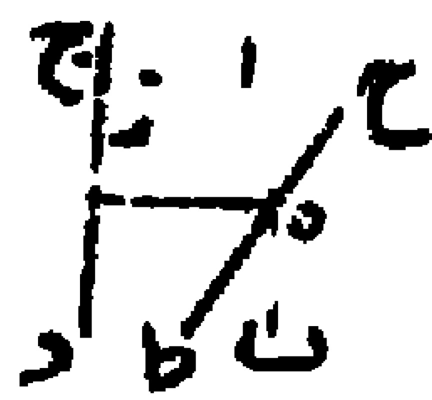
(١) الشكل السابع ـ ٧ (٢) صف ق ـ خلف (٣) الشكل الثامن ٨

فأقول

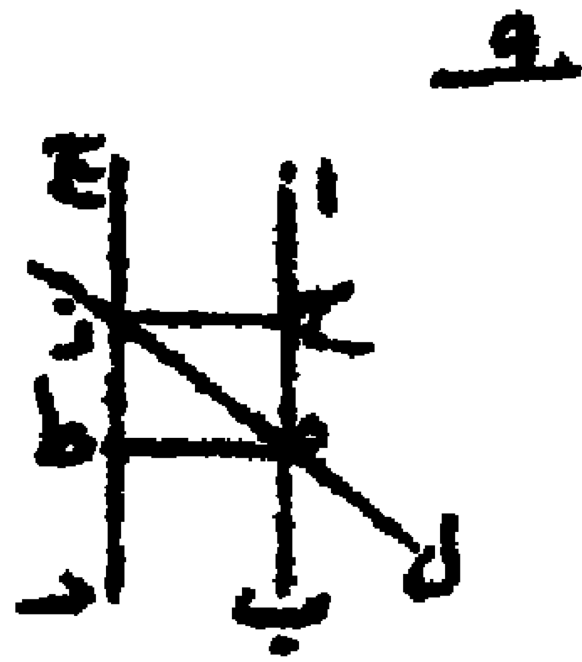
عك

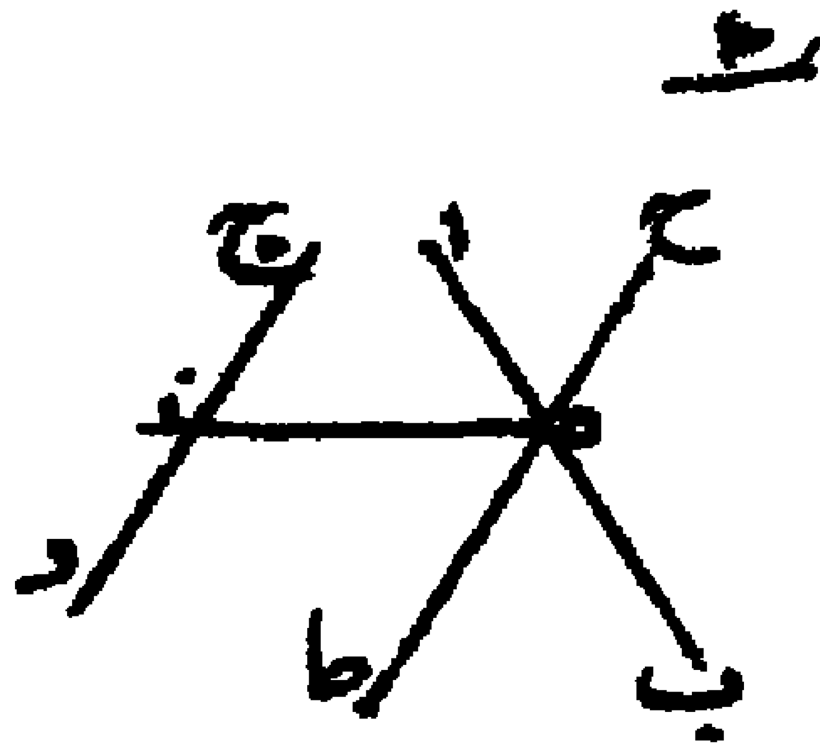


ش



الرسالة الثانية ص١٣


ح
ا
ز
ك
ط
ه
ل
د
ب


ج
ا
ح
ز
ه
د
ط
ب

فأقول ان زاويتي ـ ل ز د ـ ا ه ز ـ المتبادلتان متساويتان وزاويتي ا ه ز ـ ج ز ه ـ الداخلتين مثل قائمتين وزاوية ـ ج زك ـ الخارجة مثل زاوية ـ ا ه ز ـ الداخلة برهانه انا نخرج من نقطة ـ ه ـ عمود ـ ه ط ـ على ـ ج د ـ فهو عمود على ـ ا ب ـ لأنهما متحاذيان ونخرج من ـ ز ـ عمودا على ـ ا ب ـ وهو ـ ز ح ـ فسطح ـ ه ط ز ح ـ قائم الزوايا فالخطوط المتقابلة منه متساوية فتكون زاوية ـ ح ه ز ـ مثل زاوية ـ ه ز ط ـ وهما متبادلتان و ـ ه ز ط ـ مثل ـ ج زك ـ فج زك ـ مثل ـ ا ه ز ـ الداخلة مثل الخارجة و ـ ه ز ط ـ مع ـ ج ز ه ـ مثل قائمتين فزاوية ـ ا ه ز ـ مع ـ ه ز ج ـ مثل قائمتين وذلك ما اردنا ان نبين(١) .

فقد بينا احكام المتوازية من غير احتياج الى المقدمة المطلوب برهانها التي قد صادر عليها اوقليدس وهذا برهانه .

(ح) شكل ـ ح ـ وهو ـ لو ـ من الاصول خط ـ ه ز ـ مستقيم وقد خرج عنه خطا ـ ه ا ـ ه ج ـ وزاويتا ـ ا ه ز ـ ج ز ه ـ اقل من قائمتين فأقول انهما يلتقيان في جهة ـ ا ـ برهانه نخرج الخطين على استقامة فتكون زاوية ـ ا ه ز ـ اصغر من ـ ه ز د ـ فنجعل زاوية ـ ح ه ز ـ مثل ـ ه ز د ـ فخطا ـ ح ه ط ـ ج ز د ـ متوازيان كما بينه اقليدس في شكل كز ـ من مقالة ـ ا ـ وخط ـ ب ا ـ يقطع ـ ح ط ـ فهو اذا يقطع خط ـ ج د ـ في جهة ـ ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين فهذا هو البرهان الحقيقي على احكام المتوازيات وعلى المعنى المقصود نحوه والحق ان تلحق هذه الاشكال بكتاب الاصول على الترتيب الذي ذكر(٢) (الى هاهنا حكاية الفاظ الخيامي بعينها)

فأقول لايخفى على الناظر في هذا الكلام المتأمل ان جميع ماذكره الى آخر الشكل الخامس حق لاريب فيه الا قوله في الشكل الثالث ونخرج ا ج ـ ب د ـ فيقطعان ـ ح ك ط ـ على ـ ح ط ـ فان هذا غير بين مما وضعه والاولى ايراده في آخر الشكل الثالث لزيادة الوضوح فانه يتوجه على ذلك

---

(١) الشكل التاسع ـ ٩ (٢) الشكل العاشر ـ ١٠ .

مواخذات منها قوله فى بيان امكان اخراج خط من نقطة عـلى احد الخطين المفروضين الى الآخر بحيث تكون الزاويتان الداخلتان متساويتين على الوجه الحكمى دون الهندسى انه يمكن ان يخرج من ـ ه ـ خطوط الى ـ ج د ـ غير متناهية على زوايا غير متناهية من كلتا الجهتين فى الخطين الى قوله (فلا محالة انه يمكن ان يقع التساوى) فيقال له اولا انما يعرف كون تلك الزوايا متفاضلات غير متساويات بالهندسة فكيف يبنى الحكيم المتولى لتصحيح مبادى الهندسة بيانه على ذلك ولوسلم له معرفة كون بعضها اصغر وبعضها اكبر من الحادثة عند نقطة ـ ه ـ بغير الهندسة فمن اين يعلم انه يجب ان يقع بين الصنفين اعنى الصغريات والكبريات مساوية لتلك الزاوية المفروضة ببديهة العقل او بالبرهان اما دعوى البديهة فيه فممتنع على انه قد استبان بالبرهان وجوب كون بعض الزوايا فى صورة اخرى بهذه الصفة وهى التى تحدث من خروج خطوط غير متناهية من نقطة واحدة على محيط الدائرة الى نقطة اخرى ايضا عـلى المحيط فتصير الدائرة بكل خط منها منقسمة الى قطعتين وتسمى تلك الزوايا الحادثة من المحيط وتلك الخطوط المستقيمة زوايا القطع(١) فان بعضها وهى التى قطعها ليست ما كبر من نصف دائرة يكون ابدا اصغر من قائمة والباقية وهى التى يكون قطعها اكبر من نصف دائرة يكون ابدا اكبر من قائمة ويمتنع ان يكون بين تلك الصغريات والكبريات ما هى مساوية لقائمة قطعا كما تبين فى الشكل الثلاثين من المقالة الثالثة من الاصول واذا كان ذلك كذلك فكيف تدعى البديهة لوجوب وقوع مساويين كل صغريات وكبريات اتفقت .

واما البرهان المقتضى لوجوب هذا الحـكم فى بعض الزوايا وهى المستقيمة الخطين ولا متناعه فى بعضها وهى التى تحيط بها الخطوط المستقيمة والمستديرة معا فلا يمكن ان يكون الا هندسيا فكيف يخرج صاحب المبادى من عهدة ما اوجب فى ذمة هذا الحـكيم .

ومنها قوله ومن الناس من يقول ان البعد بين نقطة عـلى خط وبين

خط

(١) صف ق ـ القطاع .

خط آخر هو العمود الخارج من تلك النقطة الى الخط وليس الحق كذلك .

فاقول انه فى هذا الموضع خالف الحق والمشهور المصطلح بين اهل الصناعة امامخالفته للحق فلأن بعد النقطة عن الخط لست اقول بعد الخط عن الخط هو اقصر خط يخرج منها اليه وهو العمود الذى ذكره على ما سنوضحه فيما بعد . واما مخالفته للشهور المصطلح فلأنهم يعبرون عن ذلك العمود بالبعد بين النقطة والخط والدليل على ذلك ما ذكره صاحب الأصول فى صدر المقالة الثالثة حيث حدد بعد الوتر عن المركز فانه صرح بتسمية ذلك العمود بعدا .

وما ذكره من امكان اختلاف العمودين وامتناع اختلاف البعدين محتجا على قوله فغير مطابق لدعواه لأنه قال وربما يكون العمود الخارج من مسقط العمود الاول الى الخط الاول غير مسا وللعمود الاول ثم قال مستنتجا عن ذلك فيكون بعد نقطة عن نظيرتها غير بعد نظيرتها عنها وانما وجب ان يقول فيكون بعد نقطة عن خط غير بعد نقطة اخرى عن خط آخر وهذا حق وانما طرأ عليه هذا السهو حيث غفل عن التميز بين بعد الخط عن الخط وبين بعد النقطة عن الخط وبين بعد النقطة عن النقطة وكان مراده ان يبين انه ليس كل بعد خط عن خط عمودا على احدهما نخطأمن يقول ان بعد كل نقطة عن خط عمود عليه ثم استنتج فى بيان هذه التخطئة كون بعد نقطة عن نقطة ثانية مغاير لبعد الثانية عن نقطة ثالثة فالبعد المأخوذ فى الدعوى غير المأخوذ فى نقيضه المستعمل فى الخلف والمأخوذ فى النقيض غير المأخوذ فى النتيجة وذلك ما اردنا بيانه .

وكل هذه مواخذات غير مؤثرة فى المطلوب لأنها وردت على كلام جرى مجرى الحشو فى اثناء هذه السياقة ثم انه بنى الشكل السادس على مقدمة غير بينة وهى انه يجب ان يلاقى كل مقاطع لأحد خطين سماهما متحاذيين الخط الآخر منهما واقتصر فى بيانها على قوله لما كان البعد بين المتقاطعين يزداد الى ما لا نهاية له والبعد بين المتحاذيين بعد واحد فيوشك ان يصير البعد بين

المتقاطعين اعظم من ذلك البعد الواحد وحينئذ يكون القاطع قد قطع كليهما .

ولايخفى على عاقل ان هذه المقدمة هي التي جعلها ابن الهيثم بدلا عن المصادرة المشكوك فيها بعينها وقد عرفتا حالها واذا كان مثل هذا البيان يقنعه فى هذا المرام فلوكان اولا فى بيان المصادرة مقتصرا على مثلها لكان الأمر عليه اخف ولما احتاج الى هذا التطويل وانا اكررما اومأت فى هذه الرسالة وادا على من يروم ايضاح المصادرة ببيان من هذا القبيل مع زيادة تقرير وشرح .

اقول من المشهور ان كل مقدار متناه يتزايد بزيادات لا نهاية لها فانه يتجاوز كل حد يمكن ان يفرض فوقه الى ما لايتناهى وهذا حكم لو صح مطلقا لصح ما ادعاه الخيامى ها هنا ولصحت المصادرة المشكوك فيها من غير احتياج الى مزيد بيان لكن التحقيق يقتضى تفصيلا فان هذا الحكم صحيح فى بعض الصور غير صحيح فى بعضها وهكذا يكون حال اكثر المقدمات المشهورات الممتازة عن المقدمات الحقة واما الفاصل بين الصنفين اعنى الصحيح وغير الصحيح فهو اعتبار تزايد كيات التزايد لانها ان كانت متساوية المقادير كالأعداد المتوالية المتزايد بالآحاد المتساوية اومتزايداتها كالمربعات المتوالية المتزايدة بالأفراد المتوالية كان الحكم على المقدار المتزايد بأن يتجاوز كل حد يمكن ان يفرض فوقه الى ما لايتناهى صحيحا لاريب فيه بل يجب ان تعدهذه القضية فى الاوليات ولغاية وضوح هذا الحكم اخذه صاحب الاصول فى رسم المعنى الذى به يصح التناسب بين المقادير اعنى المتجانسة فى صدر المقالة الخامسة حيث قال المقادير التى يقال ان بين بعضها وبعضها نسبة هى التى يمكن اذا ضوعفت ان يزيد بعضها على بعض وبنى عليه وايضا برهان الشكل الاول من المقالة العاشرة من غير أن صرح به فى المبادى والمصادرات واما ان كانت كيات التزايد متناقضة المقادير فربما لا يصح هذا الحكم على المقدار المتزايد بتلك الزيادات المتناقضة بل يصح ان يحكم عليه بأن لا ينتهى مع تزايده مرات غير متناهية الى

ا ب ت ه ج

: دراسة الحالة الثقافية في.

حد ما يفرض فوقه فضلا عن ان يتجاوزه وذلك لأن طبيعة المقدار في ذاتها قابلة لانقسامات لا تتناهى كما تقرر في الحكمة فان فرض مقدار وهو ـ اب ـ مثلا وفرض انه تزايد مرات لا نهاية لها ـ و ـ ج ـ حد ما يفرض في السمت الذي يقصده ـ ب ـ وكان مقدار الزيادة في المرة الاولى جزءاً (١) من ـ ب ج ـ اى جزء كان وهو ـ ب د ـ حتى يصير ـ اب ـ بعد التزايد الاول ـ ا د ـ وفى المرة الثانية جزءاً من ـ د ج ـ وهو ـ د ه ـ حتى يصير ـ اب ـ بعد التزايد الثانى ـ اه ـ وفى المرة الثالثة جزءاً من ـ ه ج ـ وهكذا يكون التزايد ابدا بجزء مما يقع بين الحد المنتهى اليه والحد المفروض ولا محالة تكون مقادير تلك الزيادات متناقصة لأن ما بين الحدين متناقص فيكون ـ اب ـ مع تزايده مرات لانهاية لها غير واصل الى حد ـ ج ـ ابدا فضلا عن ان يتجاوزه فلهذا الاحتمال المذكور لايصح اطلاق القضية المذكورة على الوجه المشهور .

وهكذا ان اعتبر في جانب التناقص كما اشرت اليه في صدر الرسالة فظهر من ذلك انه لايصح الحكم بصيرورة البعدين المتزايدين المتقاطعين اعظم من البعد الواحد بين المتحاذيين الا بعد اعتبار مقادير الزيادات وذلك يحتاج الى فضل بيان هندسي وثبت ان هذه الطريقة مع تطويلها وتطاول مباحثها على صاحب الطريقة الاولى راجعة الى طريقة تلك وصار مثله في هذا الباب المثل السائر (الشعير يؤكل ويذم) ولما ظهر حال الشكل السادس من اشكاله وكان الشكل السابع مبنيا عليه اتضح كيف بين احكام الخطوط المتوازية من غير احتياج الى المقدمة التى صادر عليها اقليدس وفى الشكل الثامن اراد ان يبين تلك المقدمة فبناها ايضا على مقدمته التى عرفنا حالها وذلك ما اردت ايضاحه .

فصل

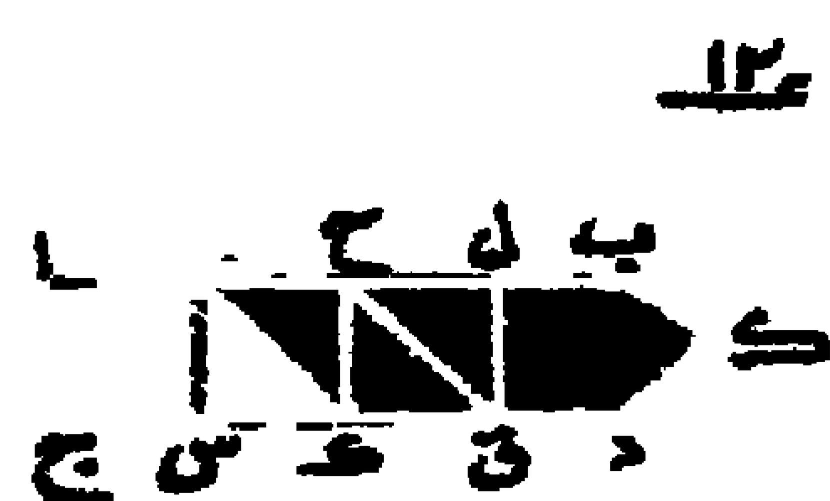
واما الجوهرى رحمة الله عليه فله اصلاح لكتاب الاصول وقد

(١) الشكل الحادى عشر ـ ١١ .

زاد فى مبادى كل فن مقدمات ومصطلحات وفى اشكال الكتاب قريبا من خمسين شكلا فما يتعلق بهذه المسئلة من المبادى قوله كل خطين مختلفين فصل بين الاطول نصفه وفصل من نصفه نصفه كذلك مرارا كثيرة وزيد على الاقصر ضعفه وعلى ما استمع ضعفه كذلك مرارا كثيرة فلا بد من ان يبقى من انصاف الخط الاطول ما هو اصغر من اضعاف الخط الاقصر ومن الاشكال الاشكال الستة التى اولها الثامن والعشرون بحسب ترتيبه فى نسخته وقد ذكر فيه اعنى فى الشكل الاول من الستة ما ذكره صاحب الاصول فى السابع والعشرين مضافا الى دعوى أخرى وآخرها الثالث والثلاثون وقد زاد قبل هذه الاشكال شكلا آخر بعد الثالث عشر من الاصل يذكر فيه ان كل نقطة تخرج منها ثلاثة خطوط مستقيمة فى جهات مختلفة تحيط بثلاث زوايا فالثلاث زوايا معادلة لأربع قوائم فصار بسبب هذه الزيادة سابع نسخة الاصل بعد العشرين ثامنا فى نسخته وهذه نسخة اشكالها الستة المذكورة فنقوله بألفاظه . ٤

(ا) قال شكل (كح) من الاصول فى نسخته اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين مثل خط ــ ح ط ــ وقع على خطى ــ ا ب ــ ج د ــ فصير زاويتى ــ اح ط ــ ح ط د ــ متساويتين فان خطى ــ ا ب ــ ج د ــ متوازيان واذا كانا متوازيين فبعد كل نقطة من خط ــ ا ب ــ من كل نقطة من خط ــ ج د ــ النظيرة لها بعد واحد ابدا اعنى ان بعد النقطة الاولى من خط ــ ا ب من النقطة الاولى من خط ــ ج د ــ كبعد النقطة الثانية من خط ــ ا ب ــ من النقطة الثانية من خط ــ ج د ــ وكذلك بعد النقطة الثالثة من الثالثة والرابعة من الرابعة والزاويتان يقال لهما المتبادلتان .

برهانه ان خطى ــ ا ب ــ ج د ــ اذا اخرجا فى الجهتين لم يلتقيا فان كانا يلتقيان فليلتقيا على نقطة ــ ك ــ فتصير زاوية ــ اح ط ــ الخارجة من مثلث ــ ح ط ك ــ مثل زاوية ــ ح ط ك ــ الداخلة وهو خلف لما بينا فى شكل (يز) وكذلك تبين انهما لا يلتقيان فى الجهة الاخرى فخطا ــ ا ب ــ ج د ــ متوازيان



الرسالة الشافية ص١٩١

متوازيـان .

واقول ان بعد كل نقطة من خط ـ اب ـ من كل نقطة من خط ج د ـ النظيرة لها بعد واحد برهانه ان زاويتى ـ اح ط ـ ط ح ب ـ مثل قائمتين لما بينا فى شكل (يج) وزاويتا ـ ج ط ح ـ ح ط د ـ مثل قائمتين وزاوية ـ اح ط ـ فرضت مثل ـ ح ط د ـ فبقيت زاويـة ـ ط ح ب مثل زاوية ـ ح ط ج ـ ونفصل ط ق ـ ح ع ـ متساويين ونخرج خطى ق ح ـ ع ط ـ فخطا ـ ع ح ـ ح ط ـ مثـل خطى ـ ق ط ـ ط ح وزاويـة ـ ط ح ع ـ فرضت مثل زاوية ـ ق ط ح ـ فقاعدة ـ ع ط مثل قاعدة ـ ح ق ـ وكل زاوية مثل نظيرتها لما تبين فى شكل ـ د ـ فزاوية ح ط ع ـ مثل زاوية ـ ط ح ق ـ ونفصل ـ ح ل ـ مثل ـ ط س ـ ونخرج خطى ـ س ع ـ ل ق ـ فخطا ـ ل ح ـ ح ق ـ مثل خطى ـ س ط ـ ط ع وقد بينا ان زاوية ـ ل ح ق ـ مثل زاوية ـ س ط ع ـ فقاعدة ـ ل ق مثل قاعدة ـ س ع ـ و ـ ع ح ـ فصل مثل ـ ط ق ـ و ـ ح ل ـ مثل ـ س ط ـ وـع ل ـ مثل ـ س ق ـ فبعد نقطة ـ ل ـ من نقطة ـ ق ـ النظيرة لها كبعد نقطة ـ ع ـ من نقطة ـ س ـ النظيرة لها وعلى هذا المثال تبين ان بعد كل نقطة من نظيرتها كبعد الاخرى من نظيرتها وذلك ما اردنا ان نبين(١).

(ب) شكل (كـط) كل مثلث يقطع ضلعان من اضلاعه كل واحد منهما بنصفين ويوصل بينهما بخط فان ضلع المثلث الباقى مثلا ذلك الخط .

مثاله ان مثلث ـ اب ج ـ قطع منه ضلعا ـ اب ـ اج ـ كل واحد بنصفين على نقطتى ـ ه ز ـ واخرج خط ـ ه ز ـ فاقول ان ـ خط ـ ب ج مثلا ـ ه ز ـ .

برهانه ان نقيم على نقطة ـ ج ـ من خط ـ اج ـ مثل زاوية ـ ا ـ بمثل ما بيناه فى شـكل (كد) وهى ـ اج ط ـ فخطا ـ اب ـ ج ط ـ

(١) الشكل الثانى عشر ـ ١٢ .

متوازيان لما بينا فى شكل (كح) ونخرج خط ـ ه ز ـ على استقامة الى نقطة د ـ فزاويتا ـ ا ز ه ـ د ز ج ـ متقابلتان من تقاطع خطى ـ ا ج ـ د ه ـ فهما متساويان لما بينا فى شكل (يو) وزاوية ـ ا ج ط ـ عملت مثل زاوية ا ـ وضلع ـ ا ز ـ قسم مثل ـ ز ج ـ فمثلثا ـ ا ز ه ـ ز ج د ـ متساويان و ـ ه ز ـ مثل ـ ز د ـ و ـ ج د ـ مثل ه ا ـ وزاوية ـ ا ه ز ـ مثل زاوية ز د ج ـ لما بينا فى شكل (كز) و ـ ا ه ـ فصل مثل ـ ب ه ـ و ـ ه د ـ مثل ـ ا ه ز ـ وزاوية ـ ا ه ز ـ قد بيناه انها مثل زاوية ـ ز د ج ـ وهما المتبادلتان فبعد نقطة خط ـ ه ب ـ من نقطة خط ـ ج د ـ بعد واحد لما بينا فى الشكل المتقدم ـ فه د ـ مثل ـ ب ه ـ و ـ د ه ـ قد بينا انه مثلا ـ ه ز ـ فب ج ـ مثلا ـ ه ز ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١).

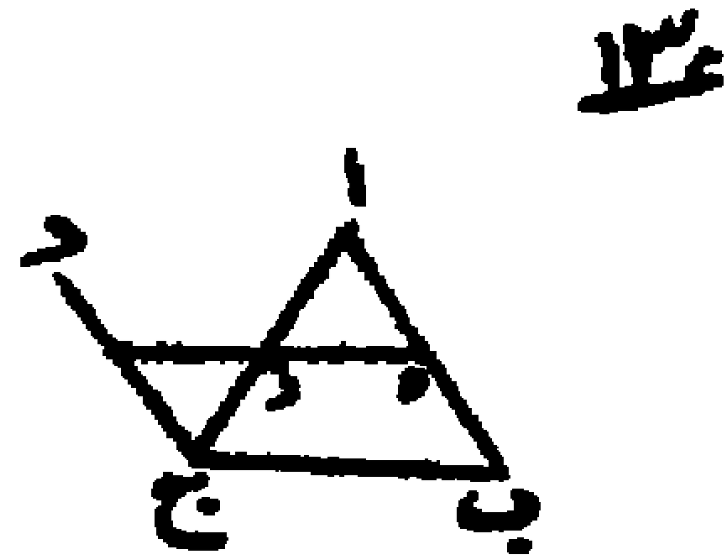
(ج) شكل ـ ل ـ كل زاوية فأنه قد يمكن ان نخرج لها قواعد كثيرة لا تحصى مثال له ان نفرض زاوية ـ ا ب ج ـ كيف ما وقعت فأقول انه قد تقع لزاوية ـ ا ب ج ـ قواعد كثيرة لا تحصى ـ برهانه ان نخرج خط ـ ا ب ـ على استقامة الى نقطة ـ ه ـ فزاويتا ـ ا ب ج ـ ج ب ه ـ مثل زاويتين قائمتين لما بينا فى شكل ـ لج ـ فزاوية ـ ا ب ج ـ اقل من قائمتين بزاوية ـ ج ب ه ـ فنخط على مركز ـ ب ـ وببعد ـ ب د ـ نصف دائرة عليه ـ ز د ك ـ فزك ـ قطر ونقطتا ـ ز د ـ على القوس فيخرج خط ـ ز د ـ قاعدة لزاوية ـ ا ب ج ـ ونخط ايضا على مركز ـ ب ـ وببعد ـ ب س ـ نصف دائرة عليه ـ ط س ح ـ فنقطتا ـ ط س ـ على القوس فنخط خط ـ ط س ـ قاعدة لزاوية ا ب ج ـ وعلى هذا المثال تخرج لزاوية ـ ا ب ج ـ قواعد كثيرة لا تحصى وذلك ما اردنا ان نبين (٢).

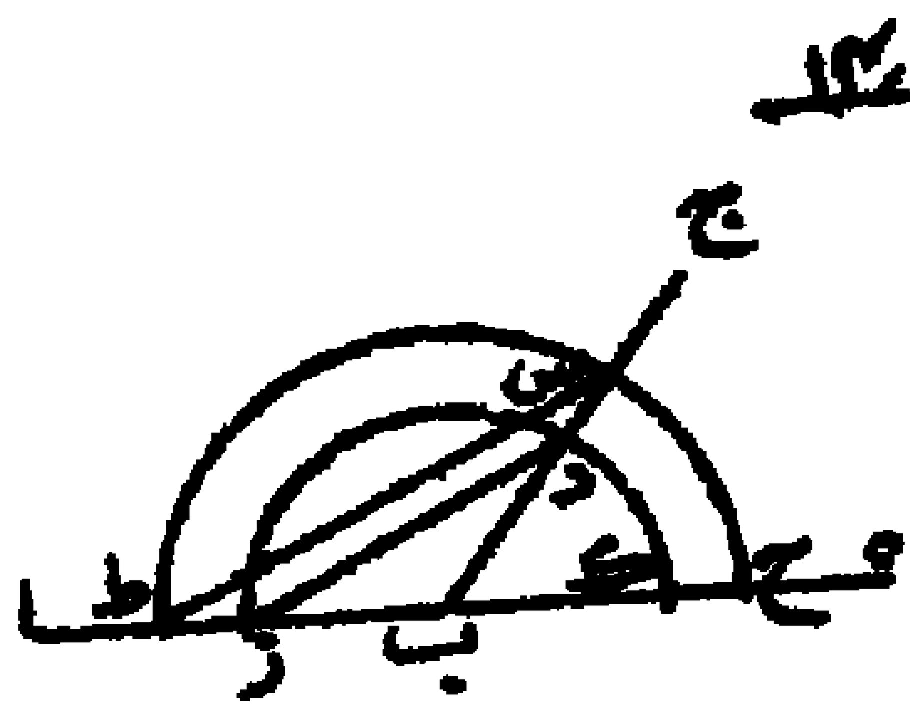
(د) شكل (لا) كل زاوية تقسم بقسمين بخط وتخرج لها قاعدة كيف ما وقعت فيحدث مثلث ثم نفصل من كل واحد من باقى الضلعين المحيطين

---

(١) الشكل الثالث عشر ـ ١٣ (٢) الشكل الرابع عشر ـ ١٤ .

با لزاوية





الرسالة الشافية ص٢٠

ع١٥

الرسالة الشافية ص ٢١

بالزاوية المفروضة خط مثل ضلع المثلث الحادث ونوصل بينهما بخط فان ذلك الخط يقطع من الخط الذى قسمت به الزاوية المفروضة خطا مساويا للخط الذى خرج من الزاوية المفروضة الى قاعدة المثلث الحادث مثاله زاوية ــ ا ب ج مفروضة كيف ما اتفقت ونقسمها بخط ــ ب د ــ ونخرج قاعدة ــ ه ز ــ كيف ما خرجت وذلك ممكن لما بينا فى الشكل المتقدم ونفصل ــ ه ح ــ مثل ح ب ــ و ــ ز ط ــ مثل ــ ب ز ــ بمثل ما بينا فى شكل ــ ج ــ ونخرج خط ح ت ط .

فاقول ان ــ س ت ــ مثل ــ س ب ــ برهانه انه ان لم يكن مثله فهو اقصر او اطول منه فليكن اولا اطول منه ونفصل ــ س ك ــ مثل ــ س ب ونخرج خطى ــ ح ك ــ ك ط ــ فه ح ــ فصل مثل ــ ه ب ــ و ب س ــ مثل س ك ــ فح ك ــ مثلا ــ ح س ــ لما بينا فى شكل (كط) وكذلك ــ ك ط ــ مثلا س ز ــ فخطا ــ ح ك ــ ك ط ــ مجموعان مثلا خط ــ ه ز ــ وايضا ــ ه ح ــ مثل ه ب ــ و ز ط ــ مثل ــ ز ب ــ فخط ــ ح ت ط ــ مثلا خط ــ ه ز ــ فخط ح ت ط ــ من مثلث ــ ح ك ط ــ اذا مثل خطى ــ ح ك ــ ك ط ــ مجموعين هذا خلف لما بينا فى شكل (كا) وكذلك يكون خط ــ ح ت ط ــ مثل خطى ل ط ــ ح ل ــ مجموعين من مثلث ــ ح ل ط ــ ويظهر الخلف فخط ــ ح ت ط يفصل ــ س ت ــ مثل خط ــ س ب ــ وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(ه) شكل (لب) كل زاوية تقسم بقسمين بخط ونعلم على ذلك الخط نقطة كيف ما وقعت فانه يخرج من تلك النقطة خط فى الجهتين تكون قاعدة للزاوية المفروضة .

مثاله ان نفرض زاوية ــ ا ب ج ــ كيف ما وقعت ونقسمها بخط ــ ب د ــ ونعلم على خط ــ ب د ــ نقطة ــ ه ــ كيف ما وقعت .

فاقول انه يخرج من نقطة ــ ه ــ قاعدة لزاوية ــ ا ب ج ــ المفروضة

(١) الشكل الخامس عشر ــ ١٥

برهانه ان نخرج ـ خط ـ ا ب ـ فى جهته على استقامة ولا نجعل له غاية ونخط على مركز ـ ب ـ ببعد ـ ب ه ـ نصف دائرة ـ ط ك ل ـ فخط ـ ط ل ـ قطر الدائرة وتقطعها ـ ط ك ـ على القوس فنخرج خط ـ ط ك ـ قاعدة لزاوية ـ ا ب ج ـ المفروضة فاذا اردنا ان نزيد على ب ع ـ مايكون من ـ د ع ـ ضعفه فصلنا من ـ ط ا ـ مثل ـ ط ب ـ ومن ك ج ـ مثل ـ ك ب ـ ووصلنا بينهما بخط فيكون الخط الزائد ـ على ـ ب ع ـ مثل ـ ب ع ـ لما بينا فى الشكل المتقدم وعلى هذا المثال نضعفه ونضعف اضعافه فخطا ـ ب ه ـ ب ع ـ مختلفان فاذا قسم ـ ب ه ـ بنصفين و نصفه بنصفين كذلك مرارا كثيرة وزيد على ـ ب ع ـ مثله وعلى ما يجتمع مثله مرارا كثيرة فسيبقى من انصاف ـ ب ه ـ ما هو اقصر من ـ ب ع ـ اذا اضعف لما ذكرنا فى صدر هذا القول فليكن ـ ب س ـ اقصر من ـ ب ع ـ وليكن ربع ـ ب ه ـ ونقيم على نقطة ـ س ـ من خط ـ ب س ـ فى الجهتين مثل زاويتى ط ب ع ـ ب ع ك ـ بمثل ما بينا فى شكل ـ (كد) وهما زاويتا ـ ن س ب ـ ب س ن ـ وزاويتا ـ ط ع ب ـ س ع ك ـ مثل قائمتين لما بينا فى شكل (يج) ـ وزاويتا ـ س ـ عملتا مثلهما كل واحدة مثل نظيرتها فهما مثل قائمتين فخطا ـ س ن ـ ق س ـ قد اتصلا على استقامة وصارا خطا وحدا لما بينا فى شكل (يه) وزاويتا ـ ب س ن ـ ق س ح ـ متقابلتان من تقاطع خطى ب ه ـ ق ن ـ فهما متساويتان لما بينا فى شكل (يو) وزاوية ـ ب س ن ـ عملت مثل زواية ـ ب ك ع ـ فزاوية ـ ق س ع ـ مثل زاوية ـ ب ع ك ـ وهما المتبادلتان فخطا ـ ق ن ـ ط ك ـ متوازيان لما بينا فى شكل (كح) فخطا ـ ق ن ـ ط ك ـ لا يلتقيان ولابد من ان يخرج خطا ـ ق س ـ س ن ـ من متلقى ـ ب ط ع ـ ب ع ك ـ اذا اخرجا على استقامة فيلتقيان على خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ ونفصل ـ ق ز ـ مثل ـ ق ب ـ و ـ ن ف ـ مثل ـ ن ب ـ ونخرج خط ـ ح ف ـ فيكون ـ س ح ـ مثل ـ س ب ـ لما ذكرنا فى الشكل

المتقدم

ع١٦

الرسالة الشافية ص٢٣

المتقدم – فح ب – نصف – ه ب – ونفصل – ز ا – مثل ز ب – و ف ت – مثل – ف ب – و نخرج خط – ا ه ت – و – ه ح – مثل – ح ب – فقد جازت قاعدة – ا ت – على نقطة – ه – المفروضة وذلك ما اردنا ان نبين . (١)

(و) شكل (لج) اذا اخرج خطان من خط فى جهة على اقل من زاويتين قائمتين التقيا فى تلك الجهة .

مثاله ان خطى – ا ب – ج د – خرجا من خط – ب د – على زاويتى ا ب د – ج د ب – وهما اقل من قائمتين فاقول ان خطى – ا ب – ج د – اذا اخرجا على استقامة التقيا .

برهانه ان نخرج خط – ب د – على استقامة الى نقطتى – ه – ح ونفصل – ب ط – مثل – ب د – بمثل ما بينا فى شكل – ج – وزاويتا – ا ب د – ج د ب – فرضتا اقل من قائمتين فتلقى زاوية – ا ب د – المشتركة فتبقى زاوية – ا ب ه – اعظم من زاوية – ج د ب – فنقيم على نقطة – ب – من خط – ا ب – زاوية مثل زاوية – ج د ب – وهى زاوية – ا ب ز – من نقطة – ط – خط – ك ل – قاعدة لزاوية – ا ب د – بمثل ما بينا فى شكل (لب) فزاوية – ك ط ب – الخارجة من مثلث – ط ب ل – اعظم من زاوية – ط ب ل – الداخلة بما بينا فى شكل – (كج) فنقيم على نقطة – ط – من خط – ب ط – زاوية – ب ط ع – مثل زاوية – ط ب ل – وزاوية – ز ب ا – عملت مثل زاوية – ج د ب – فزاويتا – ب ط ع – ع ب ط – مثل زاويتى – ا ب د – ج د ب – كل واحدة مثل نظيرتها و – ب ط – فصل مثل – ب د – فخطا – ا ب – ج د – اذا اخرجا التقيا لأنا اذا ركبنا – ب د – على – ب ط – نركب عليه لأنه مثله ونركب زاوية – ج د ب – على زاوية ع ز ط – لأنها مثلها ونركب – د ج – على – ب ع – ونركب زاوية ط ب د – على زاوية – ب ط ع – لأنها مثلها ونركب – ب ا – على – ط ع

(١) الشكل السادس عشر – ١٦ – .

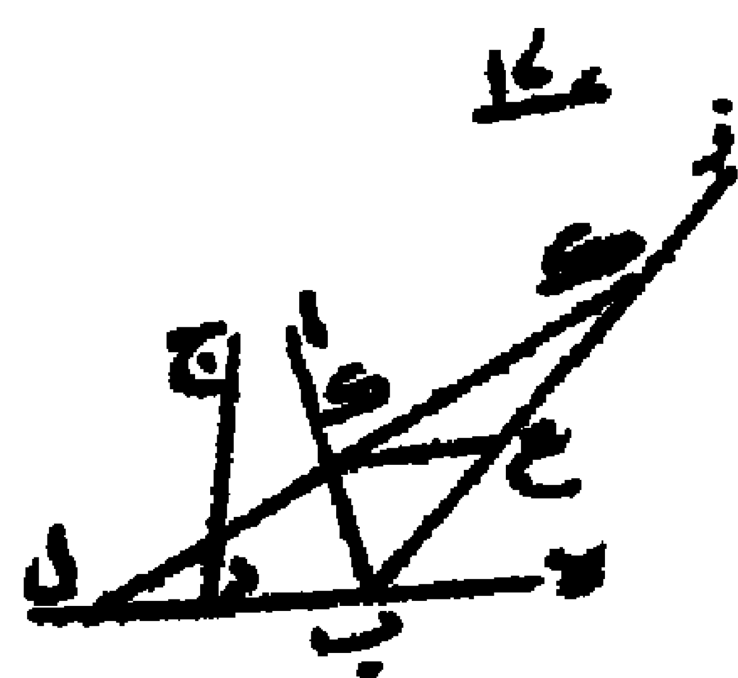
فاذا اخرجا خطا ـ ب ا ـ ج د ـ على استقامة استقاما على خطى ـ ب ع ـ ط ع ـ فالتقيا على نقطة ـ ع ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١) هذا آخر كلام الجوهرى فى هذه المسئلة .

واقول ان سياقته لسياقة لطيفة وترتيب اشكاله ترتيب حسن لولا استعماله مقدمة مغالطية وذلك ان الحاصل من اثبات الدعوى الاولى فى الشكل الاول من هذه الاشكال انه اذا وقع خط على خطين وصير المتبادلتين متساويتين فالخطان متوازيان ولا يلزم من هذه الدعوى وثبوتها وجوب كون سائر الخطوط الواقعة عليهما بصفة الخط الاول فى تسوية المتبادلتين ولا امتناع فى ذلك ومن اثبات الدعوى الثانية فيه المضافة الى الدعوى الاولى انه اذا فرض اربع نقط على ذينك الخطين المتوازيين الذين عليهما الخط الموصوف عن جنبتى الموقعين كل ثنتين عن جنبتى موقع على وجه يكون بعد المتيامنة عن الموقع الذى على خطها مساويا لبعد المتياسرة عن الموقع الآخر فان البعد بين المتيامنتين تساوى البعد بين المتياسرتين وايضا يكون بعد كل نقطة عن الموقع الذى ليس على خطها مساويا لبعد مقاطرتها عن الموقع الآخر مثاله خطا ـ ا ب ـ ج د ـ وقع عليهما خط ـ ه ز ـ بالصفة المذكورة وفرضت نقط ـ ح ط ـ ى ك ـ الاربعة عن جنبتى موقعى ـ ه ز ـ على وجهه يكون بعد ـ ح ـ عن ـ ه ـ كبعد ـ ك ـ عن ـ ز ـ وبعد ـ ط ـ عن ـ ه ـ كبعدى ـ ى ـ عن ـ ز ـ فيجب ان يكون بعد ـ ح ـ عن ـ ز ـ كبعد ـ ك ـ عن ـ ه ـ وبعد ـ ط ـ عن ـ ز ـ كبعد ـ ى ـ عن ـ ه ـ وايضا بعد ـ ح ـ عن ـ ى ـ كبعد ـ ط ـ عن ـ ك ـ ولا يلزم منه اصلا ان تكون ابعاد النقط المفروضة على احدى الجنبتين عن نظائرها متساوية مثلا ان يكون بعد ـ ح ـ عن ـ ى ـ كبعد ـ ا ـ عن نظيرتها اويكون بعد نقطة عن نظيرتها كبعد احد الموقعين عن الآخر .

وبالجملة لايلزم منه تساوى ابعاد نقط ليست على هذه الصفة المذكورة لأن البرهان لايفيد الحكم الكلى فى سائر النقط ولايلزم من تساوى ابعاد نقط

---

(١) الشكل السابع عشر ـ ١٧ ـ .



الرسالة الشافية ص٢٣

١٨٢

لحه طب

ح ځ ء ـ د

الرسالة الشافية ص٢٥

موصوفة بصفه ان تكون ابعاد ما لا توصف بتلك الصفة متساوية بل ربما تكون غير متساوية كما لا يلزم من وجوب تساوى كل وترين يقعان فى دائرة عن جنبتى المركز على بعدين متساويين منه تساوى وترين آخرين من الاوتار الواقعة فيها ثم انه احتاج فى الشكل الثانى من اشكاله الى بيان تساوى خطى ــ ه د ــ ب ٣ ج ــ اللذين احدهما قاعدة المثلث والآخر خط يمر بمنتصف ضلعيه فاحال تساويهما على البرهان المذكور فى الشكل المتقدم وهو لا يعينه لأن نقط ــ ه ب ــ ج د ــ ليست موصوفة بالصفة المذكورة فى البرهان فان الخط الواقع على خطى ــ ا ب ط ج ــ الذى يصير المتبادلتين متساويتين اما ان يكون خط ــ ه د ــ ويكون اثنتان من تلك النقط هما الموقعين بعينهما والاخريان عن احدى جنبتيهما (١) .

وقد بينا انه لم يلزم من برهانه تساوى ابعادها واما ان يكون خط ا ج ــ وتكون واحدة منها اعنى نقطة ــ ج ــ هى احدى الموقعين واثنتان ب عن احدى الجنبتين وهما ــ ه ب ــ والرابعة عن الجنبة الاخرى وهى ــ د ــ ولا يلزم ايضا من برهانه تساوى ابعاد مثل هذه النقط اذ لم يكن برهانه مفيدا تساوى ابعاد كل نقطة من نظيرتها على اى وجه يتفق ان يقعا حتى يكون الحكم عاما شاملا لجميع النقط ويصح الحاق هاتين النقطتين به بل افاد تساوى ابعاد نقط موصوفة بصفة مفقودة فى هذه النقط كما ذكرنا فالحاقها بها فى الحكم خروج عن قانون صناعة البرهان وصاحب المنطق رتب امثال هذا الغلط فى كتابه الموسوم بسوفسطيقا فى باب اعتبار الحمل وهو الصنف الذى يعرض بسبب ترك اعتبار شرط التقييد والاطلاق من الاغلاط او المغالطات ولما اختل حكم الشكل الثانى من اشكاله اختل حكم الشكل الرابع و مابعده فان ذلك كله مبنى عليه.

واما المقدمة التى بنى الشكل الخامس عليها الحاكمة بوجوب زيادة اضعاف اقل مقدارين متناسبين من جنس واحد على انصاف اكثرهما وهى التى صادربها فى اول المقالة فهى بينة بنفسها حقة وقدمر الكلام فى امثالها ولو اقتصر على الاضعاف وحدها والانصاف وحدها لكفاه الا انه اراد بذلك تاكيدا

---

(١) الشكل الثامن عشر ــ ١٨ ــ ٠

فى الوضوح وزيادة فى البيان فهذا ما اردت تقديمه من اقتصاص كلام من عثرت على كلامه فى هذه المسئلة والاشارة الى ما خطر ببالى من وجه الخلل فيه وفى نيتى ان اضيف اليه ما لعلى اعثر به من كلام غيرهم ان وفق الله تعالى فى المستقبل من الزمان لتكون الرسالة وافية باشباع القول فى الخطوط المتوازية متنافية عن الشكوك الواردة عليها وتكون تذكرة لى ولمن ذهب مذهبى من المشتغلين المسترشدين فى محاولة تحقق الحق وتلخيصه عما يشبهه والله خير موفق ومعين .

فصل

فى البرهان على المطلوب بوجه لاح لى

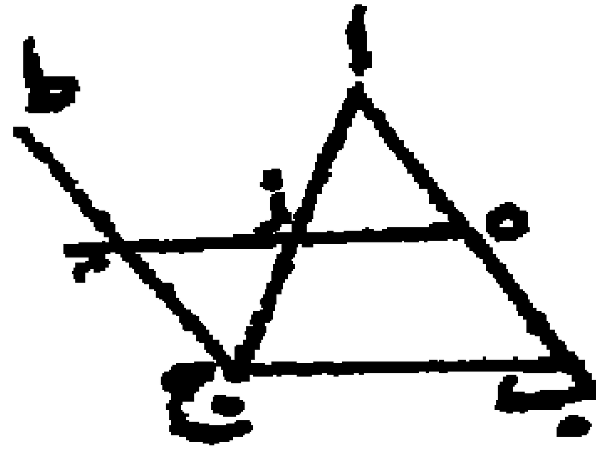
واما الطريقة التى اتضحت لى بعد مطالعة كلام هؤلاء الافاضل فهى هذه التى ترتبت فى سبعة اشكال اثنان منها مطابقان لاثنين من اشكال الخيامى وهما الثانى والرابع من هذه الاشكال فانهما الاول والرابع من اشكاله بعينهما وليكن من مفتتح كتاب الاصول الى الشكل الثامن والعشرين من المقالة الاولى سوى المصادرة المشكوك فيها مسلما عند الناظر فى هذه الاشكال .

الشكل الاول

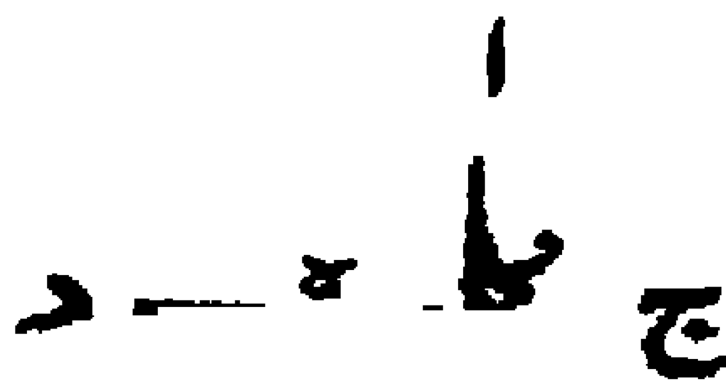
اقصر الخطوط الخارجة من كل نقطة الى كل خط ليست هى عليه ولا هو بمحدود الطرفين المسمى ببعد تلك النقطة عن ذلك الخط هو العمود الخارج منها اليه مثاله خط ـ اب ـ عمود خرج من نقطة ـ ا ـ الى خط ج د ـ .

فأقول انه اقصر خط يمكن ان نخرج منها اليه ـ برهانه نخرج خط ا ه ـ منها اليه ايضا فيحدث مثلث ـ اب ه ـ وتكون زاوية ـ ب ـ فيه قائمة فتكون زاوية ـ ه ـ اقل من قائمة لأن كل زاويتين من مثلث تكون اقل من قائمتين كما تبين فى شكل (يز) فيكون ـ اب ـ الذى هو وتر زاوية ـ ه ـ الصغرى اقصر من ـ ا ه ـ الذى هو وتر زاوية ـ ب ـ الكبرى على ما تبين فى شكل ـ (يط)

ع١٩



ع٢٠



الرسالة الشافية ص٢٧

(يط) ـ وهكذا نقول فى كل خط يفرض خارجا من نقطة ـ ا ـ الى خط ـ ج ه ـ فا ب ـ ا قصر الخطوط الخارجة منها اليه وهو المسمي ببعدها عنه حسب ما اصطلح عليه اهل الصناعة وصرح به صاحب الاصول فى صدر المقالة الثالثة وذلك ما اردنا ان نبين . (١)

الشكل الثانى

اذا قام عمودان متساويان على خط مستقيم ومر بطرفيهما خط مستقيم آخر فانه تحدث بينهما زاويتين متساويتين مثاله عمودا ـ ا ب ـ ج د ـ متساويان قاما على خط ـ ب د ـ وقد مر بطرفيهما خط ـ آخر(٢) ـ واحدث زاويتي ـ ب ا ج ـ د ج ا ـ

فأقول انهما متساويتان برهانه نخرج خطي ـ ا د ـ ج ب ـ متقاطعين على نقطة ـ ه ـ فيكون ضلعا ـ ا ب ـ ب د ـ من مثلث ـ ا ب د مساويين لضلعي ـ ج د ـ ا ب ـ من مثلث ـ ج د ب ـ وزاويتا ـ ا ب د ج د ب ـ متساويتان لانهما قائمتان فتكون اذا قاعدتا ـ ا د ـ ج ب ـ متساويتين وزاويتا ـ ب ا د ـ د ج ب ـ وزاويتا ـ ا د ب ـ ج ب د ـ ايضا متساويتين لما مر فى شكل (د) فيكون ساقا ـ ب ه ـ د ه ـ متساويين لما مر فى شكل (و) ويبقى ـ ا ه ـ ج ه ـ من ـ ا د ـ ج ب ـ المتساويين ايضا متساويين فتكون زاويتا ـ ه ا ج ـ ه ج ا ـ متساويتين لما مر فى شكل (ه) وقد كانت زاويتا ـ ب ا د ـ د ج ب ـ متساويتين بجميع زاوية ـ ب ا ج ـ مساوية لجميع زاوية ـ د ج ا ـ وذلك ما اردنا ان نبين (٣) وظاهر من حكم شكل (كح) ان هذين العمودين متوازيان .

الشكل الثالث

اذا قام عمودان متساويان على خط مستقيم ومر بطرفيهما خط آخر مستقيم فانه تحدث بينهما زاويتين قائمتين مثاله عمودا ـ ا ب ـ ج د ـ

---

(١) الشكل التاسع عشر ـ ١٩ (٢) د ـ ا ج ـ (٣) الشكل العشرون ـ ٢٠

المتساويان تا ما على خط ـ ب د ـ ومر بطرفيهما خط ـ ا ج ـ

فأقول ان زاويتى ـ ب ا ج ـ د ج ا ـ المتساويتان تا ثمتان برهانه انهما ان لم تكونا قائمتين فهما اما ان تكونا منفرجتين معا اوحادتين معا ولنفرضهما اولا منفرجتين ونخرج فى الصورة الاولى من نقطة ـ ا ـ عمود ـ ا ه ـ على خط ـ ا ج ـ كما ظهر فى شكل ـ (يا) ـ فيقع لامحالة داخل خطى ا ب ـ ج د ـ وتكون زاوية ـ ا ه د ـ الخارجة من مثلث ـ ا ب ه ـ القائم الزاوية اكبر من الزاوية القائمة الداخلة لما تبين فى شكل (يو) فتكون منفرجة ايضا ثم نخرج من نقطة ـ ه ـ عمود ـ ه ز ـ على خط ـ ب د ـ ويقع بين خطى ـ ا ه ـ ج د ـ وتكون زاوية ـ ه ز ج ـ الخارجة من مثلث ـ ه ا ز ـ اكبر من زاوية ـ ا ـ الداخلة القائمة فتكون منفرجة ايضا ثم نخرج من نقطة ـ ز ـ عمود ـ ز ح ـ على خط ـ ا ج ـ ايضا وعلى هذا الترتيب نخرج الاعمدة ما اتفق اذ هى لا تقف عند نهاية وتكون الاعمدة الخارجة من النقطة الواقعة على خط ـ ا ج ـ القائمة على خط ـ ب د ـ وهى اعمدة ـ ا ب ـ ز ه ـ ط ح ـ متزائدة الاطوال على الولاء واقصرها عمود ـ ا ب ـ لأنه يوتر زاوية ـ ا ه ب ـ الحادة فى مثلث ـ ا ب ه ـ فهو اقصر من ـ ا ه ـ الذى يوتر زاوية ـ ا ب ه ـ القائمة لما تبين فى شكل (يط) و ـ ا ه ـ الذى يوتر زاوية ـ ا ه ز ـ الحادة فى مثلث ـ ا ه ز ـ اقصر من ـ ز ه ـ الذى يوتر زاوية ـ ه ا ز ـ القائمة ـ فـ ا ب ـ اقصر من ـ ز ه ـ وكذلك تبين ان ـ ز ه ـ ايضا اقصر من ـ ح ط ـ و ـ ط ح ـ من الذى يليه وهلم جرا فتبين من ذلك ان كل ما قرب من ـ ا ب ـ من تلك الأعمدة يكون اقصر مما بعد عنه فابعاد النقط التى هى مخرج الاعمدة الخارجة من خط ـ ا ج ـ على خط ـ ا ب ـ متزائدة الاطوال على الترتيب فى جهة ـ ج ـ فاذا خط ـ ا ج ـ يذهب فى جهة ـ ج ـ متباعدا عن خط ـ ب د ـ وفى جهة ـ ا ـ متقاربا اليه ولكن زاوية ـ د ج ا ـ ايضا منفرجة بالفرض ومساوية لزاوية ـ ب ا ج ـ بحكم الشكل المتقدم

علا



الرسالة الشافية ص٢٩

المتقدم فتبين بهذا التدبير ايضا ان خط ـ ج ا ـ تذهب فى جهة ـ ا ـ مباعدا عن خط ـ د ب ـ وفى جهة ـ ج ـ مقارنا اليه وقد كان بالضد هذا خلف فليست زاويتا ـ ب ا ج ـ د ج ا ـ منفرجتين ثم نفرضهما حادتين و نقيم الاعمدة المتوالية على الوجه المذكور كما فى الصورة الثانية الا انا نبتدئ باخراج العمود من نقطة ـ ب ـ على خط ـ ا ج ـ كما تبين فى شكل (يب) فيقع داخل خطى ـ ا ب ـ ج د ـ اذا كانت زاوية ـ ا ـ حادة ولا يمكن ان يقع خارجا فيجتمع فى مثلث قائمة ومنفرجة ثم ندبّر التدبير السالف ونبين ان خط ـ ا ج ـ يذهب فى جهة ـ ج ـ مقارنا الى خط ـ ب د ـ وفى جهة ـ ا مباعدا عنه ثم نبين باستيناف العمل من جانب ـ ج ـ انه يذهب مقارنا فى الجهة التى كان مباعدا فيها مباعدا فى الجهة التى كان مقارنا هذا خلف فاذا زاويتا ـ ب ا ج ـ د ج ا ـ ليستا منفرجتين ولا حادتين فهما اذا قائمتان وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

(الشكل الرابع)

كل ضلعين متقابلين من سطح ذى اربعة اضلاع قائم الزوايا متساويان مثاله سطح ـ ا ب ج د ـ قائم الزوايا .

فاقول ان ضلعى ـ ا ب ـ ج د ـ منه متساويان وكذلك ضلعا ا ج ـ ب د ـ برهانه ان لم يكن ـ ا ب ـ مساويا ـ لج د ـ فليكن ـ ج د اطولهما ونفصل منه ـ د ه ـ بقدر ـ ب ا ـ كما تبين فى شكل (ج) ونخرج ا ب ـ فيكون عمود ـ ا ب ـ ه د ـ المساويان الخارجان من طرفى خط ـ ب د ـ قدمر بطرفيهما خط ـ ا ه ـ فزاويتا ـ ب ا ه ـ د ه ا ـ قائمتان لكن زاوية ب ا ج ـ كانت قائمة فزاويتا ـ ب ا ه ـ ب ا ج ـ العظمى والصغرى متساويتان هذا خلف .

وايضا زاوية ـ ا ه د ـ الخارجة من مثلث ـ ا ه ج ـ وزاوية ا ج ه ـ الداخلة متساويتان وذلك ايضا خلف لما تبين فى شكل (يو) فاذا

---

(١) الشكل الحادى والعشرون ـ ٢١ ـ .

ضلع ــ ا ب ــ مسا ولضلع ــ ج د ــ وبمثله تبين ان ضلع ــ ا ج ــ ايضا مسا و لضلع ــ ب د ــ وذلك ما اردنا ان نبين (١) ·

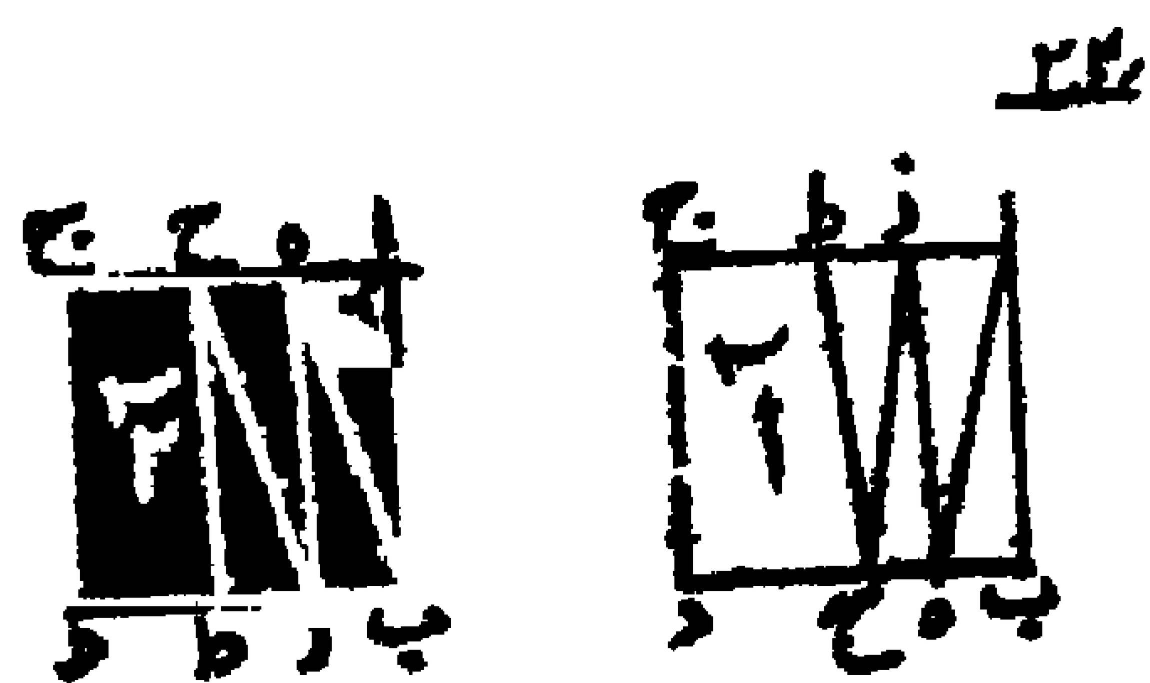
(الشكل الخامس)

اذا وقع خط مستقيم على عمودين قائمين على خط مستقيم آخر كيف ما اتفق فانه تصير الزاويتين المتبادلتين متساويتين وتصير الزاوية الخارجة مثل الداخلة وتصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة مساويتين لقائمتين مثاله خط ا ب ــ وقع على عمودى ــ ج د ــ ه ز ــ القائمين على خط ــ د ز ــ وقطعهما على نقطتى ــ ح ــ ط ــ كيف ما اتفق فأقول ان زاويتى ــ د ح ط ــ ه ط ح المتبادلتين متساويتان وكذلك زاويتا ــ ا ح ج ــ ا ط ه ــ الداخلة والخارجة وان زاويتى ــ ج ح ط ــ ه ط ح ــ اللتين فى جهة ــ ج ه ــ مساويتان لقائمتين ·

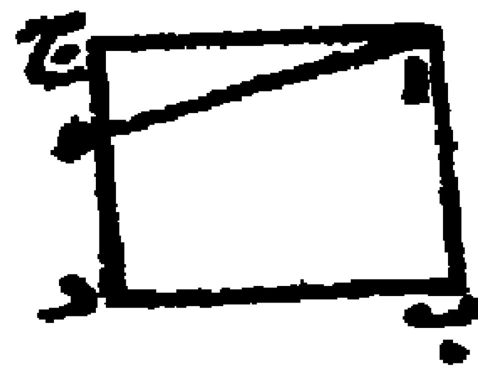
برهانه ان كان خط ــ ط ز ــ مساويا لخط ــ ج د ــ كانت جميع الزوايا المحيطة بنقطتى ــ ح ــ ط ــ قوائم فتساوت الزوايا المذكورة وحق الخبر وان لم يكن مساويا له فليكن ــ ح د ــ اعظمهما ونفصل منه بقدر ــ ط ز ــ وهو د ك ــ ونصل ــ ك ط ــ فزاويتا ــ د ك ط ــ ز ط ك ــ قائمتان كما تبين فى ثالث هذه الاشكال ونفصل من ــ ه ط ــ بقدر ــ ح ك ــ وهو ــ ط ل ــ ونصل ــ ح ل ــ فزاويتا ــ ك ح ل ــ ط ل ح ــ ايضا قائمتان وضلعا ــ ح ك ك ط ــ المحيطان بزاوية ــ ح ك ط ــ القائمة متساويان لضلعى ــ ط ل ــ ل ح المحيطان بزاوية ــ ط ل ح ــ القائمة فتكون زاوية ــ ك ح ط ــ مساوية لزاوية ح ط ل ــ لما تبين فى شكل (د) وهما المتبادلتان وايضا فزاوية ــ ا ح ج ــ مساوية لزاوية ــ ك ح ط اعنى مقابلها لما تبين فى شكل (يه) وهى مساوية لزاوية ــ ا ط ه ــ فزاوية ــ ا ح ج ــ مساوية لزاوية ــ ا ط ه ــ وهما الداخلة والخارجة وايضا جميع زاويتى ــ ا ح ج ــ ج ح ط ــ متساويتان لقائمتين بحكم شكل (لج) وزاوية ــ ا ح ج ــ مساوية لزاوية ــ ا ط ه ــ فجميع

زاويتى

(١) الشكل الثانى والعشرون ٢٢ ·



٢٣ظ



الرسالة الثانية ص ٣١

زاويتي ـ ب ح ج ـ ا ط ه ـ الداخلتين اللتين فى جهة واحدة متساويتان قائمتين وذلك ما اردنا ان نبين وهنا لك استبان ان كل خط يقع على هذين العمودين ويكون على احدهما عمودا فانه يكون على الآخر ايضا عمودا(١) .

الشكل السادس

اذا تقاطع خطان مستقيمان غير محدودى الطرفين على زوايا غير قوائم وقام عمود على احدهما فانه اذا اخرج قاطع الآخر فى احدى جهتيه وهى جهة الحادة من الزوايا الواقعة بين العمود والخط الذى يقطعه العمود مثاله خطا ا ب ـ ج د ـ تقاطعا على نقطة ـ ه ـ وزوايا هما غير قوائم وقد قام عمود ح ز ـ على خط ـ ج د ـ .

فاقول أنه اذا اخرج قاطع خط ـ ا ب ـ فى احدى الجهتين(٢) برهانه لتكن زاوية ـ اه ج ـ من زاويتى ـ اه ج ـ ج ه ب ـ المختلفتين المساويتين معا لقائمة بحكم شكل (لج) هى الحادة ونفرض نقطة ـ ط ـ على خط ـ ا ه ـ كيف وقعت ونخرج عمود ـ ط ك ـ على خط ـ ج د ـ كما تبين فى شكل (يب) ولا يخلوا ما ان تقع نقطة ـ ك ـ فيما بين ـ ه ز ا ـ وعلى نقطة ـ ز ـ اوخارجا عنه فى جهة ـ ج ـ فان وقعت فيما بين ـ ه ز ـ فلنفرض خطا مستقيما مساويا لخط ـ ه ك ـ وهو خط ـ ق ص ـ ونخرجه فى جهة ـ ص ونفصل منه امثالا له كما تبين فى شكل ـ ج ـ مرة بعد اخرى الى ان يزيد مجموع تلك الاضعاف لخط ـ ق ص ـ على خط ـ ه ز ـ وهو ـ ق ث ـ ولتكن تلك الاضعاف هى اقسام ـ ق ص ـ س ش ـ ش ت ـ ت ث ـ فكل واحد منها مساو لخط ـ ه ك ـ ثم نفصل من خط ـ ا ه ـ بقدر خط ـ ط ه ـ خطوطا متوالية عدتها تلك العدة وهى ـ ه ط ـ ط س ـ س ع ـ ع ف ـ ثم نخرج من نقط . س ع ع ف ـ اعمدة ـ س ل ـ ع م ـ ف ن ـ كلها على خط ـ ج د ـ لما تبين فى شكل (يب) ونخرج من نقطة ـ ط ـ عمود ـ ط ى على خط ـ س ل ـ فتكون فى مثلثى ـ ه ك ط ـ ط ى س ـ زوايتا ـ ه ط ك

---

(١) كذا (٢) الشكل الثالث والعشرون ـ ٢٣ .

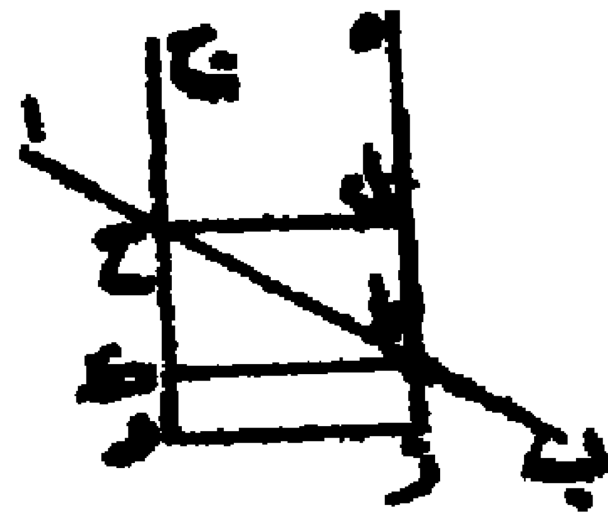
ه س ى ـ الداخلة والخارجه متساويتين بحكم الشكل المتقدم اذ عمود ا ـ ط ك س ل ـ قائمان على خط ـ ل ك ـ ووقع عليها خط ـ س ه ـ وزاويتا ـ ه ك ط ـ ط ى س ـ قائمتان وضلعا ـ ه ط ـ ط س ـ متساويان فيكون اذا مثلثا س ى ط ـط ك ه ـ متساويين لما بينا فى شكل (كو)وضلع ـ ى ط ـمساويا لضلع ـ ه ك ـ لكن ذوا ربعة اضلاع ـ ى ط ـ ل ك ـ قائم الزوايا لان زوايا ـ ل ك ى ـ فرضت قوائم فزاوية ـ ط ـ ايضا قائمة لما تبين فى الشكل المتقدم فضلعا ـ ى ط ـ ل ك ـ المتقابلان متساويان لما تبين فى رابع هذه الاشكال فخطا ـ ه ك ـ ك ل ـ متساويان .

وتبين بمثل هذا البيان ان خطى ـ ل م ـ م ن ـ ايضا متساويان وان جميع خطوط ـ ه ك ـ ك ل ـ ل م ـ م ن ـ متساوية فجميع هذه الخطوط اعنى خط ـ ه ن ـ مساوية لجميع اقسام ـ ق س ـ ص ش ـ ش ت ـ ت ث اعنى خط ـ ق ث ـ لأن عدتها كعدتها وكل خط منها مساو لخط ـ ه ك ـ ولكن خط ـ ق ث ـ اطول من خط ـ ه ز ـ و ـ ه ن ـ اطول ايضا منه فتقع لامحالة نقطة ـ ن ـ خارجة عن ما بين ـ ه ز ـ فى جهة ـ ج ـ ويكون عمود ه ز ـ داخل مثلث ـ ف ن ه ـ فاذا اخرج عمود ـ ز ح ـ الموازى لعمود ف ن ـ حتى يخرج من مثلث ـ ف ن ه ـ فانه يقاطع لامحالة ضلع ـ ا ب وا ما ان وقعت نقطة ـ ك ـ على نقطة ـ ز ـ يطابق العمودان اوخارجا عن ما بين ـ ه ز ـ وكان عمود ـ ح ز ـ داخل مثلث ـ ط ك ه ـ فالحكم اظهر وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

وقد استبان ان التلاقى يقع فى جهة الزاوية الحادة اعنى زاوية ـ ا ه ز والقضية المستعملة فى هذا الشكل الثالثة بامكان اخذ اضعاف لا تصر خطين محدودى الطرفين يزيد على اطولها هى التى عرفنا حالها وذكرنا انها بينة بنفسها وقد استعملها صاحب الاصول فى الشكل الاول من المقالة العاشرة على وجه يعم جميع انواع المقادير من غير ان صادر بها فى موضع من كتابه .

---

(١) الشكل الرابع والعشرون ـ ٢٤ .   (٤)   الشكل



الشكل السابع المشتمل على بيان المصادرة

اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقمين وصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة اقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة التقيا مثاله خط ــ ا ب ــ وقع على خطى ــ ج د ــ ه ز ــ فحدث زاويتا ــ ج ح ط ه ط ح ــ وهما اقل من قائمتين .

فاقول ان خطى ــ ج د ــ ه ز ــ اذا اخرجا فى جهة ــ ج ــ التقيا برهانه ان كان احدى زاويتى ــ ج ح ط ــ ه ط ح ــ قائمة فتكون الاخرى لا محالة حادة وحينئذ يكون احد خطى ــ ج ه ــ ه ز ــ مقاطعا لخط ــ ا ب ــ على زوايا غير قوائم والآخر عمودا عليه فاذا اخرجنا التقيا فى جهة الحادة لما تبين فى الشكل المتقدم وان كانت احداهما منفرجة فلنكن هى زاوية ــ ج ح ط ــ ونخرج من نقطة ــ ح ــ عمود ــ ح ى ــ على خط ــ ج د ــ كما تبين فى شكل (يا) ومن نقطة ــ ط ــ عمود ــ ط ك ــ عليه ايضا كما تبين فى شكل (يب).

ثم نقول من اجل ان زاويتى ــ ج ح ط ــ ز ط ح ــ جميعا كانتا اقل من قائمتين وزاوية ــ ج ح ى ــ قائمة تكون زاويتا ــ ى ح ط ــ ح ط ى ــ مجموعتين اقل من قائمة واحدة ولكن زاويتا ــ ى ح ط ــ ح ط ك ــ مجموعتين اقل من قائمة ولكن زاويتا ــ ى ح ط ــ ح ط ك ــ المتبادلتين الحادثتين من وقوع خط ــ ا ط ــ على عمودى ــ ى ح ــ ط ك ــ متساويتان لما تبين فى خامس هذه الاشكال فاذا جميع زاوية ــ ك ى ط ــ اقل من قائمة واحدة فهى حادة فخطا ــ ك ط ــ ه ط ــ متقاطعان على غير قوائم وخط ــ ج ك ــ عمود على احدهما اعنى على ــ ك ط ــ فخطا ــ ج ك ــ ه ط ــ اذا اخرجا التقيا فى جهة ــ ج ه ــ كما تبين فى الشكل المتقدم وان لم تكن احدى زاويتى ــ ج ح ط ــ ه ط ح ــ بقائمة ولا منفرجة بل كان كل واحد منهما حادة نخرج من نقطة ــ ط ــ عمود ــ ط ك ــ على خط ــ ه ز ــ كما تبين فى شكل (يا) ومن نقطة ــ ح ــ عمود ــ ح ى ــ عليه ايضا كما تبين فى شكل (يب) فزاوية

ه ط ك – قائمة وزاوية – ك ط ح – ط ح ى – المتبادلتان الحادثتان من وقوع خط – ا ب – على عمودى – ح ى – ك ط – متساويان كما تبين فى خامس هذه الاشكال فاذا القينا جميع زاويتى – ه ط ح – ط ى ح – المساوية لقائمة واحدة من جميع زاويتى – ه ط ح – ج ح ط – اللتان فرضنا اقل من قائمتين تبقى زاوية – ى ح ج – اقل من قائمة فهى حادة ويكون خطا – ى ح – ج ح – متقاطعين على غير قوائم – وه ى – عمود على احدهما اعنى على – ج ى – فج د – ه ز – اذا يلتقيان اذا اخرجا فى جهة – ج ه – كما تبين فى الشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين (١) .

فصل

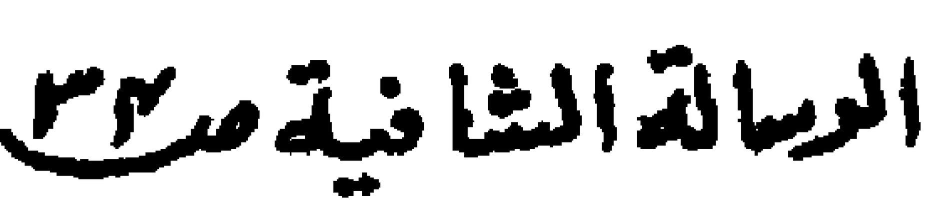
وان اردنا ان نثبت هذا المطلوب على الوجه الذى ذهب اليه الجوهرى رحمه الله نجعل بدل سادس هذه الاشكال وسابعه هذين الشكلين بعد أن نحذفهما منها ونلحق بها ثامنا وهو سادس هذه الاشكال الجوهرى بعينه فيتم الكلام به بثمانية اشكال والشكلان هاهنا .

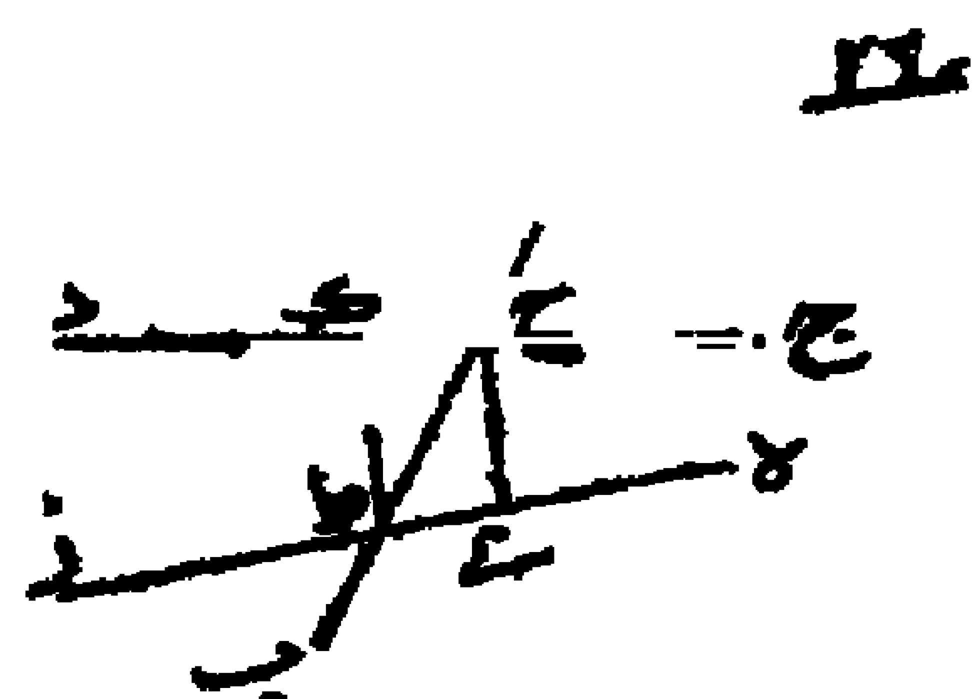
بدل الشكل السادس

كل زاوية حادة مستقيمة الخطين فصل من احد ضلعيها خطوط متساوية متوالية واخرج من تلك المفاصل اعمدة على الضلع الآخر فالخطوط التى يفصلها مواقع الاعمدة من ذلك الضلع ايضا متساوية مثاله زاوية – ب ا ج حادة وقد فصل من – ا ب – خطوط – ا د – د ه – ه ز – متساوية واخرج منها اعمدة – د ح – ه ط – ز ى – على خط – ا ج – فاقول ان خطوط – ا ح ح ط – ط ى – المفصولة بمواقع الاعمدة ايضا متساوية .

برهانه نعمل على نقطة – د – من خط – ه د – زاويه – ه د ك مساوية لزاوية – ا – كما تبين فى شكل (كج) فتكون فى مثلثى – ا ح د د ك ح – زاويتا – ا د – متساويتان وزاويتا – د ه – الخارجة والداخلة الحادثتان من وقوع خط – ا ه – على عمودى – د ح – ه ط – متساويتان

(١) الشكل الخامس والعشرون – ٢٥ (١


الرسالة الشافية ص ٣٢



لما تبين فى خامس هـذه الاشكال وضلعا ـ ا د ـ د ه ـ متساويان فالمثلثان متساويان ضلع ـ ا ج ـ مساو لضلع ـ د ك ـ وزاوية ـ ح ـ القائمة مساوية لزاويـة ـ ك ـ كما تبين فى شكل (كو) فيكون سطح ـ د ح ـ ط ك ـ ذا اربعة اضلاع قائم الزوايا فضلعا ـ د ك ـ ح ط ـ المتقابلان منه متساويان لما تبين فى رابع هذه الاشكال فخط ـ اح ـ المساوى ـ له ك ـ يساوى ـ ح ط ـ ايضا وبهذا التدبير تبين ان ـ ح ط ـ مساو ـ لط ى ـ وذلك ما اردنا ان نبين (١).

بدل الشكل السابع

كل زاوية مستقيمة الخطين فرضت نقطة فيما بين خطيها فانه يمكن ان يوصل بينهما بخط مستقيم يجوز بتلك النقطة ـ مثاله زاوية ـ ا ب ج ـ مستقيمة الخطين وفرضت فيما بين خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ نقطة ـ د ـ فاقول انه يمكن ان يوصل بين خطى ـ ا ب ـ ب ج ـ بخط مستقيم يجوز بنقطة ـ د ـ برهانه ندير عـلى مركز ـ ب ـ وببعد ـ ب د ـ قوس ـ ه د ز ـ المارة بنقطة ـ د ونخرج وتر ـ ه ز ـ وننصف زاوية ـ ه ب ز ـ بخط ـ ب ح ـ كما تبين فى شكل ـ (ط) ـ فيكون فى مثلثى ـ ه ب ح ـ ا ب ح ـ ضلعا ـ ه ب ـ ب ح ـ مساويان لضلعى ـ ز ب ـ ب ح ـ وزاويتا ـ ب ـ متساويتان فيتساوى ضلعا ـ ه ح ـ ح ز ـ وزاويتا ـ ح ـ ببرهان شكل (د) فيكون ـ ه ح عمودا عـلى ـ ب ح ـ ونخرج ـ ب ح ـ الى ـ ى ـ فيقطع قوس ـ ه د ز على نقطة ـ ط ـ ثم نأخذ لخط ـ ب ح ـ اضعافا يزيد مجموعها على خط ـ ب ط ولتكن تلك الاضعاف خط ـ ع س ـ ونفصل من ضلع ـ ب ع ـ خطوطا تساوى كل واحد منها خط ـ ب ه ـ وتكون عدتها كعدة ما فى ـ ع س ـ من اضعاف ـ ب ح ـ وهى ـ ب ه ـ ه ك ـ ونخرج من اطراف تلك الخطوط اعمدة على خط ـ ب ى ـ وهى اعمدة ـ ه ح ـ ك ل ـ وتفصل تلك الاعمدة من خط ـ ب ى ـ خطوطا متساوية وهى ـ ب ح ـ ح ل ـ كما تبين فى

(١) الشكل السادس والعشرون ـ ٢٦ ـ

الشكل المتقدم ويكون مجموعها المساوى لخط ـ ع س ـ اطول من خط ـ ب ط ـ فيكون موقع عمود ـ ك ل ـ على ـ ب ى ـ وهو نقطة ـ ل ـ على خط ط ى ـ خارجا عن خط ـ ب ط ـ ثم نفصل من ـ ب ج ـ ب م ـ مساويا لب ك ـ و نصل ـ م ل ـ فيكون مثلثا ـ ب ك ل ـ ب م ل ـ متساويان لاشتراك ضلع ـ ب ل ـ فيهما وتساوى ضلعى ـ ب ك ـ ب م ـ وزاويتى ب ـ كما تبين فى شكل (د) فتكون زاوية ـ م ل ب ـ مساوية لزاوية ك ل ب ـ القائمة ويتصل خطا ـ ك ل ـ ل م ـ على الاستقامة خطا واحدا بحكم شكل (يد) ثم نصل بين ـ ب د ـ بخط ونخرجه الى ـ ن ـ ونعمل على نقطة ـ د ـ من خط ـ د ن ـ زاويتا ـ ن د ف ـ مساوية لزاوية ـ د ن ل ـ كما تبين فى شكل (لج) فيكون خطا ـ ف د ـ ك م ـ متوازيان لايتلاقيان لتساوى متبادلتها اعنى زاويتى ـ ف د ن ـ د ن م ـ كما تبين فى شكل (كز) ونخرج ـ ف د ـ حتى يخرج من مثلث ـ ب ك م ـ على نقطى ـ ف ص ـ فيكون خط ـ ف ص ـ هو الواصل بين ضلعى ـ ا ب ب ج ـ المار بنقطة ـ د ـ المفرضة وذلك ما اردنا ان نبين (١) ونتم هذه الاشكال بثامن هو آخر اشكال الجوهرى بعينه فهذا ما تقرر لى فى هذه المسئلة والحمد لله مفتح الابواب ومسهل الصعاب وواهب العقل وملهم الصواب وصلى الله على محمد وآله الطاهرين وسلم (فرغ من كتبه يوم الخميس التاسع من شوال سنة تسع وسبعمائه فى مدينه تبريز ـ).

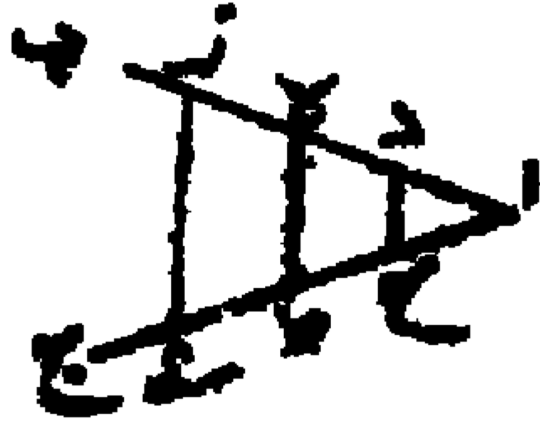
كتب علم الدين قيصر بن ابى القاسم الحنفى من الشام الى مصنف هذه الرسالة وهو المولى سلطان الحكماء والعلماء المحققين نصير الملة والدين برهان الاسلام والمسلمين افضل المتقدمين والمتأخرين رحمه الله (٢) فى كتاب ما هذه نسخته .

---

(١) الشكل السابع والعشرون ـ ٢٧ ـ (٢) ليس فى صف ق ـ وبدله ـ تمت الرسالة الشافية بعون الله تعالى (٣) فى صف ـ تغمدالله بغفرانه .

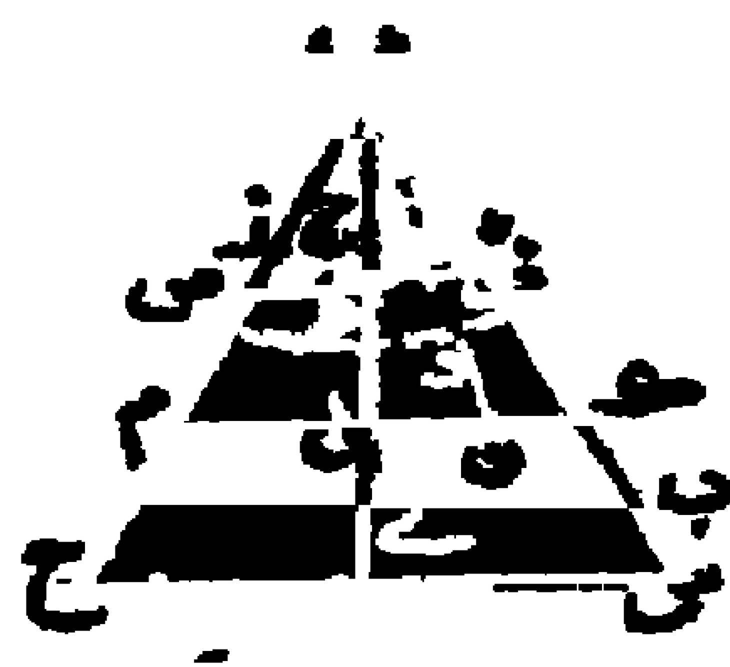
وبما

ش ٢٧



الرسالة الشافية ص٣٦

٢٨/



وبما يعرض على الاراء العالية ما وقع لى فى قضية ذكرها سنبليقوس فى شرحه لمصادرات كتاب الاصول فى مقدمات القضية المشهورة وهى ما .

اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة مساويتين لاقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة التقيا فقال كل زاوية يمكن ان توجد لها اوتار لا نهاية لها لكثرتها بعضها اعظم من بعض وكل واحد منها يفصل من الخطين المحيطين بتلك الزاوية متساويين واستعمل ذلك فيما اذا وقع خط ـ ا ب ـ على خطى ـ ب د ـ ا ج ـ وكانت زاوية ـ ج ا ب ـ قائمة وزاوية ـ ا ب د ـ حادة فان خطى ـ ا ج ـ ب د يلتقيان فى جهة ـ ج د ـ فان عمل على نقطة ـ ب ـ من خط ـ ا ب ـ زاوية ا ب ز ـ مساوية لزاوية ـ ا ب د ـ فزاوية ـ د ب ز ـ يوترها اوتار لانهاية لها لكثرتها وبعضها اعظم من بعض فيقع احد الاوتار خارجا عن نقطة ـ ا ـ مثل وتر ـ ز ه د ـ فتكون زاويتا ـ ا ه ـ قائمتين لخط ـ ا ج ـ اذا اخرج لايلقى خط ـ ه د ـ فيلقى خط ـ ب د ـ فعلى تقدير ان يكون خط ـ ب د ـ فى مبدأ زواله على استقامة خط ـ ب ز ـ فان كل وتر يوتر زاوية ـ ز ب د ـ يقع فيما بين نقطتى ـ ا ب ـ اذ ـ ا ب ـ ينقسم الى غير نهاية فان امكن ان يوجد برهان يدل على وقوع احد الاوتار خارجا عن نقطة ـ ا ـ ليحصل المطلوب (١) فتضيف ، ولانا الى سابق فوائده منعما متفضلا فكتب مصنف الرسالة فى جوابه من كتاب اليه .

واما القضية التى ذكرها سنبليقيوس فى شرح المصادرة المشكلة لكتاب الاصول فلم يقع الى قبل هذا الا انى طالما كنت اطلب لتلك المصادرة بيانا واتعقب ما اجده فى الكتب حتى استقر رأيى على طريقة استمدت بعضها ممن سبقنى وتممتها بما لاح لى واوردتها فى رسالة سميتها بالرسالة الشافية عن الشك فى الخطوط المتوازية وقدارسلت نسختها فى هذا الدعاء الى الخدمة متوقعا ان يشرفها عالى نظره ويمن على خادمه باصلاح خلله ان امكن اصلاحه ويفيد

(١) الشكل الثامن والعشرون ـ م٨

خادمه بما يسنح لرأيه العالى من النقد عليه ان شاء الله والرسالة مشتملة على ما يتضح منه البرهان على قضية سنبليقيوس فلافا ثدة فى حكايته ها هنا فان الكلام تداذى الى الاطناب وافضى الى درجة الاملال والاسهاب .

فكتب علم الدين قيصر فى جوابه من كلام طويل وماشرف به مولانا مملوكه فيه ذلك على ما تضمنته الشافية عن الشك فى الخطوط المتوازية فوقف المملوك عليه وعلى مابينه مولانا وعلى قول كل واحد من الجماعة فى هذا الباب فى الشك والايضاح وما اختاره مولانا فى ذلك وتحقق عند المملوك جميع ذلك واستفاد من كلام مولانا ماجعله قرين وسادته وقد وقع عندنا فى هذه البلاد لجماعة من العلماء مثل ثابت بن قرة فانه وضع رسالة فى الخطوط المتوازية ورسالة اخرى فى هذه القضية ورسالة لابن الهيثم فى شرح مصادرات اوقليدس ورسالة ليوحنا القسى غير ان ما ذكره مولانا فى هذه الرسالة وما اختاره فيها احسن مماذكروه فى القضية اجمع وليس فيه مطعن غير ان البيان فى الشكل الثالث وهو كون لزوم كل واحد من الخطين فى كل واحد من الجهتين يقرب كل واحد منهما عن الآخر ويبعد معا وان ذلك مستحيل وان كانت تلك قضية ضرورية فانها ليست من القضايا الهندسية ونحن جعلنا هذه القضية من جملة اشكال كتاب اوقليدس .

واما ما ارتضاه مولانا من كلام الجوهرى واضاف اليه ما اضاف فهو فى غاية ما يمكن من الحسن ايضا على ان مولانا لا يرتضى ولا يختار الا ما هو حسن ويمكن ان يبين بعد بيان الشكل السادس بعينه هذه القضية بطريق آخر .

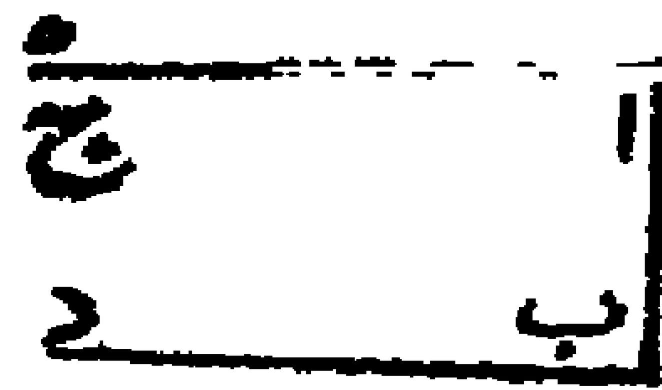
فيقال انه اذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين فصير الزاويتين الداخلتين فى جهة واحدة حادتين ومجموعهما اقل من قائمتين فان الخطين اذا اخرجا فى تلك الجهة التقيا .

مثاله ان خط ـ اب ـ وقع على خطى ـ اج ـ ب د ـ فصارت زاويتا

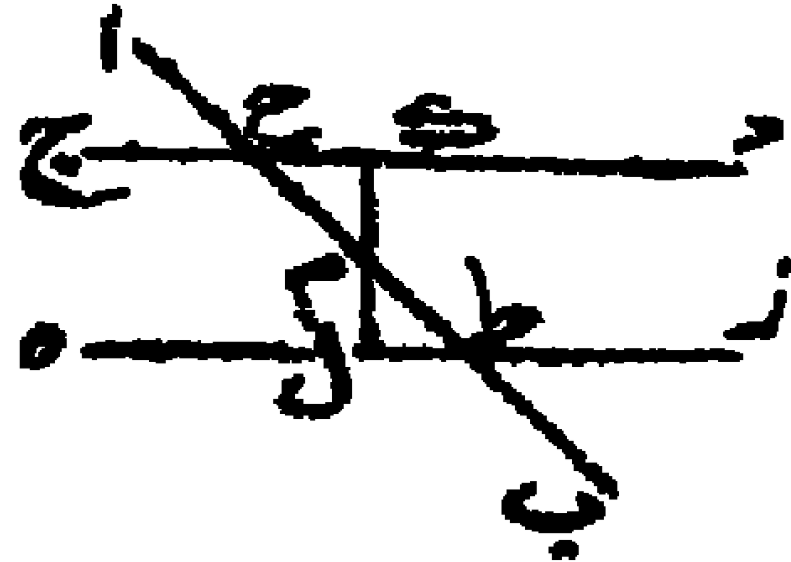
ع٢٩



ع٣٠



ع٣١



زاويتا ـ ج ا ب ـ ا ب د ـ كل واحدة منهما حادة ومجموعهما اقل من قائمتين فاقول ان خطى ـ ا ج ـ ب د ـ اذا اخرجا فى جهة ـ ج د ـ التقيا

برهانه انا نخرج من نقطة ـ ا ـ على خط ـ ا ب ـ عمود ـ ا ه ـ فلان زاوية ه ا ب ـ قائمة وزاوية ـ د ب ا ـ حادة فخطا ـ ب د ـ ا ه ـ اذا اخرجا التقيا فى جهة ـ ه د ـ فخط ـ ا ج ـ يقطع ـ ب د ـ.

واقول انه اذا وقع على خط ـ ج د ـ ه ز ـ خط ـ ا ب ـ فقطع ج د ـ على نقطة ـ ح ـ و ـ ه ز ـ على نقطة ـ ط ـ وكانت زاوية ـ ج ح ط منفرجة وزاوية ـ ح ط ه ـ حادة ومجموعهما اقل من قائمتين فاقول ان خطى ج د ـ ه ز ـ اذا اخرجا التقيا فى جهة ـ ج ه ـ.

برهانه انا نقسم خط ـ ح ط ـ بنصفين على نقطة ـ م ـ ونخرج ـ م ل عمودا على ـ ه ز ـ وننفذه حتى يلاقى ـ ج د ـ على ـ ك ـ فاقول ان زاوية ج ك ل ـ حادة لأنها ان لم تكن حادة فاما ان تكون قائمة او منفرجة فان كانت قائمة وزاوية ـ ل ـ قائمة وزاوية ـ م ـ المتقاطعتان متساويتان فمثلثا ـ م ل ط ـ م ح ك ـ زاويتان من احدهما كزاويتين من الآخر ـ وط م ـ مساو لـم ح ـ فالزاوية الباقية كالزاوية الباقية فزاوية ـ ك ح م ـ مساوية لزاوية ـ م ط ل ـ ونأخذ زاوية ـ م ح ج ـ مشتركة فزاويتا ـ ج ح م ـ م ح ك ـ المساويتان لقائمتين مساويتان لزاويتى ـ ج ح م ـ م ط ل ـ فيكونان كقائمتين وقد كانتا اقل من قائمتين هذا خلف لا يمكن وان كانت زاوية ـ م ك ح ـ منفرجة فزاوية ـ م ك د ـ حادة وزاوية ـ م ل ط ـ قائمة فخطا ـ ج ز ـ ه ز ـ يلتقيان فى جهة ـ ج ز ـ لكنهما خرجا على زاويتى ـ د ح ط ـ ح ط ز ـ ومجموعهما اكبر من قائمتين هذا خلف لايمكن وذلك ما اردنا ان نبين(١).

ولولا مخافة السآمة بسبب التطويل لذكرنا ما ذكره جماعة من الاوائل والمتأخرين فى هذا الباب لكن مولانا قد اشبع القول فى ذلك واغنى عن غيره

(١) الشكل التاسع والعشرون ـ ٢٩ ـ والشكل الثلاثون ـ ٣٠.

فلنقتصر على فوائده فكتب مصنف الرسالة دام ظله فى جوابه من كتاب طويل واما قوله ان الحكم باستحالة كون كل واحد من الخطين بحيث يقرب ويبعد من الآخر فى كل واحد من الجهتين معا وان كان ضروريا لكنها ليست من القضايا الهندسية ونحن جعلناها من اشكال كتاب اوقليدس .

فاقول انى لم اجعل هذا الحكم شكلا من اشكال الكتاب بل جعلت الحكم بان الزاويتين الحادثتين بين العمودين المتساويتين من الخط المار بطرفيهما قائمتان شكلا وبينت ذلك بالخلف فانتهى الى هذا الحكم فظهر الخلف وهذا البيان يجرى مجرى ما يقال فى بيان الشكل الرابع من المقالة الاولى ان قاعدتى المثلث ان لم يتطابقا حالة تطبيق المثلثين احاطتا بسطح وذلك محال لأن الحكم المذكور والحكم بامتناع احاطة خطين مستقيمين بسطح فى كونهما ضروريين ومبدئين للمسائل الهندسية واحد فان احتاجوا الى بيان فموضع بيانهما فى علم آخر غير الهندسية يتبين فيه ماهية الخطوط المستقيمة واعراضها الذاتيه واستعمالها فى الهندسة يكون على سبيل المصادرة فحسب فهذا ما اردت ان اعرضه على الآراء الشريفة دامت شريفة—هذا آخر ما جرى بينهما على هذه الرسالة والحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على خير خلقه محمد وآله الطيبين الطاهرين اجمعين (١) .



(١) فى صف ق— وحصل الفراغ من نسخه (ز ج ح) فى ذى القعدة سنة —ذلط

كتاب مانالاوس

تحرير

العلامة الفيلسوف الخواجه نصير الدين
محمد بن محمد بن الحسن الطوسى المتوفى فى
ذى الحجة سنة اثنتين وسبعين
وستمائة هجرية ببغداد
رحمه الله تعالى

الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية بعاصمة
حيدرآباد الدكن لازالت شموس
افاداتها بازغة وبدور
افاضاتها طالعة الى
آخر الزمن
سنة ١٣٥٩ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

تحرير كتاب ما نا لاؤس فى الاشكال الكرية

اقول بعد حمد الله والثناء عليه بما يليق به والصلوة على محمد وآله ــ انى كنت اريد أن احررا لكتب الموسومة بالمتوسطات اعنى الكتب التى من شأنها ان تتوسط فى الترتيب التعليمى بين كتاب الاصول لأقليدس وبين كتاب المجسطى لبطلميوس فلما وصلت الى كتاب ما نا لاؤس فى الاشكال الكرية وجدت له نسخا كثيرة مختلفة غير محصلة المسائل واصلاحات لها مختبطة كاصلاح الماهانى(١) وابى الفضل احمد بن ابى سعد الهروى وغيرهما بعضها غير تام وبعضها غير صحيح فبقيت متحيرا فى ايضاح بعض مسائل الكتاب الى ان عثرت على اصلاح الامير ابى نصر منصور بن عراق رحمة الله عليه فاتضح لى منه ما كنت متوقفا فيه فحررت الكتاب بقدر استطاعتى وما توفيقى الا بالله عليه أتوكل واليه انيب .

فأقول هذا الكتاب يشتمل على ثلاث مقالات فى بعض النسخ وعلى مقالتين فى بعضها ــ اما المقالات الثلاث فعند الاكثرين يشتمل اولاها على تسعة وثلاثين شكلا وأخراها على خمسة وعشرين شكلا ووسطاها فى كثير من النسخ على اربعة وعشرين شكلا، وفى نسخة ابن عراق على احد وعشرين شكلا، وعند نفر يسير يشتمل اولاها على احد وستين شكلا والثانية على ثمانية عشر شكلا والاخيرة على اثنى عشر شكلا .

واما المقالتان فتشتمل الاولى على احد وستين شكلا والاخيرة على ثلاثين شكلا وفى بعض الاشكال اختلاف فبعضهم جعلوا شكلا شكلين

(١) زيادة فى صف ــ ق ــ ابى عبد الله محمد بن عيسى الماهانى .

وبالعكس

وبالعكس .

وبالجملة جميع اشكال الكتاب فيما بين خمسة وثمانين شكلا وأحد وتسعين شكلا على اختلاف النسخ وانا اشرت الى المقالات وعدد الاشكال بعضها على الحواشي وبالحمرة (١) والسواد وبعضها فى المتن وها انا مبتدئ بالكلام فيه ـ انه خير موفق ومعين .

المقالة الاولى

تسعة وثلاثون شكلا

صدر الكتاب

قال ما نالاوس يخاطب باسلندس(٢) اللاذى، ايها الملك انى وجدت ضربا برهانيا فاضلا عجيبا فى خواص الاشكال الكرية ادى الى اشياء كثيرة من عويص هذا العلم لا اظنها سنحت لأحد قبلى وقد رتبت المقدمات والبراهين ترتيبا يهون به النهوض على مجيء العلم والوصول الى علوم كلية شريفة وانا اخاطبك بما اقول ايها الملك لعلمى بأنك تسر بمعرفة العويص من هذا العلم وتحب الاختصار .

وفى نسخة ابن عراق كان صدر الكتاب هكذا

انى رأيت يا اسلندس اللاذى ان هذا المصنف الذى تفكرت فيه واردت ان اضعه لك من البراهين صنف حسن عجيب وذلك انه يفرض فى البسيط الكرى اشياء كثيرة لا يظن انها تكون فابتدأت بوضع براهين هذه الاشياء لك متوخيا فى ذلك موافقتك عالما بما فى البراهين من التمثيل للنفس البها وخاصة ما كان فيه منها لطافة وكان مما تحبه النفس وتشتهيه وقد يقدر الانسان اذا كان محبا للتعليم ان يجعل هذه الاشياء آلة ثم يبنى عليها ويستخرج منها الاشكال والمسائل المشاكلة كما فعلنا نحن فى كثير من الكتب الهندسية الجزئية ومن

---

(١) كذا قاله المحرر ولم نجد له اثرا فى النسخ (٢) ر ـ اسليدس هنا وفيما بعد .

الكتب النجومية وميزنا الاشياء التي قد اصاب فيها من تقدمنا ووصفنا كثيرا من الاعراض الكلية العامية التي قد قال غيرنا وبرهنها قولا وبرهانا جزئيا والتي قد برهنت في الأقاويل التي قد وضعت في اصول علم الاشكال الكرية برهانا على طريق الخلف صفة تعم وتشمل وعلى عكس تلك البراهين وبالتحديد الذي يجب فيها .

اقول ويريد بالكتب الجزئية ما اشتمل على شكل او معنى واحد ويريد بغيره ثاوذوسيوس فانه بين في كتابه في الأكر على طريق الخلف اوبرهان جزئي على معنى كلي على ما سيأتي .

المصادرات

الاشكال الكرية تعرف بما تعرف به المستقيمة الخطوط غير أن اضلاعها تكون قسيا من دوائر عظام كل واحدة منها اقل من نصف دائرة فما يحيط به ثلاثة اضلاع فهو ذو ثلاثة اضلاع او مثلث وكذلك ذوالاربعة الاضلاع وزوايا الشكل هي ما تحيط بها الاضلاع واذا كان سطح احدى دائرتين قائما على الآخر على زوايا قائمة فان محيطها يتقاطعان على زوايا قائمة وما صغر عنها فهي حادة وما زاد عليها فهي منفرجة .

ومن البين ان السطح الذي ميله على سطح اكثر فان زاويته اصغر واذا كان ميل سطح على سطح كميل سطح آخر على سطح آخر كانت الزاوية التي يحيط بها نصفا دائرتي احد السطحين مساوية للتي يحيط بها الآخران .

وانما تعرف مساواتها لمساواة قوسي ميلها على ما سيأتي والمراد من قوس الميل قوس تؤتر تلك الزاوية من دائرة عظيمة يمر ضلعا تلك الزاوية بقطبيها وربما يقيد ذلك الميل بميل انصاف الدوائر فان ميل كل قوس غير النصف يكون بقدر القوس التي تخرج من طرفها ويقع على الدائرة الآخرى على قوائم .



كتاب مانالاوس صح

الاشكال

(أ) ـ نريد أن نعمل على نقطة من قوس دائرة عظيمة زاوية كزاوية معلومة ولتكن القوس ـ ا ب ـ والنقطة ـ ب ـ والزاوية المعلومة زاوية ـ ج د ه فنرسم على قطب ـ د ـ وباى بعد اتفق قوس ـ ج ه ـ وعلى قطب ـ ب ـ ببعد ـ د ج ـ قوس ـ ا ز ـ ونجعل ـ ا ز ـ مساويا ـ لج ه ـ ونخرج ب ز ـ من دائرة عظيمة فتكون زاوية ـ ا ب ز ـ هي المطلوبة فلأن قوسي ج د، د ه ـ من عظيمتين مرتا بقطب دائرة ـ ج ه ـ يكون فصلاهما المشتركان مع دائرة ـ ج ه ـ قطرين لدائرة ـ ج ه ـ فيتقاطعان على مركزها ويكون الفصل المشترك لدائرتي ـ ج د، د ه ـ اعني قطر الكرة المار بنقطة ـ د ـ عمودا على سطح دائرة ـ ج ه ـ واقعا على مركزها والفصلان المشتركان مع دائرة ـ ج ه ـ يكونان عمودين عليه خارجين من نقطة منه في السطحين وقد احاطا بزاوية توترها قوس ـ ج ه ـ وكذلك في مثلث ـ ا ب ز ـ ولأن قوسي ـ ا ز، ج ه ـ متساويتان وهما من دائرتين متساويتين فتكون الزاويتان المذكورتان اللتان على مركزي دائرتي ـ ا ز، ج ه ـ متساويتين فان كان ـ ا ز، ج ه ـ من عظيمتين فهما ميلا كل واحدة من سطحي دائرتي ـ ا ب، ب ز وسطحي دائرتي ـ ج د، د ه ـ على صاحبه وان لم يكونا من عظيمتين كانت الفصول اعني الاقطار المنتهية عند نقط ـ ا ز ج ه ـ موازية لاقطار العظيمتين الموازيتين لهما اللتين قطباهما نقطتا ـ ب د ـ وتكون الزاويتان الحادثتان على مركزي العظيمتين متساويتين لتساوي الحادثتين اللتين على مركزي موازيتهما وهما الميلان المذكوران فاذا الزاويتان اللتان تحيط بهما هذه القسي اعني زاويتي ب د ـ متساويتان وذلك ما اردناه (١) .

وهنا لك استبان انه اذا رسم على نقطتي زاويتين تحيط بهما قسي دوائر عظام باى بعد اتفق دوائر مؤترة لهما وكانت القسي متساوية كانت الزوايا

(١) الشكل الاول .

متساوية وان كانت الزوايا متساوية كانت القسى متساوية .

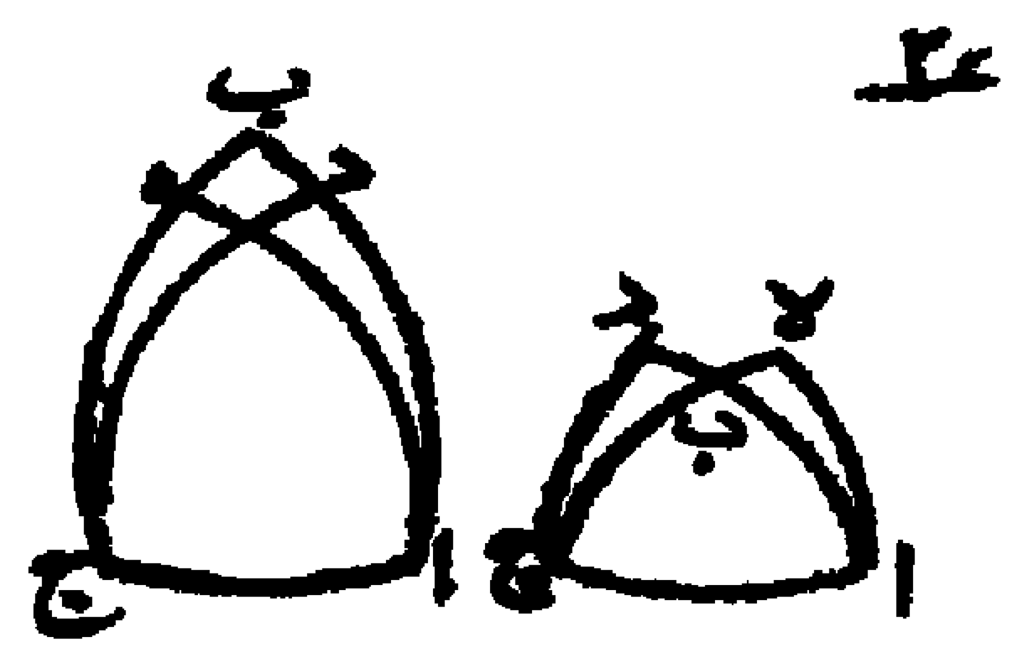
(ب) اذا تساوى ضلعان من مثلث قسى داوئر عظام تساوت الزاويتان اللتان يوترانهما فليكن الضلعان المتساويان من مثلث ـ ا ب ج ـ ضلعى ـ ا ب، ب ج ونرسم على قطبى ـ ا ج ـ ببعد ـ ا ج ـ قوسى ـ ج د ـ ا هـ ونخرج ـ ا ب د ج ب ه ـ إن كان ـ ا ج ـ اطول فيكون ـ ا د ـ ج ه ـ مساويين لا ج وكان ـ ب ا ـ ب ج ـ متساويين فيبقى ـ ب د ـ ب ه ـ متساويين ولأن دائرتى ـ ج د ـ ا ه ـ رسمتا ببعد واحد فهما متساويتان ولأن قوسى ب ه ـ ب د ـ من عظيمتين مارتين بقطبيهما فهما مع ما يتصل (١) بهما قطعتان على قطرى دائرتين متساويتين اعنى المارتين بنقطتى ـ ه ـ د ـ او على قطر مشترك اعنى المار بنقطة ـ ب ـ قائمتان على سطح تينك الدائرتين على قوائم و ـ ب ه ـ ب د ـ المفصولتان من القطعتين ليستا تنصفهما والا لكان القطب ب ـ لا ـ ا ـ و ـ ج ـ و ـ ب ـ مساو ـ لب ج ـ فلذلك تكون قوسا ـ ه ا ـ د ج من الدائرتين المتساويتين متساويتين فاذا زاويتا ـ د ا ج ـ ه ج ا ـ اللتان تحيط بهما قسى دوائر عظام متساوية ويوترهما قوسان متساويتان وذلك ما اردناه (٢) .

اقول ولهذا الشكل ثلاثة اختلافات لأن القاعدة اما ان تساوى احد الضلعين اوتكون اطول منه او اقصر منه وقد ذكر الآخران اما الاول فبيانه ظاهر مما مر فى الشكل الاول فهذا شكله (٣) .

(ج) اذا تساوت زاويتان من مثلث تساوى ضلعاه الموتران لهما فليتساو زاويتا ا ج ـ من مثلث ـ ا ب ج ـ ونرسم على قطبى ـ ا ج ـ ببعد ضلع المربع قوسى ـ د ه ـ ز د ـ ح ط ـ فيكون ـ د ـ قطب ـ ا ج ـ و ـ د ز ـ مثل ـ د ط ـ ولأن زاويتى ـ ا ج ـ متساويتان وقد رسم عليهما ببعد واحد ـ ه ز ـ ح ط ـ فهما متساويتان فيبقى ـ د ه ـ مثل ـ د ح ـ ودائرتا

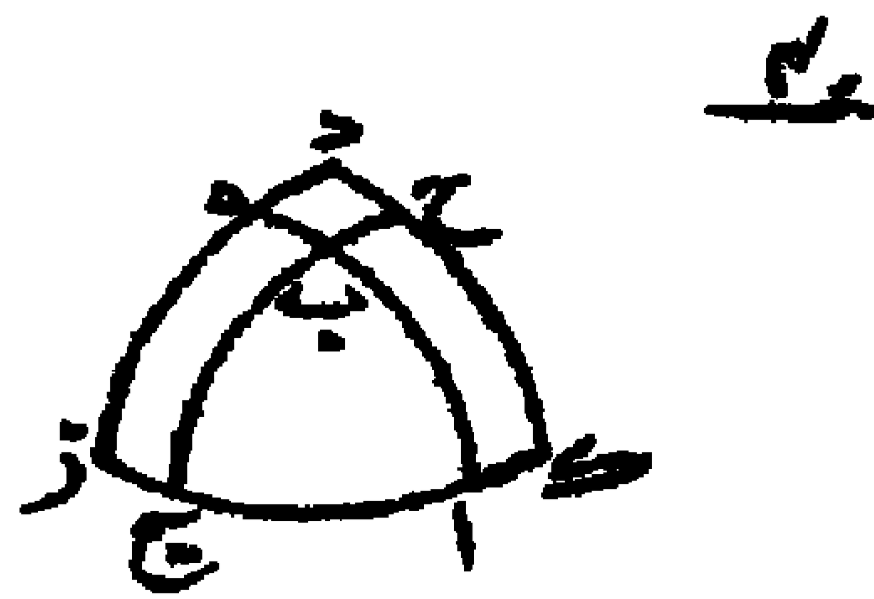
---

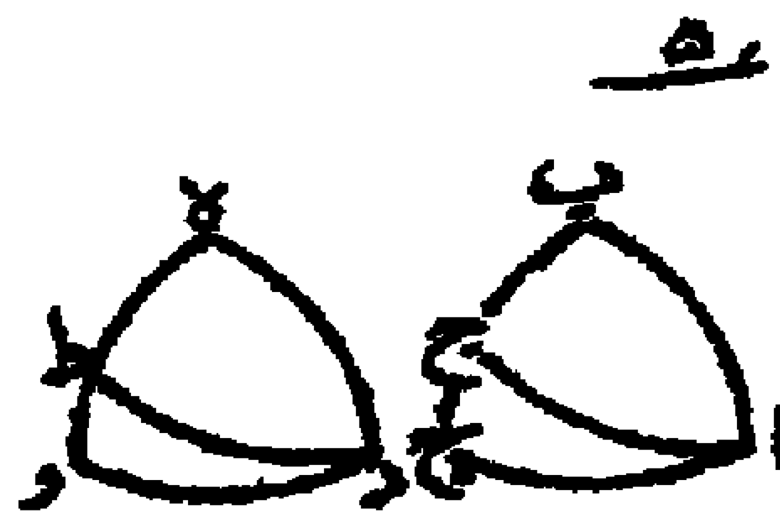
(١) صف ق و ج ـ يفصل ـ وبها مشي احدهما كما فى الاصل (٢) الشكل الثانى
(٣) الشكل الثالث .





كتاب مانالاوس ص٦





كتاب مانالاوس تمت

اه ـ ج ح ـ قائمتان على دائرتى ـ د زـد ط ـ لكونهما ما رتين بقطبيهما ولان قطعتى ـ د ح ـ د ه ـ المتساويتين مع ما يتصل بهما على القطرين للكرة المارين ـ بح ه ـ وهما قائمتان على سطحى ـ ج ح ـ اـه وقوسا ـ د ح ـ د ه متساويتان واقل من نصفهما لأن ـ د ـ ليس بقطب والخط الواصل بين د ـ ب ـ مشترك تكون قوسا ـ ح ب ـ ه ب ـ متساويتين وكان قوسا ه ا ـ ح ج ـ متساويتين لكونهمار بعين تبقى قوسا ـ ا ب ـ ب ج ـ متساويتين وذلك ما اردناه (١).

اقول ويقع لهذا الشكل تسعة اختلافات لأن القاعدة اما ان تكون ربعا او اطول منه اواقصر وكذلك كل واحد من الضلعين والثلاثة فى الثلاثة تسعة .

(د) كل مثلثين يساوى ضلعان من احدهما ضلعين من الآخر كل لنظيره وتساوت الزاويتان اللتان بينهما تساوى ضلعا هما الباقيان وان تساوى الضلعان الباقيان تساوت الزاويتان المذكورتان فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ والمتساويان منهما ضلعى ـ ا ب ـ د ه ـ وضلعى ـ ب ج ـ ه ز ـ وـزاويتى ب ه ـ فنقول قاعـدتا ـ ا ج ـ د ز ـ متساويتان فلنرسم عـلى قطبى ب ه ـ ببعدى ـ ب ا ـ ه د ـ المتساويين قوسى ـ ا ح ـ د ط ـ فتكونان متساويتين لتساوى زاويتى ـ ب ه ـ ويقوم ـ ب ح ـ ه ـ ط ـ عليهما على قوائم ـ و ـ ب ح ـ ه ط ـ متساويان لكونهما متساويين لـبـ ا ه ـد ـ فيبقى ـ ج ح ـ ط ز ـ متساويين وهما مع ما يتصل بهما قطعتان متساويتان عـلى قطرى دائرتى ـ ا ح ـ د ط ـ المارتين بنقطتى ـ ح ط قائمتان عـلى سطحى الدائرتين وكل واحد منهما اقل من نصفيهما لان ـ ج ـ ليس بقطب ـ ا ه ـ وكـذلك ـ ز لد ط ـ وقوسا ـ ط د ـ ح أ ـ متساويتان فلأجل ذلك يكون الخطان الواصلان بين نقطتى ـ ج ا ـ وبين ـ ز د متساويين فقوسا ـ ا ج ـ د ز ـ متساويتان وذلك ما اردناه (٢).

---

(١) الشكل الرابع (٢) الشكل الخامس .

فان كان مع تساوى الاضلاع النظائر المحيطة بزاويتى ـ ب ه ـ قاعدتا اج ـ د ز ـ متساويتين كانت زاويتا ـ ب ه ـ متساويتين وذلك لانا اذا دبرنا التدبير المتقدم كان ها هنا فى قطعتى ـ ح ج ـ ط ز ـ القائمتين على دايرتى ح ا ـ ط د ـ الخطان الواصلان بين ـ ج ا ـ وبين ـ ز د ـ متساويين فتكون قوسا ـ ح ا ـ ط د ـ اعنى زاويتى ـ ب ه ـ متساويتين وذلك ما اردناه (١) . اقول ولهذا الشكل ثلاثة اختلافات لان ـ ا ح ـ د ط ـ يقعان اما داخل المثلث او خارجه او منطبقا على القاعدة .

(ه) مجموع ضلعى كل مثلث اعظم من ثالثهما فليكن المثلث ـ ا ب ج ـ واعظم اضلاعه ـ ب ج ـ ونرسم على قطب ـ ب د ـ ببعد ـ ب ا ـ دائرة ا د ه ـ ونخرج ـ ب ج ـ الى ان تلقى الدائرة على ـ ه ـ ولان ـ ب قطب دائرة ـ ا د ه ـ و ـ ب ج ـ اقل من نصف الدائرة فلا يكون ج ـ هو القطب الآخر ولكن القطب الآخر ـ ح ـ ويكون ـ ح د ـ مساويا لح ه ـ و ـ د ج ـ اصغر من ـ ج ح ه ـ فدج ـ مع ج ح ه ـ قطعة على القطر الواصل بين د ه قائمة على دائرة ـ ا د ه ودج اصغر قسميهما ولاجل ذلك يكون وتر ج د اقصر خط يخرج من ج الى محيط دائرة اده فهو اقصر من وتر ج ا ـ فج ا ـ اعظم من ـ ج د ـ و ا ب مثل ـ ب د ـ فمجموع ـ ا ج ـ ا ب ـ اعظم من ب ج ـ وذلك ما اردناه (٢) .

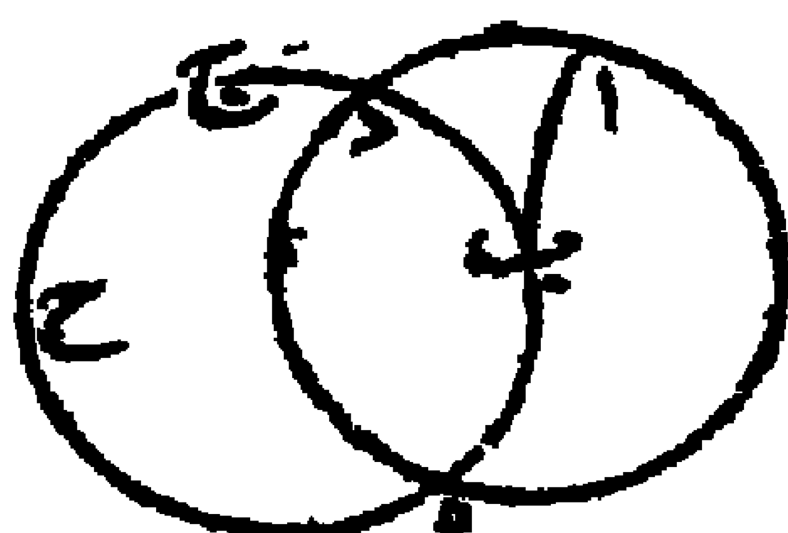
(و) وفى نسخة الهروى كان الشكل هكذا (٣) اذا خرج من طرفى ضلع مثلث قوسان من دايرتين عظمتين وداخل المثلث كان مجموعهما اقصر من مجموع الضلعين الباقيين من المثلث فليكن المثلث ـ اب ج ـ والقوسان الخارجتان من طرفى ضلع ـ ا ج ـ الملتقيان داخل المثلث على ـ د ـ هما قوسا ـ ا د ـ ج د .

تقول فهما معا اقصر من ضلعى ـ اب ـ ب ج ـ معا ولنخرج ـ ا د ـ الى ه ونبين المطلوب بمثل ما بين فى الخطوط وذلك ما اردناه .

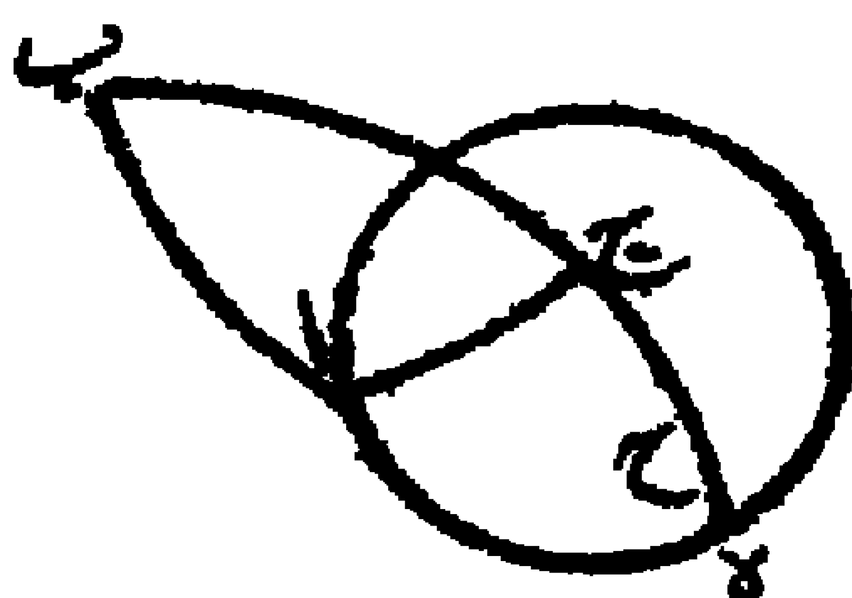
---

(١) الشكل السادس (٢) الشكل السابع (٣) الشكل الثامن

عك



عط



عه



كتاب مانالاوس صح

عو



عز



كتاب ما نالاوس صح

(ز) الزاوية العظمى من المثلث يوترها الضلع الاطول فليكن فى مثلث اب ج ـ زاوية ـ ج ـ اعظم من زاوية ـ ب ـ نقول فضلع ـ اب ـ اطول من ضلع ـ ا ج ـ ونعمل على نقطة ـ ج ـ من قوس ـ ب ج ـ زاوية ب ج د ـ مثل زاوية ـ ب ـ فتكون ـ ب د ـ مساوية لـ ج د ـ و ـ ج د ـ مع ـ ا د ـ اعنى ـ ب ا ـ اطول من ـ ا ج ـ وذلك ما اردناه (١) .

(ح) كل مثلثين يساوى ضلعان من احدهما ضلعين من الآخر كل لنظيره وكانت الزاوية التى بين الضلعين من احدهما اعظم من نظيرتها من الآخر كانت قاعدة الذى زاويته اعظم اعظم من قاعدة الآخر وبالعكس والبرهان عليه وعلى عكسه على قياس ما قيل فى الخطوط المستقيمة .

ويوجه آخر فليكن المثلثان ـ ا ب ج ـ د ه ز ـ وضلع ـ ا ب ـ مثل ضلع ـ د ه ـ وضلع ـ ب ج ـ مثل ضلع ـ ه ز ـ وزاوية ـ ب ـ اعظم من زاوية ـ ه ـ نقول فقاعدة ـ ا ج ـ اعظم من قاعدة ـ د ز ـ وبالعكس ولنرسم على قطبى ـ ب ه ـ ببعد ـ ا ب ـ قوسى ـ ا ح ـ د ط ـ وتكون لا محالة دائرتها متساويتين ـ و ـ ب ح ـ مثل ـ ه ط ـ فيبقى ـ ح ج ـ مثل ـ ط ز ـ ولأن قطعتى ـ ج ح ـ ط ز ـ المتساويتين مع ما يفصل (٢) بهما على قطرى دائرتى ـ ا ح ـ د ط ـ وسطحا هما قائمان على سطح الدائرتين وهما اقل من نصفى القطعتين فان كان قوس ـ ا ح ـ اعظم من ـ د ط ـ اعنى الزاوية من الزاوية كان ـ ا ج ـ اعظم من ـ د ز ـ اعنى القاعدة من القاعدة وبالعكس وذلك ما اردناه (٣) .

اقول هذا يتبين بشكل (يايب) من المقالة الثانية من الأكر لا من نفس الشكل بل مما يتبين معه فان المذكور فى الشكل بيان تساوى القوسين والدائرة بتساوى الخطين او بالعكس وههنا نحتاج الى بيان وجوب زيادة احدهما على نظيره مع زيادة الآخر على نظيره .

واعلم ان اختلاف هذا الشكل كما فى الشكل الرابع وفى بعض النسخ

(١) الشكل التاسع ـ ٩ (٢) بها مش صف ق ـ يتصل (٣) الشكل العاشر ـ ١٠